

Actuariële uitruilfactoren onder FTK

E.N. van de Fliert

Juli 2007

Nieuwegein

Actuariële uitruilfactoren onder FTK

Afstudeerscriptie Wiskunde en Statistiek
Richting: Wiskunde in Economie en Bedrijf
Elmer van de Fliert
Studentnummer 0122904

Stagebegeleider Watson Wyatt B.V.
Drs. Josje Wijckmans-Peek AAG



Stagebegeleider Universiteit Utrecht
Prof. Dr. Ir. E.J. Balder



Universiteit Utrecht

Samenvatting

Een pensioenovereenkomst is een afspraak tussen werknemer en werkgever die wordt ondergebracht bij een pensioenfonds. De overheid legt een pensioenfonds door middel van het FTK wetgeving op. Volgens deze wetgeving moet een pensioenfonds zijn financiële situatie met betrekking tot de toekomstige pensioenverplichtingen rapporteren en hier controles op uitvoeren. Dit zodat de toekomstige pensioenuitkeringen met grote zekerheid kunnen worden uitbetaald.

Met behulp van de contante waarde kunnen we berekenen hoeveel geld een pensioenfonds als voorziening moet hebben om in de toekomst jaarlijks de pensioenen te kunnen uitkeren. Dit moet volgens het FTK worden bepaald aan de hand van de huidige rentetermijnstructuur. Een rentetermijnstructuur geeft de relatie weer tussen de looptijd waarvoor je geld moet vastzetten en het rendement dat je daarover ontvangt. Door het simuleren van rentetermijnstructuren met behulp van het restrictieve model van Nelson & Siegel krijgen we mogelijke scenario's voor de rentestanden in de toekomst.

De sterfte van deelnemers bepaalt onder andere de financiële verplichtingen van een pensioenfonds. Om sterfte in kaart te brengen, worden zowel sterftetafels als generatietafels gepubliceerd. Voor dit doeleinde wordt gebruik gemaakt van extrapolatie modellen en prognosemodellen.

De actuariële factoren voor de ingegane uitkeringen, het uitgesteld OP (ouderdomspensioen), het latent NP (nabestaandenpensioen) en het uitgesteld TOP (tijdelijk ouderdomspensioen) zijn gelijk aan de contante waarde van 1 Euro pensioenuitkering, rekening houdend met de rentetermijnstructuren en de overlevingskansen van mannen en vrouwen. Uitrusten is het omzetten van een voorziening voor een pensioensoort in een voorziening voor een andere pensioensoort. De uitrustfactor bepaald de verhouding waarin voorzieningen worden omgezet.

Uitrustfactoren dienen sekseneutraal te worden vastgesteld. Dit gebeurt door eerst de actuariële factoren voor pensioensoorten sekseneutraal vast te stellen en daarna de sekseneutrale uitrustfactor te bepalen.

Met behulp van het gemaakte model zijn de uitrustfactoren voor de 500 simulaties berekend voor uitrust tussen OP 65 en OP 60 en voor uitrust tussen NP en OP 65. Door de schommelingen van

de rente in de rentetermijnstructuren is er sprake van verschillen tussen de uitruilfactoren voor elk van de 15 berekeningsjaren. Dit brengt onzekerheid voor de deelnemer met zich mee.

Door middeling van de factoren ontstaat er een geleidelijker verloop van de uitruilfactoren. Hierdoor neemt de onzekerheid voor de deelnemer af. Hoe langer de periode waarover gemiddeld wordt, des te vlakker is het verloop van de uitruilfactoren. Deze vervlakking brengt echter een financieel risico voor pensioenfondsen met zich mee omdat er niet met de daadwerkelijke uitruilfactoren wordt uitgeruild. Een pensioenfonds zal daarom de keuze moeten maken tussen enerzijds zekerheid voor de deelnemer en anderzijds het vermijden van risico.

Bij actuariële factoren op basis van de prognosetafel is de toekomstige ontwikkeling van de overlevingskansen meegenomen. Dit heeft tot gevolg dat de factoren voor het OP stijgen en de factoren voor het NP dalen. Hierdoor kunnen grote verschillen ontstaan in de uitruilfactoren. Dit zien we vooral bij uitruil tussen NP en OP 65. Wanneer de uitruilfactoren worden gemiddeld neemt het risico voor de deelnemers af, maar door de grote verschillen in de uitruilfactoren gaan pensioenfondsen hierdoor een groot risico lopen. Doordat de gemiddelde uitruilfactoren met behulp van de prognosetafel als het ware achter de feiten aanlopen, zal een pensioenfonds dit niet graag toepassen.

Voorwoord

Deze scriptie is geschreven naar aanleiding van mijn zes maanden durende stage bij Watson Wyatt B.V. te Nieuwegein en dient ter afronding van de studie Wiskunde in Economie en Bedrijf (WEB) aan de Universiteit Utrecht. Watson Wyatt B.V. is een onafhankelijk en toonaangevend adviesbureau op het gebied van pensioenen, beleggingsbeleid, human capital en pensioenjuridische zaken. Gedurende mijn stage ben ik actief geweest binnen de pensioengroep Nieuwegein en heb ik onderzoek gedaan naar het vaststellen van actuariële factoren onder het FTK (Financieel Toetsingskader).

Bij deze wil ik mijn stagebegeleider bij Watson Wyatt B.V. Drs. Josje Wijckmans-Peek AAG hartelijk bedanken voor de prettige samenwerking en alle goede hulp en ideeën tijdens mijn stage. Mijn dank gaat ook uit naar Prof. Dr. Ir. E.J. Balder, mijn stagebegeleider namens de Universiteit Utrecht, die mij tevens geholpen heeft met het vinden van een afstudeerstage.

Verder wil ik al mijn collega's van de vestiging Nieuwegein bedanken voor de gezelligheid en goede sfeer en natuurlijk ook voor al mijn vragen die jullie hebben beantwoord. In het bijzonder wil ik Frouwke bedanken voor het doornemen van mijn scriptie nadat al het schrijfwerk was voltooid.

Ook wil ik mijn vrienden in Culemborg en Utrecht bedanken voor de nodige ontspanning, plezier en gezelligheid. Vooral de vrijdagavonden waren iets om naar uit te kijken.

