

Een schoorsteen van 1800 meter hoog

Een onderzoek naar de (on)redelijkheid van uitkomsten van berekeningen

Praktijkgericht Onderzoek

Remco Vasterink

Universiteit Utrecht, IVLOS Lerarenopleiding, cluster: februaristart 2010

Afronding onderzoek oktober 2011

Samenvatting

Studenten en leerlingen maken bij de exacte vakken vaak fouten bij berekeningen. Soms ontstaan hierdoor onzinnige en onrealistische antwoorden. Hoe komt het dat onrealistische antwoorden soms worden opgeschreven zonder dat de student of de leerling zelf inziet dat het niet kan kloppen? Hoe kan het dat studenten denken dat een televisie een elektrisch vermogen heeft van 6000 Watt?

De literatuur geeft verschillende verklaringen, de rekenmachine is de boosdoener, het veranderende rekenonderwijs is de oorzaak of het komt doordat studenten niet worden gestimuleerd hun intuïtie op dat vlak te ontwikkelen. In dit artikel wordt bij docenten die in opleiding zijn voor de schoolvakken natuur- en scheikunde onderzocht hoe goed ze kunnen schatten en tevens wordt onderzocht of zij behoefte hebben aan instructie zodat ze beter leren schattingen te maken. Verder wordt onderzocht in hoeverre de lerarenopleiding het "schattend rekenen" behandeld en wat lerarenopleiders van dit onderwerp vinden.

Een van de belangrijkste conclusies van dit artikel is dat lerarenopleiders in de exacte vakken samen met hun studenten meer aandacht zouden kunnen besteden aan het aanleren van methoden om antwoorden in te schatten. Studenten hebben hier behoefte aan en geven aan dat ze hierin graag ondersteund worden. Naar aanleiding van deze en andere conclusies worden een aantal aanbevelingen gedaan die ervoor zouden kunnen zorgen dat het onderwijs anders wordt ingericht zodat in de toekomst misschien minder studenten en leerlingen onrealistische antwoorden klakkeloos opschrijven.

Inleiding

“Meneer, meneer ik heb het antwoord! De interne diameter van de buizen van de warmtewisselaar zijn 5,8 meter, ik heb het uitgerekend met mijn grafische rekenmachine!”. Hoewel het enthousiasme vaak aanstekelijk kan zijn werd het enthousiasme echter zienderogen minder nadat ik de desbetreffende MBO-leerling procestechnologie door een aantal gerichte vragen zelf in had laten zien dat zijn antwoord buiten proporties was. De afmetingen die je van een warmtewisselaar in de procesindustrie redelijkerwijs verwacht, zijn van een andere orde. Ik vroeg me af of hij wel in kon schatten hoe groot 5,8 meter is. De gemiddelde hoogte van een verdieping in een huis is ongeveer 2,5 tot 3 meter. Een huis van 5,8 meter hoog, twee verdiepingen en eventueel een klein zoldertje, is dus niet onredelijk, hoewel de werkelijke hoogte vast af zal wijken van mijn grove schatting. De warmtewisselaar had 50 parallelle buizen die, volgens de leerling, dus allemaal een diameter zouden moeten hebben ter grootte van de hoogte van een eengezinswoning. Nadat ik de leerling door gerichte vragen te stellen zelf tot het inzicht liet komen dat zijn antwoord op zijn minst erg onrealistisch was, ging hij wederom driftig aan het rekenen met zijn GR. Aangezien mij dat niet erg nuttig leek heb ik hem voorgesteld om eerst met een stuk papier en een pen een realistische schatting te maken van het antwoord; een *educated guess*. Een berekend antwoord dat uiteindelijk 20%, 40% of zelfs meer afwijkt van de gemaakte schatting is niet zo erg, zolang de orde grootte van de schatting maar klopt. Een realistische schatting van een antwoord zorgt ervoor dat iemand gedwongen wordt om over de redelijkheid van getallen, fysische grootheden en antwoorden na te denken, dit voorkomt onzinnige uitkomsten van berekeningen.

De bovenstaande casus is slechts een voorbeeld van een keur aan onzinnige antwoorden die ik de afgelopen jaren ben tegengekomen in het voortgezet onderwijs, het middelbaar- en hoger beroepsonderwijs en het academische onderwijs. Schoorstenen van 1800 meter hoog, reactiesnelheidsconstanten zo groot dat binnen luttele seconden de jaarproductie aspirine gemaakt zou kunnen worden, auto's die met 100 m/s door het centrum van een stad rijden of een gloeilamp die per jaar 10.000 euro aan energie verbruikt; het kan allemaal niet op. De vraag waarom leerlingen en studenten tot deze onredelijke antwoorden komen, heeft mij vaak beziggehouden. Zijn ze gepreoccupeerd door de antwoorden die oplichten in het scherm van de GR? Hebben ze echt geen idee van de orde-grootte van fysische en chemische grootheden? Is hen ooit aangeleerd om eerst na te denken over het verwachte antwoord, en een schatting te maken, voor de werkelijke uitkomst te berekenen? Zijn docenten en wetenschappers doordrongen van deze problematiek of ben ik wellicht de enige die dit, terecht of onterecht, heb gesignaleerd? Dit artikel zal trachten een aantal van deze vragen te beantwoorden. Om tot een duidelijke en afgebakende vraagstelling te komen zal echter eerst een antwoord worden gezocht op de laatste vraag.

In de ochtend van 16 juli 1945 was Enrico Fermi, een Italiaanse natuurkundige, ooggetuige van de eerste nucleaire explosie in de woestijn van New Mexico. Fermi was een van de belangrijkste wetenschappers van het geheime project in de Verenigde Staten, het Manhattanproject, dat tijdens de Tweede Wereldoorlog belast was met de ontwikkeling van een atoomwapen. Over zijn ervaringen op die 16^{de} juli 1945 schreef hij later:

On the morning of the 16th of July, I was stationed at the Base Camp at Trinity in a position about ten miles from the site of the explosion.

The explosion took place at about 5:30 A.M. ...

About 40 seconds after the explosion the air blast reached me. I tried to estimate its strength by dropping from about six feet small pieces of paper before, during and after the passage of the blast

wave. Since at the time, there was no wind I could observe very distinctly and actually measure the displacement of the pieces of paper that were in the process of falling while the blast was passing. The shift was about $2\frac{1}{2}$ meters, which, at the time, I estimated to correspond to the blast that would be produced by ten thousand tons of T.N.T. (Fermi, 1945)

Het duurde weken voordat de berekeningen, die gebaseerd waren op de officiële metingen van de snelheid en druk van de schokgolf, afgerond waren. Wat bleek was dat de schatting van Fermi, dat de explosie ongeveer overeenkwam met een explosie van tienduizend ton TNT, vrij nauwkeurig was. (Baeyer, 1988) Fermi stond er om bekend dat hij antwoorden goed kon schatten. Het afschatten van de orde van grootte van een antwoord op een natuurkundig, scheikundig, wiskundig of ander wetenschappelijk probleem wordt daarom ook wel een Fermi-probleem genoemd. (Baeyer, 1988) (Robinson, 2008)