Tot slot wil ik mijn vriendin Elleke en mijn ouders ontzettend bedanken voor al hun liefde, steun en vertrouwen. Dat heeft me heel erg goed gedaan.

Elmer van de Fliert

Nieuwegein, 24 juli 2007

Inhoudsopgave

Inleiding		1
Hoofdstuk 1 Financieel toetsingskader (FTK)		
1.1	Inleiding	3
1.2	FTK	4
1.3	Actuele waardebepaling	5
1.4	Solvabiliteitstoets	5
1.5	Continuïteitsanalyse	6
1.6	Indexatie	7
1.7	Waardeoverdracht	8
1.8	Samenvatting	8
Hoofdstuk 2 Rentetermijnstructuren		
2.1	Inleiding	10
2.2	Rentetermijnstructuur	11
2.3	Rendement	12
2.4	Polynomiale model	13
2.5	Model van Nelson & Siegel	14
2.6	Methode DNB	17
2.7	Genereren rentetermijnstructuren	19
2.7.1	Genereren rentetermijnstructuren met polynomiale model	21
2.7.2	Genereren rentetermijnstructuren met Nelson & Siegel	22
2.8	Samenvatting	23
Hoofdstuk 3 Sterfte		
3.1	Inleiding	24
3.2	Sterftetafels	24
3.3	Generatietafels	26
3.4	Extrapolatie modellen	27
3.5	Prognosemodel	29
3.6	Samenvatting	31

Hoofdstuk 4 Factoren

4.1	Inleiding	32
4.2	Contante waarde	32
4.3	Actuariële factoren	33
4.4	Ingegane uitkeringen	36
4.5	Uitgesteld OP	36
4.6	Latent NP	36
4.7	Uitgesteld TOP	37
4.8	Sekseneutraliteit	37
4.8.1	Weging op basis van het aantal levenden	38
4.8.2	Weging op basis van de eenjarige overlevingskansen	38
4.8.3	Weging op basis van de huidige actuariële factoren	39
4.9	Sekseneutrale factoren	39
4.9.1	Weging op basis van het aantal levenden	40
4.9.2	Weging op basis van de eenjarige overlevingskansen	40
4.9.3	Weging op basis van de huidige actuariële factoren	41
4.10	Samenvatting	42

Hoofdstuk 5 Uitrustfactoren

5.1	Inleiding	43
5.2	Sekseneutrale uitrustfactoren	43
5.3	Methode 1	43
5.4	Methode 2	44
5.5	Rekenvoorbeeld methode 1 en methode 2	45
5.6	Financieel resultaat bij uitrust	46
5.7	Samenvatting	47

Hoofdstuk 6 Model voor uitrustfactoren

6.1	Inleiding	48
6.2	Model	48
6.3	Simulatie 1	51
6.4	Algemene bevindingen	56
6.5	Samenvatting	58

Hoofdstuk 7 Middeling van uitrustfactoren

7.1	Inleiding	59
7.2	Middeling	59
7.3		
7.3.1	Middeling over drie jaar (uitruil tussen OP 65 en OP 60)	61
7.3.2	Middeling over drie jaar (uitruil tussen NP en OP 65)	63
7.4		
7.4.1	Middeling over vijf jaar (uitruil tussen OP 65 en OP 60)	65
7.4.2	Middeling over vijf jaar (uitruil tussen NP en OP 65)	67
7.5	Pensioenfondsen en middeling	69
7.6	Samenvatting	69

Hoofdstuk 8 Prognosetafel

8.1	Inleiding	70
8.2	Groefactor van de prognosetafel	70
8.3		
8.3.1	Uitrustfactoren op basis van de prognosetafel (uitruil tussen OP 65 en OP 60)	72
8.3.2	Uitrustfactoren op basis van de prognosetafel (uitruil tussen NP en OP 65)	74
8.4		
8.4.1	Middeling en de prognosetafel (uitruil tussen OP 65 en OP 60)	76
8.4.2	Middeling en de prognosetafel (uitruil tussen NP en OP 65)	78
8.5	Pensioenfondsen en de prognosetafel	81
8.6	Samenvatting	82

Conclusies	83
-------------------	----

Aanbevelingen	84
----------------------	----

Bijlage Hoofdstuk 1	
Voorziening pensioenverplichtingen	85
Methodes berekening vereiste buffer	86
Bijlage Hoofdstuk 3	
Sterftequotiënten	88
Afronding bij hoge en lage leeftijden	91
Bijlage Hoofdstuk 6	
IAS-model	94
Rentetermijnstructuren	95
GBMV 2000-2005 tafel	97
Literatuurlijst	99

Inleiding

De probleemstelling van deze scriptie luidt als volgt:

Met welke methoden kunnen sekseneutrale uitruilfactoren worden vastgesteld en welke methode verdient de voorkeur?

Het betaalbaar blijven van pensioenen is dezer dagen mede door de vergrijzing een steeds belangrijker wordend onderwerp. Pensioenfondsen dragen zorg voor de betaling van de pensioenen en rekenen daarvoor aan de werkgevers en de deelnemers een pensioenpremie. De Nederlandse Bank (DNB) heeft door middel van het Financieel Toetsingskader (FTK) regelgeving opgelegd aan pensioenfondsen om de financiële situatie gezond te houden en deze ook jaarlijks te controleren.

Deelnemers kunnen verschillende soorten pensioenen opbouwen en pensioenfondsen houden de hiervoor benodigde voorzieningen aan. Volgens de wet moet een deelnemer de mogelijkheid geboden worden om een voorziening voor een pensioensoort om te zetten in een voorziening voor een andere pensioensoort. Dit wordt uitruilen genoemd. De uitruilfactor bepaald de verhouding waarin de voorzieningen worden omgezet. Uitruiifactoren moeten volgens de wet sekseneutraal worden bepaald, wat inhoudt dat de uitruilfactoren voor mannen en vrouwen gelijk moeten zijn.

Onder het FTK moeten alle bezittingen en toekomstige uitkeringen van pensioenfondsen ten opzichte van de huidige marktrente worden gewaardeerd. Wanneer de marktrente schommelingen vertoont, kan dit gevolgen hebben voor de hoogte van de voorzieningen. Hierdoor kunnen ook de uitruilfactoren veranderen. In deze scriptie zal gekeken worden op welke wijze de uitruilfactoren moeten worden vastgesteld en wat er kan worden gedaan om voor zowel pensioenfondsen als de deelnemers het risico zo klein mogelijk te houden.

In hoofdstuk 1 wordt het FTK besproken zodat er een beter beeld van de wetgeving ontstaat. Omdat de marktrente een grote rol binnen het FTK speelt, wordt in hoofdstuk 2 ingegaan op rente en de daarbij behorende rentetermijnstructuren. Omdat de sterfte van de deelnemers de duur van de toekomstige uitkeringen van een pensioenfonds bepaald, wordt hier in hoofdstuk 3

op ingegaan. In hoofdstuk 4 worden de formules voor de actuariële factoren vastgesteld en wordt seksneutraliteit besproken, waarna in hoofdstuk 5 de seksneutrale uitruilfactoren worden bepaald. In hoofdstuk 6 wordt het gebouwde model besproken en de berekende uitruilfactoren geanalyseerd. Om het risico voor de deelnemers te verminderen wordt in hoofdstuk 7 gekeken naar de effecten van het middelen van de uitruilfactoren. In hoofdstuk 8 wordt een model gebruikt waarbij de toekomstige ontwikkeling van de overlevingskansen wordt meegenomen in de berekening van de uitruilfactoren. Tot slot worden er conclusies verbonden aan de resultaten.

Hoofdstuk 1 Financieel Toetsingskader (FTK)

1.1 Inleiding

Het Nederlands stelsel van pensioenen voor de oude dag kent drie pijlers: de AOW, de pensioenen en de individuele derdepijlervoorzieningen.

1. De overheid is verantwoordelijk voor de AOW. Dit is een basisvoorziening voor iedereen die in Nederland woont. De AOW kent geen inkomens- of vermogenstoets. Voor ieder jaar dat iemand tussen zijn vijftiende en vijfenzestigste levensjaar in Nederland woont, bouwt deze persoon AOW-rechten op. De AOW wordt op omslagbasis gefinancierd, dit houdt in dat de huidige werkenden de premies voor de huidige AOW-gerechtigden betalen. Om de grootste kosten van de vergrijzing op te vangen is in 1998 het AOW-spaarfonds geïntroduceerd.
2. De pensioenen behoren tot de verantwoordelijkheid van sociale partners. Pensioen is immers een arbeidsvoorwaarde. Zij bepalen de inhoud van de pensioenovereenkomst. De rol van de overheid is gelegen in het waarborgen van deze pensioenovereenkomst.
3. Tot slot kunnen individuen zichzelf verzekeren voor de oude dag. En natuurlijk kunnen ze in aanvulling hierop ook nog individueel sparen. Dit is de zogenaamde derdepijlervoorziening.

Binnen de pensioenwereld bestaat een driehoeksverhouding tussen werknemer, werkgever en pensioenfonds. De werknemer en werkgever sluiten een pensioenovereenkomst, dit is een afspraak over een uitkering bij ouderdom of een uitkering bij arbeidsongeschiktheid of een uitkering bij overlijden. Hierna is de werkgever verplicht om deze pensioenovereenkomst extern onder te brengen op basis van een uitvoeringsovereenkomst (onderbrengingsplicht). Daardoor ontstaat een zelfstandige relatie tussen het pensioenfonds en de werknemer die in deze relatie een deelnemer wordt genoemd. Bij het sluiten van een pensioenovereenkomst moet worden gekozen uit één van de volgende varianten:

- Kapitaalovereenkomst: Overeenkomst waarbij de hoogte van het kapitaal wordt vastgesteld dat uiterlijk op de pensioendatum wordt omgezet in een periodieke uitkering tegen de dan geldende tarieven.
- Premieovereenkomst: Overeenkomst over de hoogte van de premie die periodiek ten behoeve van pensioen beschikbaar wordt gesteld.
- Uitkeringsovereenkomst: Overeenkomst voor een periodieke uitkering van een bepaalde hoogte die vanaf een bepaalde leeftijd ontvangen wordt. Voorbeelden van een

uitkeringsovereenkomst zijn de eindloonregeling (pensioenregeling waarin de hoogte van het ouderdomspensioen afhangt van het salaris dat de deelnemer direct voorafgaand aan de pensioendatum verdient), de middelloonregeling (pensioenregeling waarbij het aan het einde van de deelneming toe te kennen pensioen gerelateerd is aan het gemiddelde pensioensalaris over de gehele periode van deelneming in de regeling) en de vastebedragenregeling (pensioenregeling waarbij het pensioenrecht jaarlijks aangroeit met een vast bedrag, dat niet inkomensafhankelijk wordt vastgesteld).

De pensioenovereenkomst dient tenminste de volgende vijf onderwerpen te omvatten:

- De procedures voor omzetting van de pensioenovereenkomst in het pensioenreglement.
- De financiële relatie tussen de werkgever en het pensioenfonds.
- Het toeslagbeleid.
- De uitgangspunten en procedures die gevolgd worden in geval van vermogenstekorten of –overschotten, dan wel winstdeling.
- De informatieverstrekking van de werkgever aan het pensioenfonds.

Pensioenuitvoerders moeten deelnemers rechtstreeks informeren over de uitvoering van de pensioenovereenkomst. Dit zodat deelnemers zelf kunnen bepalen of het totaal aan uitkeringen waar men recht op heeft tezamen met eventuele eigen middelen voldoende is, of aangevuld moet worden met behulp van een vrijwillige pensioenregeling of een derdepijler-product.