Een bekend voorbeeld is de schatting hoeveel pianostemmers er in Chicago zijn. Er kan eventueel precies worden bepaald hoeveel pianostemmers er in Chicago zijn, maar dat is logistiek ingewikkeld en kost veel tijd en geld. Door te schatten hoeveel families in Chicago een piano hebben, hoe vaak een piano gestemd moet worden en hoeveel piano's een pianostemmer per dag kan stemmen kan er een redelijke schatting worden gemaakt van het aantal pianostemmers dat werkzaam is in Chicago. Het verkregen antwoord is natuurlijk niet exact maar het geeft aan dat hoewel het exacte antwoord niet bekend is, er een aannemelijke schatting kan worden gemaakt door bepaalde aannames te maken. Een moeilijk op te lossen probleem wordt in feite opgesplitst in eenvoudig te schatten deelproblemen en het eindantwoord vloeit voort uit het samenvoegen van de antwoorden op de deelproblemen. (Baeyer, 1988) Op die manier zou bijvoorbeeld kunnen worden geschat hoeveel zonnecellen er nodig zijn om een bepaalde hoeveelheid energie te genereren, hoeveel kubieke meter water er in een zwembad gaat of hoeveel auto's er in Nederland zijn.

Technologen en wetenschappers maken vaak ruwe schattingen van bepaalde grootheden om een idee te krijgen of bepaalde ideeën, berekeningen en concepten realistisch of uitvoerbaar zijn. In deze context zal het zeker belangrijk zijn dat de betrokkenen realistische schattingen kunnen maken. Hoe kunnen ze anders gesprekken en discussies voeren met vakcollega's en opdrachtgevers? In dit paper ligt de focus echter op leerlingen en studenten. Hebben leerlingen en studenten er baat bij om te leren hoe een probleem op een "Fermi manier" kan worden geschat en kan dit onzinnige antwoorden op berekeningen voorkomen? Tevens is het interessant om te achterhalen of, en hoe, leerlingen en studenten gestimuleerd worden om een schatting van een antwoord te maken voordat de werkelijke exacte berekening wordt gemaakt.

Een veel gehoorde klacht over studenten is dat ze geen gevoel voor getallen meer hebben. In een studie van Levin uit 1981 werd hier al melding van gemaakt. Levin verklaart dit verschijnsel door de verandering van het onderwijs in wiskunde aan de orde te stellen. Door de opkomst van de rekenmachine werd de klassieke manier van instructie, namelijk sommen maken met pen en papier, overhoop gehaald. Leerlingen en docenten zouden door het gebruik van de rekenmachine niet meer gemotiveerd zijn om te leren hoe berekeningen werkelijk in elkaar zitten. Als oplossing voor dit probleem komt hij met een duidelijke oplossing: leerlingen zouden expliciet instructie moeten krijgen hoe antwoorden geschat kunnen worden zonder hierbij rekenmachines te gebruiken. (Levin, 1981) Dat rekenmachines steeds meer worden gebruikt in de klas is ook een reden voor Gliner om te concluderen dat het leren schatten van een antwoord een onderdeel van het wiskunde onderwijs moet zijn. Zij komt tot de conclusie dat studenten wellicht meer zelfvertrouwen krijgen in wiskunde wanneer hen op school is geleerd hoe antwoorden wiskundig geschat kunnen worden. De kans op succes kan daardoor toenemen. (Gliner, 1991) In de *Estimation Study* van het U.S. Department of Education wordt het schatten van antwoorden als een belangrijke, zelfs noodzakelijke, vaardigheid gezien die iedere leerling onder de knie zou moeten hebben en daardoor onderdeel van het school curriculum zou moeten zijn. (Mitchell, 1999) Verder is het volgens het *New Jersey Mathematics Curriculum Framework*,

een handleiding voor docenten in de staat New Jersey in de Verenigde Staten, belangrijk dat een leerling een antwoord kan schatten om zodoende de redelijkheid van een berekend antwoord, dat met de rekenmachine verkregen is, te beoordelen. De intuïtie van leerlingen is ondermijnd doordat veel te lang de nadruk heeft gelegen op het uitrekenen van exacte antwoorden met behulp van rekenmachines. Om dit tijt te keren moeten leerlingen en studenten de mogelijkheid krijgen om te oefenen met het schatten van antwoorden op berekeningen zodat zij een betere intuïtie krijgen welke antwoorden reëel en aannemelijk zijn en welke antwoorden onrealistisch. (New Jersey Mathematics Curriculum Framework, 1997)

De Canadese docent Robinson constateert het volgende probleem bij eerstejaars natuurkunde studenten: door het gebruik van rekenmachines zijn studenten het niet gewend om een schatting van de orde-grootte van een berekening te maken. Tevens gebruiken onervaren studenten vaak de *'hunt for an equation'*-strategie waarbij er net zolang wordt gezocht tot er een formule is gevonden waar alle variabelen in kunnen worden ingevuld. Omdat studenten niet de vaardigheden bezitten om Fermi-problemen op te lossen heeft hij strategieën om antwoorden te schatten in zijn lessen geïntroduceerd en onderzocht wat de invloed van het aanleren van deze strategieën op de resultaten van de studenten was. Hoewel zijn onderzochte groep klein was, concludeert hij dat studenten die bovengemiddeld scoren beter gaan scoren op een reguliere toets wanneer ze hebben geleerd om Fermi-problemen op te lossen. Studenten die meer moeite hebben met traditionele opgaven scoorden juist slechter nadat ze hadden geleerd om Fermi-problemen op te lossen. (Robinson, 2008)

De bovenstaande literatuur onderbouwd en versterkt mijn vermoeden dat de door mij in de inleiding geschetste problematiek door andere docenten, beleidsmakers en wetenschappers ook als een probleem wordt gezien dat aandacht verdient. De oorsprong van het probleem lijkt eenduidig; de rekenmachine lijkt de kwade genius. De oplossing ligt ook voor de hand; leer leerlingen en studenten methoden om een antwoord te schatten en leer ze om Fermi-problemen op te lossen. Dat vergroot hun inzicht in de orde-grootte van rekenkundige antwoorden op natuurkundige, scheikundige of andere natuurwetenschappelijke berekeningen. Van Groenestijn, lector Gecijferdheid aan het kenniscentrum Educatie van de Hogeschool Utrecht, schrijft dat iemand die gecijferd is, moet beschikken over competenties voor het managen van rekenkundige situaties. Van een volwassene mag bijvoorbeeld worden verwacht dat hij of zij: *'Een algemeen rekenwiskundige houding heeft ontwikkeld met een goed gevoel voor getallen'. Dat betekent onder andere dat hij betekenis kan geven aan getallen in hun context, kan beredeneren of getallen kloppen, maten en afstanden kan schatten'*. (Groenestijn, 2010) Het lijkt redelijk om aan te nemen dat indien van elke volwassene het bovenstaande mag worden verwacht dat dit zeker geldt voor leerlingen en studenten die onderwerpen van de exacte wetenschappen bestuderen.