1.2 FTK

Per 1 januari 2007 is de nieuwe Pensioenwet van kracht waardoor ook het hierin ingebede Financieel Toetsingskader (FTK) verplicht wordt gesteld voor pensioenfonds. Het FTK is een instrument om de financiële positie en het financiële beleid van pensioenfonds te beoordelen. Dit nieuwe kader was volgens De Nederlandse Bank (DNB) vereist omdat de vorige waarderingmethode tekort schoot bij het in kaart brengen van het financiële risicoprofiel van een pensioenfonds. De oorzaak hiervan lag in het feit dat teveel de nadruk werd gelegd op de huidige financiële situatie van een pensioenfonds en er niet goed werd geanticipeerd op het toekomstperspectief. Men ging hier uit van de Actuariële Principes voor Pensioenen (APP), wat bestaat uit een door de actuaris uit te voeren toets om te beoordelen of de hoogte van de voorzieningen en reserves van een pensioenfonds prudent genoeg zijn. Hierbij wordt bij het bepalen van de voorziening voor de verplichtingen een vaste rekenrente gebruikt van maximaal 4%. De toekomstige pensioenaanspraken worden in berekeningen onder APP en FTK niet meegenomen.

De doelstellingen van het FTK zijn gebaseerd op continuïteit van de pensioentoezegging, meer transparantie naar de deelnemers en internationale vergelijkbaarheid van financiële kerngegevens van pensioenfondsen. Het FTK stelt net als het APP eisen aan het niveau van de dekkingsgraad en het kunnen opvangen van een daling van de aandelenkoersen. Het FTK stelt bovendien eisen aan het kunnen opvangen van een rentedaling. Dit alles zodat mensen er met een hoge mate van zekerheid op kunnen vertrouwen dat het pensioenfonds het gegarandeerde pensioen ook daadwerkelijk kan uitkeren. DNB houdt hierop toezicht door jaarlijks een toereikendheidstoets uit te laten voeren, bestaande uit een actuele waardebepaling en een solvabiliteitstoets. Bovendien moet een continuïteitsanalyse worden uitgevoerd.

1.3 Actuele waardebepaling

Voor het FTK vindt een actuele waardebepaling plaats van zowel de bezittingen als de verplichtingen van een pensioenfonds. Hierdoor wordt het financiële risicoprofiel van een pensioenfonds duidelijk in kaart gebracht. Deze actuele waardebepaling wordt vastgesteld op basis van een door DNB gepubliceerde actuele rentetermijnstructuur¹.

Het totale vermogen van pensioenfondsen bestaat uit beleggingen. De actuele waarde van beleggingen is de waarde die een belegging bij verkoop oplevert (ervan uitgaande dat de verkoop van een belegging openbaar en niet verplicht is en de koper kennis van de markt heeft). Het eigen vermogen is gevormd door resultaten in het verleden en is het verschil tussen het totale vermogen en het vreemd vermogen. Voor het vreemd vermogen wordt hier uitgegaan van de voorziening pensioenverplichtingen² (VPV), de voorziening die door pensioenfondsen wordt aangehouden om alle toekomstige verplichtingen na te komen.

1.4 Solvabiliteitstoets

De solvabiliteitstoets is een toets voor de financiële positie van een pensioenfonds. Het eigen vermogen op actuele waarde moet voldoende groot zijn zodat met 97,5% zekerheid er binnen een jaar geen dekkingstekort optreedt. Dit percentage is vastgesteld door de wetgever. Er is volgens de wet sprake van een dekkingstekort als de dekkingsgraad kleiner is dan 105%. De dekkingsgraad op tijdstip t vinden we door het vermogen op tijdstip t te delen door de VPV op tijdstip t en dit te vermenigvuldigen met 100%:

$$\text{dekkingsgraad}_t = \frac{\text{Vermogen}_t}{\text{VPV}_t} \cdot 100\%$$

¹ Zie Hoofdstuk 2 Rentetermijnstructuren

² Zie Bijlage Hoofdstuk 1 Voorziening pensioenverplichtingen

De hoogte van het vermogen moet volgens de wetgever op tijdstip t na een jaar dus minimaal gelijk zijn aan $(1,05) \cdot VPV_{t+1}$, waarbij VPV_{t+1} de VPV op tijdstip $t+1$ is. Dit vermogen wordt het vereist vermogen genoemd. Indien het vermogen van een pensioenfonds kleiner is dan het vereist vermogen spreekt de wetgever van een reservetekort. Om te voorkomen dat een pensioenfonds in een reservetekort terechtkomt, zijn door DNB drie methodes opgesteld om de hoogte van de vereiste buffer van een pensioenfonds te berekenen, de zogeheten gestandaardiseerde methode, de vereenvoudigde methode en de interne methode³.

1.5 Continuïteitsanalyse

Tot slot is voor de langere termijn een continuïteitsanalyse ontworpen waarin het pensioenfonds de verwachte financiële positie en het effect van eventueel getroffen maatregelen op langere termijn aan de toezichthouder laat zien. DNB gebruikt deze analyse om te kijken of de financiële risico's op de lange termijn binnen aanvaardbare grenzen blijven en geeft de volgende inzichten:

- Inzicht voor het pensioenfonds in de te verwachten ontwikkelingen.
- Inzicht voor de toezichthouder in de te verwachten ontwikkelingen.
- Verbeteren van het inzicht in de beleidselementen.
- Het in een vroeg stadium onderkennen van een verslechtering van de financiële positie in de toekomst.

Deze continuïteitsanalyse moet tenminste eens in de drie jaar worden uitgevoerd waarbij met een stochastische benaderingswijze wordt bezien of het fonds aan haar verplichtingen op de lange termijn kan voldoen. Hierin wordt gebruik gemaakt van een tijdshorizon met 15 prognosejaren. Ook biedt deze analyse inzicht in de mate waarin de voorwaardelijke toeslagverlening, ook wel indexatie⁴ genoemd, naar verwachting kan worden toegekend.

Het pensioenfonds is eveneens verplicht om een kostendekkende premie voor de pensioenopbouw te hanteren. Deze premie wordt gebaseerd op de actuariel benodigde premie van de onvoorwaardelijke onderdelen van de pensioenregeling, een opslag voor het bereiken of in stand houden van het vereist eigen vermogen (de solvabiliteit), een opslag voor uitvoeringskosten en op de actuariel benodigde premie van de voorwaardelijke onderdelen van de pensioenregeling.