Docenten zijn de aangewezen personen om leerlingen en studenten de vaardigheden aan te leren die nodig zijn om een *educated guess* te kunnen maken en om de aannemelijkheid van berekeningen in te kunnen schatten. Omdat docenten worden opgeleid aan de diverse lerarenopleidingen is er een grote rol weggelegd voor deze instituten om de leraren-in-opleiding kennis te laten maken met schattend rekenen; een methode waarbij geen gebruik wordt gemaakt van rekenmachines en formulebladen. Wellicht zou dit duidelijk in het curriculum van deze opleidingen moeten worden verankerd. Toetsopgaven waarin deze belangrijke competentie wordt getoetst zouden misschien ook onderdeel moeten worden van de reguliere toetsen. Daarom richt dit onderzoek zich op de volgende vraag: leren lerarenopleiders die exacte vakken doceren hun studenten om getallen en uitkomsten af te schatten en het eindantwoord met het gezonde verstand te beoordelen? Hebben studenten die studeren aan de lerarenopleiding natuurkunde en scheikunde behoefte aan training in deze vaardigheid en in hoeverre bezitten zij deze vaardigheid al? Om deze vraag te beantwoorden zullen een aantal deelvragen moeten worden beantwoord.

1. Wordt er in het curriculum van lerarenopleidingen exacte vakken aandacht besteed aan afschatten en Fermi-problemen?
2. Zien lerarenopleiders het nut in van het leren afschatten en het leren oplossen van Fermi-problemen?
3. Hoe denken toekomstige docenten in de exacte vakken over dit onderwerp?
4. Hoe goed kunnen toekomstige docenten in opleiding antwoorden afschatten?
5. Hoe staan lerarenopleiders en docenten in opleiding tegenover het voorstel om het leren afschatten en oplossen van Fermi-problemen meer aandacht te geven tijdens de opleiding tot docent?

Methode

De methode die is gebruikt om de bovenstaande vragen te beantwoorden bestaat uit twee verschillende onderdelen. Ten eerste is het curriculum van de lerarenopleidingen natuurkunde en scheikunde onderzocht en gekeken of afschatten en het bepalen van de orde-grootte van grootheden onderdeel is van de diverse cursussen. Tevens is er gesproken met vier lerarenopleiders en aan hun gevraagd of ze het nuttig zouden vinden wanneer er in de lerarenopleiding meer aandacht zou worden besteed aan het leren afschatten van natuurwetenschappelijke grootheden.

Ten tweede is er een enquête ontwikkeld (zie bijlage 1) die is afgenomen bij docenten in opleiding die studeren voor een lerarengraad in de natuurkunde of de scheikunde. Deze enquête bestaat uit twee onderdelen. In het eerste onderdeel wordt er door middel van een 18-tal vragen, waar de studenten door middel van afschatten een antwoord moesten geven, bepaald in hoeverre de studenten de capaciteit hebben om antwoorden in te schatten en de orde-grootte van natuurwetenschappelijke grootheden te bepalen. Het tweede onderdeel bestaat uit een evaluatie waarin de vragen uit het eerste onderdeel worden geëvalueerd en waar algemene vragen moesten worden beantwoord over de nut en noodzaak van afschatten in het onderwijs. De eisen die aan de enquête zijn gesteld, zijn hieronder geformuleerd.

Bij het eerste onderdeel:

1. In te vullen in 5 tot 10 minuten.
2. Vragen over diverse onderwerpen uit de beleveniswereld van de studenten, uit het dagelijkse leven en abstracter van aard.
3. Vragen die eenvoudig af te schatten zijn en vragen die meer inzicht vragen en soms een extra denkstap vergen.
4. Meerkeuze vragen en open vragen. Dit om te achterhalen of het wellicht eenvoudiger is om het juiste antwoord uit een lijst van mogelijke antwoorden te kiezen dan het volledig zelf maken van een schatting.

Bij het tweede onderdeel:

1. Vragen die evalueren wat de studenten van de opgaven uit deel 1 vonden (moeilijk, makkelijk, goed gemaakt, slecht gemaakt)
2. Vragen die evalueren of een student soms een antwoord afschat voor- of nadat een berekening wordt gemaakt.
3. Vragen over het gebruik van de rekenmachine en hoofdrekenen.
4. Vragen die evalueren of studenten van mening zijn of het huidige curriculum voorziet in het leren van schatten en het leren van het bepalen van de orde-grootte.

5. Vragen die evalueren of studenten de nut en de noodzaak inzien van het leren van schatten en het bepalen van de orde-grootte.

De enquête is ingevuld door in totaal 38 studenten. Deze studenten kunnen worden onderverdeeld in voltijd- of deeltijdstudenten, docenten in opleiding voor het schoolvak natuurkunde of scheikunde en ze kunnen worden onderverdeeld op basis van leeftijd. Tijdens het invullen van de enquête was het gebruik van rekenmachines niet toegestaan en onderling overleg tussen de studenten evenmin. Voordat de enquête werd uitgedeeld, werd aangegeven dat het niet de bedoeling was om de antwoorden exact uit te rekenen, maar om snel een *educated guess* te maken en zeker niet te lang na te denken over het in te vullen antwoord.

De resultaten van de enquête zijn verwerkt en statistisch geanalyseerd met behulp van Microsoft Excel. De data en tabellen staan in bijlage 3. De belangrijkste resultaten en bevindingen worden nu besproken.

Resultaten

Bij het bestuderen van de curricula werd duidelijk dat er niet structureel aandacht wordt besteed aan het leren afschatten en het maken van orde-grootte inschattingen. Het aanleren van deze vaardigheid is niet direct in het curriculum verankerd. Bij één vak worden metingen gedaan die ook geschat moeten worden. In hoeverre individuele docenten aan de lerarenopleiding tijdens hun lessen aandacht besteden aan afschatten en orde-grootte is onduidelijk; dit zal in grote mate afhangen van de individuele docent. Lerarenopleiders geven wel aan dat ze er de meerwaarde van inzien wanneer er in de lerarenopleiding meer aandacht besteed zou worden aan schatten.

De enquête is ingevuld door 38 studenten waarvan 18 deeltijd- en 20 voltijdstudenten. Twintig studenten waren in opleiding voor de lesbevoegdheid voor scheikunde en 18 voor natuurkunde. De gemiddelde leeftijd was 25,8. De spreiding in leeftijd was groot: de jongste student was 18 jaar en de oudste 50.

De bespreking van de resultaten van de enquête valt uiteen in drie verschillende onderdelen. Als eerste zullen de resultaten van de meerkeuzevragen van onderdeel A worden besproken. Vervolgens worden de resultaten van de openvragen van onderdeel A onder de loep genomen en tot slot volgt een bespreking van de bevindingen die onderdeel B heeft opgeleverd.

Bevindingen meerkeuzevragen van onderdeel A

In totaal werd 49% van de meerkeuze vragen goed beantwoord. Er is een grote spreiding per vraag te zien. De vraag "Hoeveel woorden staan er ongeveer op één A-4tje getypte tekst?" werd door 79% van de studenten goed beantwoord. De vraag "Schat hoeveel baby's er per dag in Nederland geboren worden" werd echter maar door 3 studenten (8%) goed beantwoord. De andere vragen werden ook met wisselend succes beantwoord. Tabel 1 in bijlage 3 toont per vraag het aantal studenten dat de betreffende vraag goed heeft beantwoord.

Uit het bovenstaande volgt dat iedere student gemiddeld 4,9 vragen (49%) goed heeft beantwoord. Er is ook een grote spreiding per student waar te nemen. Er was één student met slechts één goed antwoord en er was één student die acht vragen goed heeft beantwoord. Het overgrote gedeelte van de studenten heeft echter 4, 5 of 6 vragen goed beantwoord.

Opgemerkt dient te worden dat de bovenstaande berekende percentages en aantallen berekend zijn voor meerkeuze vragen waarbij gekozen kon worden uit vier verschillende opties. Dit houdt in dat, indien de steekproef groot genoeg zou zijn, 25% van de vragen goed zouden zijn ingevuld wanneer de antwoorden willekeurig zouden worden ingevuld; er is namelijk een kans van 25% dat een antwoord goed wordt gekocht wanneer er willekeur wordt gekozen. De percentages dienen dus naar beneden bijgesteld te worden. Een conclusie op basis van een veilige en conservatieve interpretatie van de bovenstaande gegevens is dat een ruime minderheid van het aantal meerkeuze vragen door de studenten correct is beantwoord. Het gegeven dat sommige vragen veel beter zijn beantwoord dan andere vragen, bevestigt het vermoeden dat het vermogen om een antwoord te schatten afhankelijk is van de geschetste context en beleveniswereld; dit is dan ook de tweede conclusie die getrokken kan worden uit dit gedeelte van de enquête. Het lijkt logisch dat het eenvoudiger voor een student is om het aantal woorden op een a-4tje te schatten dan het aantal baby's dat per dag in Nederland wordt geboren of het jaarverbruik aan elektrische energie van een gezin in Nederland. Een derde en laatste conclusie is dat er een groot verschil tussen de studenten bestaat wat betreft de capaciteit om antwoorden te schatten.

Bevindingen open vragen van onderdeel A

Bij het analyseren van de open vragen zijn een aantal berekeningen gemaakt. De gemiddelde waarden van de antwoorden die de studenten per vraag hebben gegeven zijn berekend, alsmede de standaarddeviatie van dat gemiddelde. Deze twee statistische parameters zijn berekend om te bepalen in hoeverre de berekende gemiddelde waarde overeenkomt met het goede antwoord op een vraag. Tabel 2 in bijlage 3 toont per open vraag het goede antwoord, de gemiddelde berekende waarde en de standaarddeviatie. Tevens is per vraag het laagste en het hoogste antwoord bepaald dat door de studenten gegeven is. Geconcludeerd kan worden dat de gemiddelde waarde over het algemeen in het geheel niet overeenkomt met de juiste waarde en dat de standaard deviatie groot is. Het verschil tussen het laagste en het hoogste antwoord is voor elke vraag ook groot tot zeer groot. Dit verschil is ongeveer een factor 5 bij vraag 18 tot een factor van maar liefst 250 bij vraag 12.

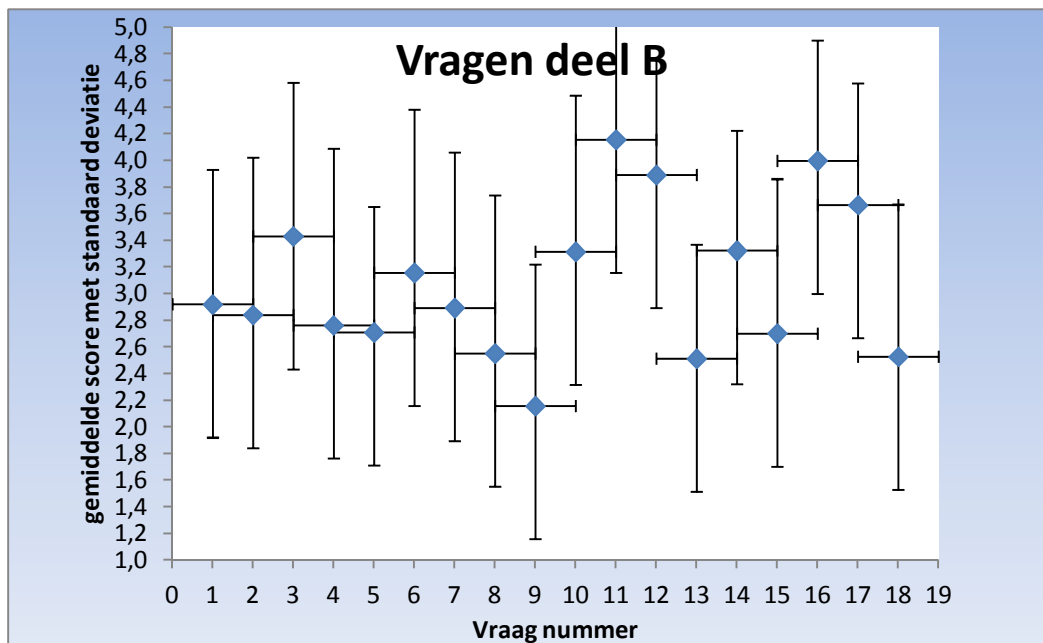
Aangezien er in de enquête bij elke vraag een schatting van een waarde werd gevraagd is het niet verwonderlijk dat er een grote diversiteit in antwoorden ontstaat; de gegevens in de vorige paragraaf zijn hiervoor illustratief. Om in te schatten of een student een antwoord goed of fout heeft ingeschat is het niet mogelijk om een directe vergelijking met het door mij voorgestelde juiste antwoord te maken. Het is immers vrijwel onmogelijk om het exacte antwoord te geven. Realistischer is het om te bepalen of de antwoorden van de studenten binnen een bepaalde bandbreedte rondom het juiste antwoord liggen. Er is voor het volgende gekozen: indien het antwoord van een student valt binnen een bandbreedte van $\pm 50\%$ rondom het juiste antwoord dan is er gesteld dat de schatting realistisch is. Een schatting die buiten dit gebied valt wordt als onrealistisch beschouwd. In tabel 2 in bijlage 3 staat per vraag het aantal studenten dat een antwoord binnen de bandbreedte heeft gegeven alsmede het bijbehorende percentage. De vragen die volgens deze methode het beste beantwoord zijn, hebben een score van 81%. Deze vragen zijn vraag 17: schat de dichtheid van zuivere ethanol (alcohol) bij kamertemperatuur in kg/liter. (water heeft een dichtheid van 1,0 kg/liter) en vraag 18: schat de massa (in kg) van een personenauto met 4 inzittenden. Vraag 14 heeft de slechtste score (26%). Deze vraag was: hoeveel minuten moet je ongeveer fietsen (20 km/h) om de energie van één kroket te verbranden? Het grote verschil tussen de resultaten voor deze vragen is niet vreemd. De hoeveelheid energie die in voedingsmiddelen zit en de hoeveelheid energie die je verbrandt bij beweging is

waarschijnlijk veel abstracter en moeilijker voor te stellen dan de dichtheid van een bekende vloeistof of de massa van een auto met inzittenden.

Het totaal aantal antwoorden op de open vragen dat binnen de gestelde bandbreedte ligt, komt overeen met 47%. Ongeveer de helft van het aantal antwoorden wordt "correct" geschat en ongeveer de andere helft wordt foutief geschat.