³ Zie Bijlage Hoofdstuk 1 Methodes berekening vereiste buffer

⁴ Zie 1.6 Indexatie

DNB onderscheidt vier mogelijke financiële posities van een pensioenfonds, welke afhangen van de dekkingsgraad, de solvabiliteitstoets en de premiekortingsgrens (PKG, het eigen vermogen dat nodig is om kortingen te mogen geven op de premie):

- Dekkingstekort: Treedt op wanneer de dekkingsgraad onder de 105% ligt, een pensioenfonds krijgt dan 3 jaar de tijd om dit tekort weg te werken.
- Reservetekort: Treedt op wanneer de dekkingsgraad boven de 105% ligt maar het eigen vermogen kleiner is dan de vereiste solvabiliteit, een pensioenfonds krijgt dan 15 jaar om dit tekort weg te werken.
- Vrij eigen vermogen onder de PKG: Treedt op wanneer het eigen vermogen groter is dan de vereiste solvabiliteit maar kleiner dan de PKG.
- Vrij eigen vermogen boven de PKG: Treedt op wanneer het eigen vermogen groter is dan de vereiste solvabiliteit en groter dan de PKG.

De fundamentele verandering van het FTK is dat de vaste rekenrente van 4% niet langer mag worden gehanteerd maar dat er gebruik moet worden gemaakt van de huidige marktrente op basis van de actuele rentetermijnstructuur die wordt gepubliceerd door DNB. Deze verandering brengt de waardebepaling van pensioenfondsverplichtingen in overeenstemming met de internationale boekhoudkundige richtlijnen.

1.6 Indexatie

Indexatie staat voor de verhoging van pensioenaanspraken ter compensatie van inflatie. We onderscheiden hier drie verschillende vormen van indexatie, namelijk volledige indexatie, gedeeltelijke indexatie en geen indexatie. Er is sprake van volledige indexatie wanneer de pensioenaanspraken volledig worden gecorrigeerd voor inflatie, oftewel wanneer de kosten van leven met 2% stijgen, zullen ook de pensioenuitkeringen met 2% stijgen. Er is sprake van geen indexatie wanneer de toekomstige pensioenuitkeringen niet gecorrigeerd worden voor inflatie. Gedeeltelijke indexatie ligt hier tussenin. Indexatie wordt toegepast op nog niet ingegane pensioenaanspraken (indexatie voor ingang) en op al ingegane pensioenen (indexatie na ingang).

DNB vraagt pensioenfondsen om duidelijkheid te geven aan hun deelnemers wat betreft indexatie. Dit doen pensioenfondsen door het uitspreken van een indexatieambitie en door aan te geven welke voorwaarden hiervoor gelden. De indexatieambitie is het indexatieniveau dat een pensioenfonds nastreeft. Vaak is de ambitie van een pensioenfonds volledige indexatie die vanaf een bepaalde dekkingsgraad wordt uitgekeerd. Er worden dus voorwaardelijke afspraken

over indexatie gemaakt. Dit wordt door de overheid gestimuleerd omdat hierdoor de indexatie betaalbaar blijft. Onvoorwaardelijke afspraken over volledige indexatie kan in het geval van hoge inflatie een pensioenfonds enorm veel geld kosten en is daarom gekoppeld aan de eis voor een zeer hoge dekkingsgraad voor dit pensioenfonds.

1.7 Waardeoverdracht

Waardeoverdracht is de handeling waarbij de waarde van een pensioenaanspraak wordt aangewend voor een andere pensioenaanspraak bij dezelfde of een andere pensioenuitvoerder of de handeling waarbij dezelfde pensioenaanspraak bij een andere pensioenuitvoerder wordt ondergebracht. Waardeoverdrachten zijn in twee hoofdvormen op te delen, namelijk waardeoverdracht waarbij de werknemer van werkgever (dus niet pensioenuitvoerder) verandert en waardeoverdracht waarbij de werknemer bij dezelfde werkgever blijft. Bij deze tweede vorm van waardeoverdracht blijft de arbeidsverhouding ongewijzigd en moet het voorschrift voor gelijke beloning voor mannen en vrouwen worden toegepast.

Deze tweede vorm van waardeoverdracht kan zowel om individuele als om collectieve waardeoverdracht gaan. Bij individuele waardeoverdracht gaat het bijvoorbeeld om het uitruilen van nabestaandenpensioen in ouderdompensioen of andersom of andere keuzemogelijkheden tussen pensioensoorten. Het recht op uitruil tussen pensioensoorten is vastgelegd in de pensioenwet. Vanwege het voorschrift voor gelijke beloning voor mannen en vrouwen mag een pensioenfonds geen onderscheid maken tussen mannen en vrouwen bij het vaststellen van een ruilvoet, dit betekent dat de uitruilfactoren⁵ voor mannen en vrouwen gelijk moeten zijn.

Voor de kosten van de waardeoverdracht geldt dat wanneer het gaat om een recht van de deelnemer en een plicht van de pensioenuitvoerder om mee te werken deze niet bij de deelnemer in rekening mogen worden gebracht. Wanneer er echter geen plicht voor de pensioenuitvoerder is om mee te werken met de waardeoverdracht, is deze vrij om in een afzonderlijke rekening de administratieve kosten bij de deelnemer in rekening te brengen. Deze kosten mogen niet in mindering gebracht worden op de pensioenaanspraak.

1.8 Samenvatting

Een pensioenovereenkomst is een afspraak tussen werknemer en werkgever die wordt ondergebracht bij een pensioenfonds. De overheid legt een pensioenfonds door middel van het FTK wetgeving op. Volgens deze wetgeving moet een pensioenfonds zijn financiële situatie met

⁵ Zie Hoofdstuk 5 Uitruilfactoren

betrekking tot de toekomstige pensioenverplichtingen rapporteren en hier controles op uitvoeren.
Dit zodat de toekomstige pensioenuitkeringen met grote zekerheid kunnen worden uitbetaald.

Hoofdstuk 2 Rentetermijnstructuren

2.1 Inleiding

Rente is een vergoeding die men ontvangt voor het uitlenen van geld, bijvoorbeeld bij een bank. Vanwege de inflatie (stijging van prijzen) maakt men onderscheid tussen reële en nominale rente. Een vuistregel voor het berekenen van de reële rente is door de inflatie van de nominale rente af te trekken. Een exacte berekening wordt echter gegeven door:

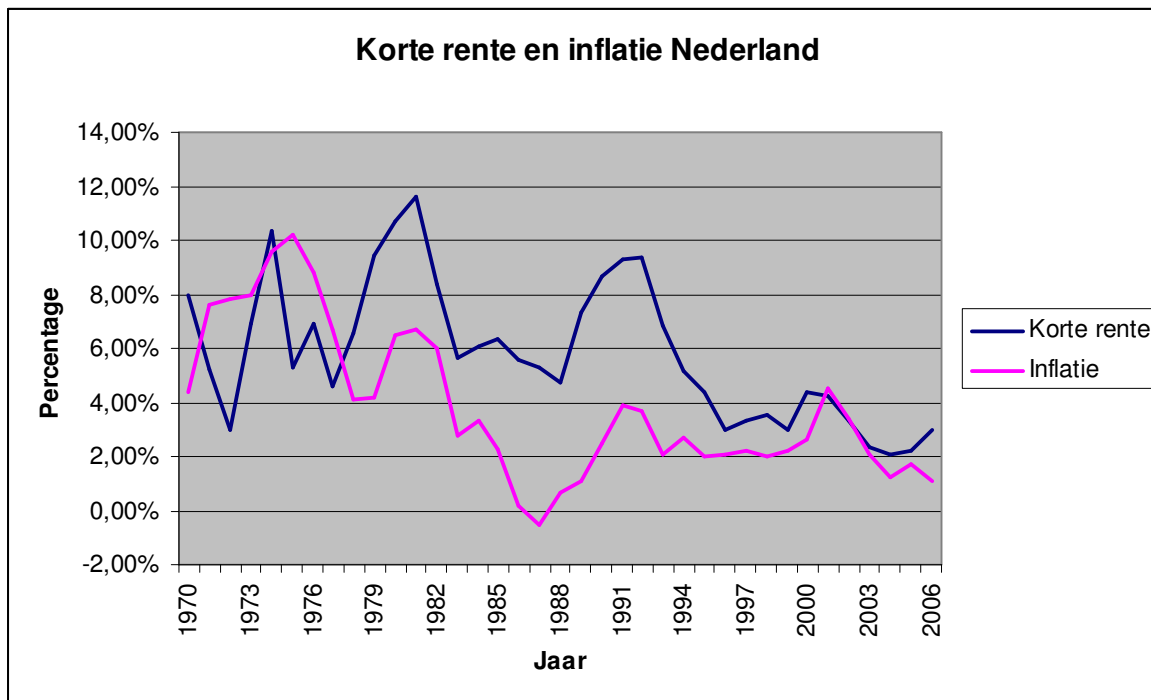
$$r_t^R = \frac{1 + r_t^n}{1 + \pi_t} - 1$$

met r_t^R de reële rente op tijdstip t

r_t^n de nominale rente op tijdstip t

π_t de inflatie op tijdstip t

Een overzicht van de rente over kortlopende leningen en de inflatie in Nederland van de afgelopen jaren is gegeven in de volgende figuur:

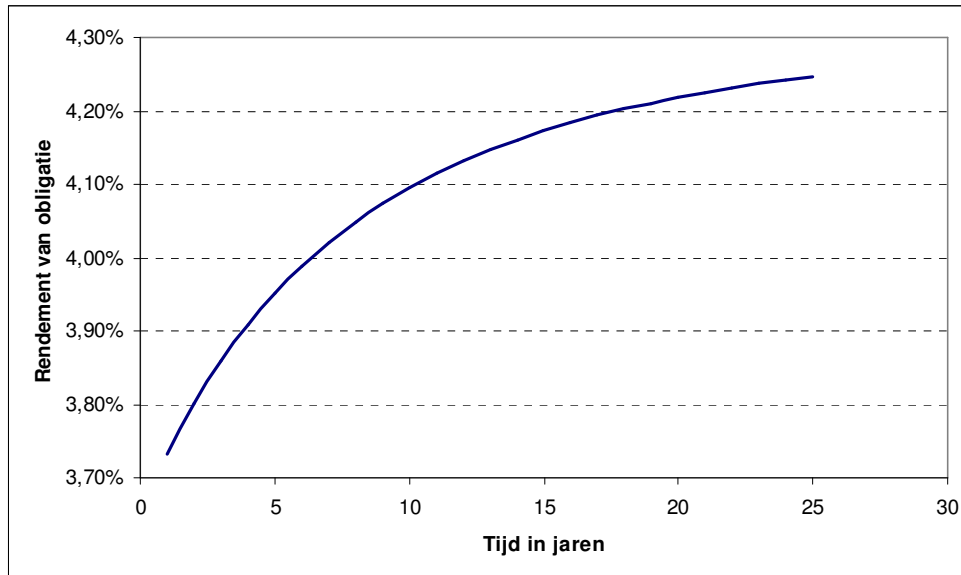


De raad van bestuur van de Europese Centrale Bank (ECB) bepaalt het niveau van de geldmarkt rente voor het eurogebied. Om het niveau van de rente te kunnen bepalen hanteert de ECB een strategie die op twee pijlers rust, namelijk de groei van de geldhoeveelheid en economische indicatoren.

2.2 Rentetermijnstructuur

De rentetermijnstructuur geeft de relatie weer tussen de tijd tot het einde van de looptijd van een obligatie en het rendement van deze obligatie tot het einde van de looptijd.