Bevindingen onderdeel B: de evaluatie

De vragen van onderdeel B konden worden beantwoord met een score tussen 1 (helemaal mee oneens) en 5 (helemaal mee eens). Van elke vraag werd de gemiddelde score en de standaarddeviatie uitgerekend. Tevens werd de modus van elke vraag uitgerekend. Tabel 3a en 3b in bijlage 3 toont de resultaten. Tevens zijn de gemiddelde scores en de bijbehorende standaarddeviaties in de onderstaande grafiek 1 weergegeven. Wat opvalt is dat de standaarddeviatie bij elke vraag erg groot is.



Grafiek 1: de gemiddelde score en de standaarddeviatie van de evaluatie vragen (onderdeel B)

Op de vraag of de opgaven moeilijk worden gevonden wordt door de studenten met een gemiddelde score van 2,9 geantwoord. Tevens wordt met een gemiddelde score van 2,8 aangegeven dat ze denken dat ze de opgaven goed hebben gemaakt. Er was dus een goede mix van eenvoudige vragen en moeilijke vragen. Dit komt overeen met de resultaten uit onderdeel A waar duidelijk werd dat sommige vragen erg goed en anderen erg slecht werden gemaakt.

Er wordt vaker achteraf gecontroleerd of een antwoord realistisch is (vraag 3, gemiddelde score 3,4) dan dat er van tevoren een inschatting van een antwoord wordt gemaakt (vraag 4, gemiddelde score 2,8). Met een gemiddelde score van 2,7 geven de studenten aan dat ze het gemakkelijk vinden om de orde-grootte van een uitkomst van een berekening in te schatten (vraag 5).

Vraag 6, 7 en 9 gaan over het gebruik van rekenmachines. Met een gemiddelde score van 3,2 geven studenten aan dat ze geregeld iets uit het hoofd uitrekenen zonder een rekenmachine te gebruiken (vraag 6). Op de vraag of ze geregeld een rekenmachine gebruiken voor sommen die

eenvoudig uit het hoofd uitgereken kunnen worden (vraag 7), wordt met een gemiddelde score van 2,9 geantwoord. Opgemerkt dient te worden dat de standaarddeviaties bij vraag 6 en 7 groot zijn, wat inhoudt dat er waarschijnlijk studenten zijn die vaak naar een rekenmachine grijpen en studenten die dat minder vaak doen. Indien er gevraagd wordt of studenten vinden dat ze niet hoeven te leren een antwoord in te schatten omdat ze daar rekenmachines voor hebben, wordt daar met een gemiddelde score van 2,2 op geantwoord (vraag 9).

Zijn de studenten van mening dat er tijdens hun eigen middelbareschooltijd door docenten aandacht werd besteed aan het afschatten van antwoorden? Er wordt met een gemiddelde score van 2,6 op deze vraag (vraag 8) antwoord gegeven. Wederom is de standaarddeviatie groot waardoor er over deze vraag verschillende wordt gedacht.

De vragen 10, 11, 12 en 16 geven inzicht in het nut en de importantie die studenten geven aan het goed kunnen schatten van antwoorden. Met een gemiddelde score van 3,3 wordt er antwoord gegeven op de vraag of ze graag beter leren hoe de orde-grootte van uitkomsten van berekeningen kunnen worden geschat (vraag 10). Tevens vinden de studenten het vanzelfsprekend dat leerlingen goed uit hun hoofd leren rekenen (vraag 11, gemiddelde score 4,2) en belangrijk dat er op de middelbare school aandacht wordt besteed aan het schatten van uitkomsten van berekeningen (vraag 12, gemiddelde score 3,9). Bij vraag 16 geven ze met een gemiddelde score van 4,0 aan dat ze het belangrijk vinden dat docenten natuurkunde en scheikunde de orde-grootte van uitkomsten van berekeningen goed kunnen afschatten. Geconcludeerd kan worden dat de studenten het over het algemeen belangrijk vinden dat leerlingen en studenten goed kunnen hoofdrekenen en goed leren hoe ze antwoorden moeten schatten en dat ze het belangrijk vinden dat docenten natuur- en scheikunde antwoorden goed kunnen schatten.

Staan de studenten tijdens de lessen die ze zelf geven op hun stageschool wel een stil bij de onderwerpen schatten en orde-grootte (vraag 15)? De gemiddelde score op deze vraag is 2,7. Over het algemeen kan gesteld worden dat de studenten graag zouden zien dat er tijdens hun opleiding tot docent meer aandacht zou worden besteed aan het leren van schatten en het bepalen van de orde-grootte (vraag 14, gemiddelde score 4,0). De vraag (vraag 13) of er tijdens de cursussen op de lerarenopleiding geregeld wordt stilgestaan bij deze onderwerpen wordt beantwoord met een gemiddelde score van 2,5.

Denken de studenten tot slot of het voor hun eenvoudiger zal worden om bepaalde ingewikkelde concepten te begrijpen wanneer ze zouden kunnen inschatten wat de waarden van de betreffende variabelen zouden zijn (vraag 17)? De meesten denken van wel gezien de gemiddelde score van 3,7 op deze vraag. Helaas komt het echter nu bij veel studenten voor dat ze zich geen enkele voorstelling kunnen maken bij de waarden van bepaalde natuurwetenschappelijke grootheden gezien de gemiddelde score van een 2,5 op vraag 18.

Discussie

In de nu volgende discussie zal met behulp van alle bovenstaande resultaten antwoorden worden geformuleerd op de onderzoeksvragen uit de inleiding. Verder mag een kritische blik en een discussie over de resultaten niet ontbreken. Deze discussie zal worden afgesloten met een aantal aanbevelingen en suggesties voor verder onderzoek.

Conclusies

De onderzoeksvraag die in de inleiding van dit artikel werd gesteld was: leren lerarenopleiders die exacte vakken doceren hun studenten om getallen en uitkomsten af te schatten en het eindantwoord met het gezonde verstand te beoordelen? Hebben studenten die studeren aan de lerarenopleiding natuurkunde en scheikunde behoefte aan training in deze vaardigheid en in hoeverre bezitten zij deze vaardigheid al? Er zijn 5 deelvragen gesteld en deze zullen eerst worden beantwoord waarna er een antwoord op de hoofdvraag wordt gegeven.

1. Wordt er in het curriculum van lerarenopleidingen exacte vakken aandacht besteed aan afschatten en Fermi-problemen?

De bestudering van het curriculum en gesprekken met docenten aan de lerarenopleiding laat zien dat er niet gestructureerd aandacht wordt gegeven aan afschatten en het bepalen van de orde-grootte van natuurwetenschappelijke grootheden. Hiermee wordt niet beweerd dat het helemaal niet gebeurt: in één vak wordt er zeker aandacht aan besteed en tijdens andere vakken waarschijnlijk af en toe, dit afhankelijk van de docent. Uit de enquête volgt dat studenten aan de lerarenopleiding graag zouden zien dat er meer aandacht aan deze onderwerpen zou worden besteed.

2. Zien lerarenopleiders het nut in van het leren afschatten en het leren oplossen van Fermi-problemen?

Tijdens het uitvoeren van dit onderzoek werd er door de lerarenopleiders aangegeven dat ze er zeker het nut van inzien dat studenten leren hoe ze kunnen afschatten en hoe ze Fermi-problemen op kunnen lossen. Tevens werd er vaak enthousiast gereageerd op het onderzoek en uitgekeken naar de uitkomsten van dit onderzoek.

3. Hoe denken toekomstige docenten in de exacte vakken over dit onderwerp?

Studenten vinden het over het algemeen belangrijk dat leerlingen en studenten goed kunnen hoofdrekennen en goed leren hoe ze antwoorden moeten schatten en ze vinden het belangrijk dat docenten natuur- en scheikunde antwoorden goed in kunnen schatten. Verder zien studenten graag dat er tijdens de opleiding tot docent natuurkunde of scheikunde meer aandacht zou worden besteed aan deze onderwerpen. Velen denken ook dat ze ingewikkelde concepten eenvoudiger zouden kunnen begrijpen wanneer ze een betere inschatting van natuurwetenschappelijke grootheden zouden kunnen maken. Het lijkt er dus op dat studenten graag beter willen leren hoe ze moeten afschatten en daar zeker het voordeel van inzien. De reactie van de studenten op dit onderzoek en de enquête doet dit ook vermoeden. In de wandelgangen kreeg ik reacties zoals: "leuk en belangrijk onderzoek", "ik ben benieuwd naar de resultaten" en "ik had laatst op mijn stageschool een leerling die ook een onrealistisch antwoord gaf en het viel me direct op".

4. Hoe goed kunnen toekomstige docenten in opleiding antwoorden afschatten?

Van de meerkeuzevragen van onderdeel A van de enquête werd 49% goed beantwoord. Van de open vragen van onderdeel B werd 47% binnen de gestelde marge goed beantwoord. Er is een groot verschil te zien tussen de scores van de verschillende vragen. Tevens is er een groot verschil te zien tussen de scores van de verschillende studenten. Sommige vragen werden zeer goed beantwoord en andere vragen zeer slecht. Analyse van de scores van de verschillende

vragen doet vermoeden dat vragen die dichter bij de beleveniswereld van de studenten liggen beter worden beantwoord dan vragen die abstracter zijn en minder met de beleveniswereld van de studenten te maken hebben. Dit zou wellicht kunnen betekenen dat indien er meer aandacht zou worden besteed aan het leren maken van realistische schattingen, de focus zou moeten liggen bij abstractere en minder goed visualiseerbare natuurwetenschappelijke grootheden. Aangezien sommige studenten zelfs moeite hebben met het inschatten van afstanden en volumes zullen deze studenten ook baat hebben bij het aanleren van een gestructureerde methode waarmee eenvoudige schattingen kunnen worden gemaakt.

5. Hoe staan lerarenopleiders en docenten in opleiding tegenover het voorstel om het leren afschatten en oplossen van Fermi-problemen meer aandacht te geven tijdens de opleiding tot docent?

Hierop kan een kort en eenvoudig antwoord worden geformuleerd. Tijdens de gesprekken en uit de analyse van de resultaten van de enquête volgt dat zowel lerarenopleiders als docenten in opleiding graag zouden zien dat er meer aandacht wordt besteed aan afschatten en het oplossen van Fermi-problemen. Hiermee zeg ik duidelijk niet dat het bovenstaande ook mogelijk is, door iedereen onderschreven wordt of een prioriteit heeft. De uitdrukking van persoonlijke wensen kunnen niet eenvoudig worden vertaald naar algemene noodzaken en mogelijkheden, daartoe schiet dit onderzoek te kort.

Het antwoord op de hoofdvraag biedt een mooie samenvatting van de conclusies: lerarenopleiders in de exacte vakken zouden samen met hun studenten meer aandacht kunnen besteden aan het aanleren van methoden om antwoorden in te schatten en Fermi-problemen op te lossen. Studenten hebben hier behoefte aan en geven aan dat ze hierin graag ondersteund worden. De resultaten van onderdeel A van de enquête laten zien dat er nog veel verbeterd kan worden wat betreft de capaciteiten van studenten om antwoorden in te schatten, hoewel sommige studenten het veel beter doen dan anderen.

Kritische reflectie op de conclusies

In dit onderzoek zijn veel vragen gesteld, veel berekeningen gemaakt en veel conclusies getrokken. Een kritische noot is echter op zijn plaats. Dit onderzoek is uitgevoerd bij een instituut waar docenten worden opgeleid omdat naar mijn mening de basis voor goed onderwijs wordt gelegd bij het opleiden van goede docenten. Wanneer docenten in opleiding beter worden in het schatten van antwoorden, en het nut daarvan inzien, dan kunnen ze dit gebruiken tijdens hun lessen in het voortgezet onderwijs. Een soortgelijk onderzoek in het voortgezet onderwijs zou misschien nog een andere of aanvullende kijk op de resultaten kunnen geven.

Ook moet opgemerkt worden dat door de grote variatie in antwoorden en de grote standaarddeviaties die gevonden worden het moeilijk is om een gedegen wetenschappelijk antwoord op de onderzoeksvraag te geven. Tevens is de bandbreedte, die ik heb gekozen voor de analyse van de open vragen van onderdeel A, een keuze geweest die discussie kan oproepen. Is een andere bandbreedte slechter of beter? Nee, mijn keuze is gedaan om de kwantitatieve gegevens te kunnen kwalificeren. Een andere keuze had andere kwalitatieve resultaten opgeleverd. In dat licht kan deze studie gezien worden als een vooronderzoek dat wellicht een bepaalde trend aangeeft. Om ferme conclusies te trekken is verder onderzoek echter noodzakelijk. Mijn bovenstaande conclusies en onderstaande aanbevelingen hebben dus niet de pretentie de absolute waarheid aan te geven maar

schetsen een trend die ik tijdens het onderzoek geconstateerd heb en die bevestigd wordt door de literatuur waaraan gerefereerd is alsmede door mijn eigen ervaringen.

In dit onderzoek is geen rekening gehouden met eventuele interacties tussen de leeftijd van de student en het resultaat van de enquête. Verder is er ook geen rekening gehouden met eventuele interacties tussen studierichting en het resultaat, soort opleiding (deeltijd of voltijd) en het resultaat en de eventuele interactie tussen de score van een student op onderdeel A van de enquête en het resultaat van onderdeel B, de evaluatie. Deze analyses zouden uitgevoerd kunnen worden maar er is voor gekozen om dit niet te doen, aangezien deze studie niet is opgezet om deze interacties aan te tonen. *Data mining* zou in dat geval een gevaar opleveren aangezien indien er maar genoeg gezocht wordt in de gegevens er altijd wel een verband gevonden kan worden. Dit wil echter niet zeggen dat er ook een oorzakelijk verband aanwezig is. De drogreden *Cum hoc ergo propter hoc* (met dit, dus vanwege dit) dient vermeden te worden, vandaar dat er niet naar interacties is gezocht.