Normaal gezien hebben langlopende obligaties een hoger rendement dan kortlopende obligaties. Dit hogere rendement is een vergoeding voor het voor langere tijd vastzetten van geld en het hierdoor niet voor andere doeleinden ter beschikking hebben. Dit wordt gezien als de normale rentetermijnstructuur en is weergegeven in de volgende figuur:



Een gelijke verandering in het rendement van al de obligaties met verschillende looptijden noemt men een parallelle verschuiving van de rentetermijnstructuur. Hierbij blijft de vorm van de kromme hetzelfde. We spreken van een vlakke rentetermijnstructuur wanneer het verschil in rendement tussen obligaties van verschillende looptijd minimaal is. Wanneer dit verschil echter groot is, is er sprake van een steile rentetermijnstructuur. De 'Expectations Hypothesis Theory' (EHT) voor rentetermijnstructuren stelt dat het rendement op financiële middelen van verschillende tijdsduur aan elkaar gerelateerd is op basis van de verwachtingen van de toekomstige rendementen. Dit omdat achtereenvolgende obligaties met een korte looptijd gecombineerd kunnen worden tot een obligatie met een zelfde looptijd als één obligatie met een lange looptijd. Dus moeten deze rendementen aan elkaar gelijk zijn. Anders kan er sprake zijn van arbitrage (mogelijkheid om zonder risico winst te maken, de zogenaamde 'free-lunch'). Arbitrage wordt uitgesloten door de aangenomen efficiëntie van de markt en het feit dat zodra een mogelijkheid tot arbitrage ontstaat, deze onmiddellijk teniet wordt gedaan door het veranderen van de prijzen.

De vorm van de rentetermijnstructuur kan in de loop van de tijd sterk wijzigen.

Om een betrouwbare rentetermijnstructuur te kunnen bepalen, moeten alle obligaties van dezelfde kwaliteit zijn. Dit betekent dat de fiscale blootstelling en de kans op terugbetaling van de obligaties overeen moeten komen. Factoren die van invloed zijn op de vorm van de rentetermijnstructuur zijn marktverwachtingen ten aanzien van toekomstige renteontwikkelingen, aanwezigheid van risicopremies voor langere looptijden en de mate van marktinefficiëntie en vrije doorstroom van kapitaal van kortlopende naar langlopende obligaties en omgekeerd.

2.3 Rendement

Er zijn drie geaccepteerde methoden om het gemiddelde rendement tot het einde van de looptijd van een obligatie te berekenen:

1. Het rekenkundig gemiddelde van de verwachte jaarlijkse rendementen. Deze wordt berekend door:

$$\sum_{t=1}^T \frac{r_t}{T}$$

Men schat voor elk jaar het verwachte rendement, welke gelijk is aan de jaarlijkse interestvergoeding plus de verandering in de prijs van de obligatie, gedeeld door de prijs van de obligatie aan het begin van het desbetreffende jaar. Vervolgens berekent men eenvoudig het rekenkundig gemiddelde van deze jaarlijkse rendementen. (Bij gebruik van het rekenkundig gemiddelde wordt aangenomen dat de totale investering elk jaar gelijk blijft.)

2. Het geometrisch gemiddelde van de verwachte jaarlijkse rendementen. Deze wordt berekend door:

$$\left(\prod_{t=1}^T (1 + r_t) \right)^{1/T} - 1$$

Stel immers dat het geometrisch gemiddelde van de verwachte jaarlijkse rendementen gelijk is aan r_g , dan wordt het totale rendement over de jaren 1 tot en met T gegeven door $(1 + r_g)^T$ welke gelijk moet zijn aan het product van alle verwachte jaarlijkse

rendementen, oftewel aan $\prod_{t=1}^T (1 + r_t)$.

En krijgen we:

$$(1 + r_g)^T = \prod_{t=1}^T (1 + r_t) \Rightarrow (1 + r_g) = \left(\prod_{t=1}^T (1 + r_t) \right)^{1/T} \Rightarrow r_g = \left(\prod_{t=1}^T (1 + r_t) \right)^{1/T} - 1$$

Hier is r_t het verwachte rendement in jaar t en T is het aantal jaren tot het einde van de looptijd. (Bij gebruik van het geometrisch gemiddelde neemt men aan dat alle opbrengsten worden geherinvesteerd en eventuele verliezen niet worden aangevuld.)

3. De interne opbrengst, dat is de verdisconteringvoet die alle toekomstige cash flows in verband met de obligatie verdisconteert tot een contante waarde die gelijk is aan de huidige marktprijs van de obligatie. Deze verdisconteringvoet is dus gelijk aan Y in de volgende formule:

$$P = \sum_{t=1}^T \frac{C}{(1+Y)^t} + \frac{N}{(1+Y)^T}$$

Hier is P de huidige prijs, C de jaarlijkse interestvergoeding (couponrente), N de nominale waarde van de obligatie en T het aantal jaren tot het einde van de looptijd. (Bij gebruik van de interne opbrengst veronderstelt men dat ontvangen interestvergoedingen tegen de interne opbrengst kunnen worden geherinvesteerd. Deze veronderstelling is realistisch wanneer men verwacht dat de rentestand ongeveer gelijk zal blijven.)

Meestal wordt de interne opbrengst als maatstaf gebruikt voor het bepalen van het jaarlijkse rendement van een obligatie tot het einde van de looptijd.

Zodra een aantal punten op de rentetermijnstructuur bekend zijn, kunnen we met behulp van een model hier een (vloeiende) kromme doorheen trekken. Hier zullen drie modellen besproken worden, namelijk het Polynomiale model, het model van Nelson & Siegel en het model dat gebruikt wordt door DNB.

2.4 Polynomiale model

Wanneer we de rentetermijnstructuur benaderen met behulp van het polynomiale model maken we gebruik van een polynomiale benadering voor de n beschikbare datapunten $((x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n))$ van de rentetermijnstructuur. Hierbij zijn de x_i verschillend $\forall i$. De Lagrange interpolatie polynoom geeft ons de volgende functie voor de rentetermijnstructuur:

$$P(x) = \sum_{j=1}^n \left(y_j \prod_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^n \frac{x - x_k}{x_j - x_k} \right) = y_1 \frac{(x - x_2)(x - x_3) \cdots (x - x_n)}{(x_1 - x_2)(x_1 - x_3) \cdots (x_1 - x_n)} \\ + y_2 \frac{(x - x_1)(x - x_3) \cdots (x - x_n)}{(x_2 - x_1)(x_2 - x_3) \cdots (x_2 - x_n)} + \dots + y_n \frac{(x - x_1)(x - x_2) \cdots (x - x_{n-1})}{(x_n - x_1)(x_n - x_2) \cdots (x_n - x_{n-1})}$$

Dit is een polynoom van graad $\leq n$ die gaat door de n punten $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$.