Aanbevelingen

Op basis van dit onderzoek, met in achtneming van de eerder vermelde kritische noten, kom ik tot de volgende aanbevelingen:

1. Stimuleer studenten en leerlingen om antwoorden te schatten voordat ze een berekening maken.
2. Stimuleer studenten en leerlingen om antwoorden van berekeningen op redelijkheid te controleren.
3. Stimuleer studenten en leerlingen eenvoudige berekeningen uit het hoofd te doen en niet overal de rekenmachine voor te gebruiken.
4. Zorg ervoor dat studenten en leerlingen instructie krijgen hoe antwoorden ingeschat kunnen worden en hoe Fermi-problemen opgelost kunnen worden. Deze studie laat zien dat studenten hier behoefte aan hebben. Deze eerste 4 aanbevelingen worden tevens ondersteund door eerder onderzoek waarin in de inleiding al naar gerefereerd is (Gliner, 1991) (Levin, 1981).
5. In samenhang met de bovenstaande 4 aanbevelingen zou het goed zijn wanneer studenten en leerlingen de kans krijgen om veel te oefenen met schatten en het oplossen van Fermi-problemen. Hierdoor zijn ze beter in staat de juistheid van het antwoord op een berekening in te schatten, met andere woorden, het vergroot hun intuïtie. Een van de conclusies van het *New Jersey Mathematics Curriculum Framework* uit de inleiding van dit artikel heeft dezelfde strekking als deze aanbeveling (New Jersey Mathematics Curriculum Framework, 1997).
6. Zorg ervoor dat in veel cursussen expliciet aandacht wordt besteed aan het inschatten van de natuurwetenschappelijke grootheden die voor dat vak relevant zijn.
7. Geef bij het leren schatten de meeste aandacht aan natuurwetenschappelijke grootheden die moeilijk visualiseerbaar zijn en die weinig raakvlakken hebben met de beleveniswereld van de studenten en leerlingen.
8. Ontwikkel een doorlopende leerlijn "schattend rekenen" zodat studenten en leerlingen tijdens hun hele school- of studiericarière de mogelijkheid krijgen deze competenties te oefenen. Tevens worden docenten op die manier gestimuleerd "schattend rekenen" in hun onderwijs op te nemen.
9. Indien de bovenstaande aanbevelingen geïmplementeerd worden, houd dan in de gaten dat niet enkel goede studenten hier baat bij hebben, maar zorg er tevens voor dat onder-

presterende studenten niet juist slechter gaan presteren nadat ze hebben geleerd antwoorden in te schatten. Dit naar aanleiding van de conclusie van Robinson, waar in de inleiding naar is gerefereerd, dat studenten die meer moeite hebben met traditionele opgaven juist slechter scoorden nadat ze hadden geleerd om Fermi-problemen op te lossen (Robinson, 2008).

10. Ontwikkel ook toetsopgaven waarbij geen gebruik mag worden gemaakt van rekenmachines en waar het inzicht in de orde-grootte van getallen wordt getoetst.

Het zou goed mogelijk kunnen zijn dat studenten en leerlingen, die hun school- en studier carrière doorlopen met onderwijs dat rekening houdt met de bovenstaande aanbevelingen, minder snel geneigd zijn om te denken dat Moskou maar liefst 25.000 km van Utrecht is verwijderd en dat er maar 8 flessen cola in een badkuip gaan. Hopelijk worden schoorstenen dan ook minder hoog geschat dan 1800 meter.

Suggesties voor verder onderzoek

Het uitgevoerde onderzoek is zeker niet volledig en is hopelijk een stimulatie voor verder onderzoek. Hier volgen een aantal suggesties die meer en beter inzicht in dit interessante onderwerp kunnen verschaffen.

Een soortgelijk onderzoek als deze zou uitgevoerd kunnen worden bij andere instituten en eventueel in het voortgezet onderwijs. Verder onderzoek zou zich ook kunnen richten op eventuele interacties: is bijvoorbeeld de leeftijd een voorspellende factor voor het vermogen van iemand om realistisch te kunnen schatten? Vinden studenten die niet goed kunnen schatten dit ook niet belangrijk? Er zijn legio voorbeelden van interacties te bedenken.

Belangrijker is naar mijn mening dat deze grotendeels theoretische en evaluerende studie een praktische opvolging krijgt in de vorm van een actieonderzoek. Bepaalde groepen studenten zouden eerst getest kunnen worden op hun capaciteiten wat betreft het oplossen van Fermi-problemen en het schatten van antwoorden. Vervolgens zouden ze enige lessen instructie kunnen krijgen waarin ze wordt geleerd hoe ze het beste Fermi-problemen kunnen aanpakken en hoe ze het beste een *educated guess* kunnen maken. Daarna zouden ze opnieuw kunnen worden getest om het effect van de instructie in kaart te brengen.

Vanzelfsprekend zijn er nog vele andere mogelijkheden tot vervolgonderzoek; de kennis, kunde, creativiteit maar ook onwetendheid van de onderzoeker zijn daarbij leidend. Suggesties en ideeën zijn dan ook zeker welkom.

Literatuur

Baeyer, H. C. (1988). How Fermi Would Have Fixed It. *Sciences* 28(5) , 2-3.

Fermi, E. (1945). *My observations During the Explosion at Trinity on July 16, 1945*. Opgeroepen op August 7, 2011, van Atomic Archives: <http://www.atomicarchive.com/Docs/Trinity/Fermi.shtml>

Gliner, G. S. (1991). Factors Contributing to Success in Mathematical Estimation in Preservice Teachers: Types of Problems and Previous Mathematical Experience. *Educational Studies in Mathematics* 22 , 603.

Groenestijn, M. v. (2010, januari 8). Op weg naar gecijferdheid. 17. Hogeschool Utrecht.

Levin, J. A. (1981). Estimation Techniques for Arithmetic: everyday math and mathematics instruction. *Educational Studies in Mathematics* 12 , 421-424.

Mitchell, J. H. (1999). *Estimation Skills, Mathematics-in-Context, and Advanced Skills in Mathematics*. Washington DC: U.S. Department of Education.

New Jersey Mathematics Curriculum Framework. (1997). Standard 10 - Estimation. 309-310.

Robinson, A. (2008). Don't just stand there-teach Fermi problems! *Physics Education* 43(1) , 83-87.

Over de auteur:

Remco Vasterink is docent-in-opleiding voor het schoolvak Scheikunde aan het IVLOS te Utrecht. In het kader van zijn opleiding tot eerste-graadsdocent verrichtte hij een onderzoek naar het afschatten van berekeningen en de redelijkheid van uitkomsten van berekeningen. De resultaten van dit Praktijkgericht Onderzoek (PGO) en de aanbevelingen die hij naar aanleiding hiervan doet, vormen de basis van bovenstaand artikel.

Bijlage 1: Enquête

Studierichting:.....

Studiejaar:.....

Leeftijd:.....

Deel A: Het schatten van antwoorden

Voor de onderstaande vragen geldt:

Omcirkel het antwoord waarvan jij denkt dat het het dichtst in de buurt van het werkelijke antwoord ligt.

1. Hoever staat de maan ongeveer van de aarde af?
 - a) 3.700 km
 - b) 37.000 km
 - c) 370.000 km
 - d) 3.700.000 km

2. Wat is de kruissnelheid van een passagiersvliegtuig ongeveer?
 - a) 300 km/h
 - b) 900 km/h
 - c) 1400 km/h
 - d) 2000 km/h

3. Hoeveel water verbruikt een mens ongeveer tijdens een gemiddelde douchebeurt?
 - a) 15 liter
 - b) 70 liter
 - c) 300 liter
 - d) 2 m³

4. Schat het totale aantal docenten (alle vormen van onderwijs) in de stad Utrecht.
 - a) 100
 - b) 250
 - c) 2500
 - d) 10000

5. Schat het jaarverbruik van elektrische energie voor een normaal gezin in Nederland.
 - a) 20 kWh
 - b) 200 kWh
 - c) 1000 kWh
 - d) 4000 kWh

6. Hoeveel woorden staan er ongeveer op één a-4tje getypte tekst?
- a) 70
 - b) 700
 - c) 7000
 - d) Meer van 7000
7. Schat hoeveel liter brandstof een personenauto verbruikt wanneer deze auto van Utrecht naar Rome rijdt.
- a) 20
 - b) 100
 - c) 500
 - d) 1000
8. Wat is de temperatuur in een hoogoven?
- a) Tussen 200 en 500 °C
 - b) Tussen 500 en 1000 °C
 - c) Tussen 1000 en 3000 °C
 - d) Meer dan 3000 °C
9. Schat hoeveel baby's er per dag in Nederland geboren worden.
- a) 50
 - b) 150
 - c) 300
 - d) 500
10. Wat is het elektrische vermogen van een televisie ongeveer?
- a) 60 W
 - b) 600 W
 - c) 6000 W
 - d) 60000 W

Voor de onderstaande vragen geldt:

Schat het antwoord en schrijf het antwoord op. Een exact antwoord is niet de bedoeling, het gaat om de orde-grootte van het antwoord.

11. Schat de afstand in km van Utrecht tot Moskou.

.....

12. Hoeveel liter water gaat er ongeveer in een badkuip?

.....

13. Schat de inhoud van dit leslokaal in m^3
.....
14. Hoeveel minuten moet je ongeveer fietsen (20 km/h) om de energie van één kroket te verbranden?
.....
15. Hoe hoog is de Domtoren in Utrecht ongeveer?
.....
16. Bij ongeveer welke temperatuur ($^{\circ}C$) smelt ijzer?
.....
17. Schat de dichtheid van zuivere ethanol (alcohol) bij kamertemperatuur in kg/liter. (water heeft een dichtheid van 1,0 kg/liter)
.....
18. Schat de massa (in kg) van een personenauto met 4 inzittenden.
.....

Einde onderdeel A.

Ga nu door met onderdeel B. Onderdeel B bestaat uit een aantal evaluatievragen.

Deel B: evaluatie

Voor de onderstaande vragen geldt:

Omcirkel jou antwoord. Geef je antwoord aan op een schaal van 1 t/m 5.

1 = helemaal mee oneens

5 = helemaal mee eens

1. Ik vond deze opgaven moeilijk.

1 2 3 4 5

2. Ik denk dat ik deze opgaven goed heb gemaakt.

1 2 3 4 5

3. Als ik een berekening maak dan controleer ik in het algemeen achteraf of het antwoord redelijk is.

1 2 3 4 5

4. Voordat ik een berekening maak, maak ik een schatting van het antwoord.

1 2 3 4 5

5. Ik vind het gemakkelijk om de orde-grootte van een uitkomst van een berekening in te schatten.

1 2 3 4 5

6. Ik reken geregeld iets uit het hoofd uit, zonder een rekenmachine te gebruiken.

1 2 3 4 5

7. Ik gebruik geregeld een rekenmachine voor sommen die ik eenvoudig uit het hoofd kan uitrekenen.

1 2 3 4 5

8. Toen ik op de middelbare school zat, werd er door docenten aandacht besteed aan het leren inschatten van antwoorden.

1 2 3 4 5

9. Ik vind het niet nodig om antwoorden in te schatten want de rekenmachine is niet voor niets uitgevonden.

1 2 3 4 5

10. Ik zou graag beter leren hoe ik de orde-grootte van uitkomsten van berekeningen in kan schatten.

1 2 3 4 5

11. Ik vind het belangrijk dat leerlingen goed leren uit het hoofd te rekenen.

1 2 3 4 5

12. Ik vind het belangrijk dat er op de middelbare school aandacht wordt besteed aan het afschatten van uitkomsten van berekeningen.

1 2 3 4 5

13. Op de lerarenopleiding wordt er tijdens cursussen geregeld stilgestaan bij het afschatten van uitkomsten en het bepalen van de orde-grootte van uitkomsten.

1 2 3 4 5

14. Ik zou graag willen dat er meer aandacht wordt besteed aan afschatten en orde-grootte bij de lerarenopleiding.

1 2 3 4 5

15. Tijdens de lessen die ik geef op mijn stageschool sta ik met mijn leerlingen wel eens stil bij de onderwerpen afschatten en orde-grootte.

1 2 3 4 5

16. Ik vind het belangrijk dat docenten natuurkunde en scheikunde de orde-grootte van uitkomsten van berekeningen goed kunnen afschatten.

1 2 3 4 5

- 17.** Ik denk dat het gemakkelijker voor mij zou zijn om bepaalde moeilijke concepten te kunnen begrijpen, wanneer ik zou kunnen inschatten welke waarden de variabelen redelijkerwijs zouden kunnen hebben.

1 2 3 4 5

- 18.** Ik heb vaak dat ik me geen enkele voorstelling kan maken bij de grootte van bepaalde natuurwetenschappelijke grootheden.

1 2 3 4 5

Ruimte voor opmerkingen



Bedankt voor het invullen en de medewerking!

Bijlage 2: correcte antwoorden enquête deel A

1. C
2. B
3. B
4. C
5. D
6. B
7. B
8. C
9. D
10. A
11. 2500 km
12. 150 liter
13. 150 m³
14. 15 minuten
15. 112 meter
16. 1538 °C
17. 0,790 kg/liter
18. 1500 kg

Bijlage 3: verwerking data enquête.

Vraag	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	totaal
Aantal goed beantwoord	15	23	25	25	11	30	20	23	3	11	186
Percentage	39%	61%	66%	66%	29%	79%	53%	61%	8%	29%	49%

Tabel 1: het aantal studenten dat een meerkeuzevraag goed heeft beantwoord

Vraag	11	12	13	14	15	16	17	18
Waarde juiste antwoord	2500	150	150	15	112	1538	0,79	1500
Gemiddelde	4472	330	250	60	102	1253	0,87	1162
standaard deviatie van gemiddelde	5107	502	420	66	66	656	0,31	440
minimum waarde	50	8	16	5	5	6	0,01	400
maximum waarde	25000	2000	2500	360	365	2600	1,80	2500
binnen 50% minder en 50% meer	17	15	22	10	28	26	30	30
percentage binnen marge van 50%	45%	39%	58%	26%	74%	68%	79%	79%

Tabel 2: analyse van de open vragen

Vraag nummer	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Gemiddelde	2,9	2,8	3,4	2,8	2,7	3,2	2,9	2,6	2,2
Standaard deviatie	1,0	1,2	1,2	1,3	0,9	1,2	1,2	1,2	1,1
Modus	2	4	4	2	2	3	2	2	2

Tabel 3a: analyse van de evaluatie vragen (1 t/m 9)

Vraag nummer	10	11	12	13	14	15	16	17	18
Gemiddelde	3,3	4,2	3,9	2,5	3,3	2,7	4,0	3,7	2,5
Standaard deviatie	1,2	1,0	0,9	0,9	0,9	1,2	0,9	0,9	1,1
Modus	4	4	4	3	4	2	4	4	2

Tabel 3b: analyse van de evaluatie vragen (10 t/m 18)