Het nadeel van dit model is dat voor een benadering van de rentetermijnstructuur met weinig datapunten, de benadering buiten het bereik van de datapunten vaak onrealistisch wordt.

2.5 Model van Nelson & Siegel

In een zoektocht naar een goede grafische representatie van rentetermijnstructuren zijn Nelson & Siegel (1987) gaan kijken naar een simpel en sober model, die flexibel genoeg is om de verschillende vormen van rentetermijnstructuren (monotoon, gebold en S-vormig) te representeren. Eerdere pogingen door mensen als David Durand (1942) en J. Huston McCulloch (1971, 1975) hebben als nadeel dat de rentetermijnstructuren afbuigen bij het naderen van de vervaldatum, wat het gevolg is van een lineaire trend die deze modellen bevatten. Deze trend druist in tegen de verwachting dat bij het naderen van de maximale duur van obligaties het rendement ongeveer gelijk zal blijven.

De EHT voor rentetermijnstructuren wordt door Nelson & Siegel gezien als een motivatie om te kijken naar de klasse van differentiaalvergelijkingen en hun oplossingen. Nelson & Siegel gebruiken de aanname dat de spot rates van obligaties tweede-orde differentiaalvergelijkingen volgen. Deze aanname is een gevolg van de veronderstelling dat de forward rates van obligaties de oplossingen van deze tweede-orde differentiaalvergelijkingen zijn. Daarom maken Nelson & Siegel gebruik van differentiaalvergelijkingen en hun oplossingen bij het vinden van een klasse van functies die de verschillende vormen van rentetermijnstructuren kan genereren. Laat bijvoorbeeld de forward rate met looptijd m aangeduid met $r(m)$ gegeven worden door de oplossing van een tweede orde differentiaalvergelijking met reële en gelijke wortels.

$$r(m) = \beta_0 + \beta_1 e^{-m/\tau} + \beta_2 \frac{m}{\tau} e^{-m/\tau}$$

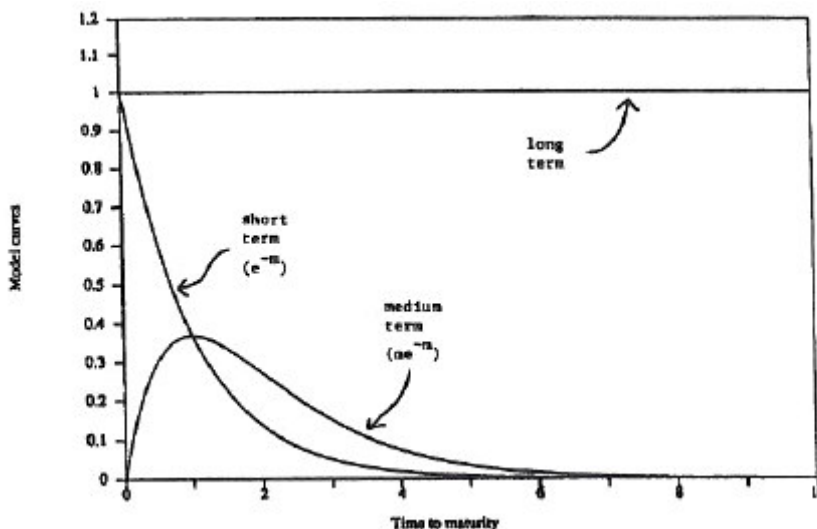
Hierin is m de looptijd (in maanden) en τ is een tijdsconstante die bepaalt hoe snel de twee exponentiële delen convergeren. Dit kan gezien worden als een Laguerre functie gesommeerd met een constante. Laguerre functies bestaan uit een polynoom vermenigvuldigd met een exponentiële vervalterm en zijn een wiskundige klasse van benaderingsfuncties. Deze vergelijking genereert een familie van forward rente krommen met monotone, gebolde en S-vormige vormen, afhankelijk van de waarden van β_1 en β_2 . De opbrengst van een obligatie tot het einde van de looptijd, aangeduid met $R(m)$, wordt berekend door:

$$R(m) = \frac{1}{m} \int_0^m r(x) dx$$

Dit geeft het gemiddelde rendement als een functie van de tijdsduur en wordt gegeven door:

$$\begin{aligned}
 R(m) &= \frac{1}{m} \int_0^m r(x) dx = \frac{1}{m} \int_0^m \left(\beta_0 + \beta_1 e^{-x/\tau} + \beta_2 \frac{x}{\tau} e^{-x/\tau} \right) dx = \frac{1}{m} \int_0^m (\beta_0 + \beta_1 e^{-x/\tau}) dx + \frac{1}{m} \int_0^m \beta_2 \frac{x}{\tau} e^{-x/\tau} dx \\
 &= \frac{1}{m} [\beta_0 x - \tau \beta_1 e^{-x/\tau}]_0^m + \frac{1}{m} \left[\beta_2 \frac{x}{\tau} (-\tau e^{-x/\tau}) \right]_0^m - \frac{1}{m} \int_0^m \beta_2 \frac{1}{\tau} (-\tau e^{-x/\tau}) dx \\
 &= \frac{1}{m} (\beta_0 m - \tau \beta_1 e^{-m/\tau} + \tau \beta_1 - \beta_2 m e^{-m/\tau}) - \frac{1}{m} [\tau \beta_2 e^{-x/\tau}]_0^m \\
 &= \frac{1}{m} (\beta_0 m - \tau \beta_1 e^{-m/\tau} + \tau \beta_1 - \beta_2 m e^{-m/\tau}) - \frac{1}{m} (\tau \beta_2 e^{-m/\tau} - \tau \beta_2) \\
 &= \beta_0 + \frac{1}{m} \tau (\beta_1 + \beta_2) - \frac{1}{m} \tau (\beta_1 + \beta_2) e^{-m/\tau} - \beta_2 e^{-m/\tau} \\
 &= \beta_0 + (\beta_1 + \beta_2) \frac{(1 - e^{-m/\tau})}{m/\tau} - \beta_2 e^{-m/\tau}
 \end{aligned}$$

Hierin staat β_0 voor de contributie van de lange termijn component, β_1 voor die van de korte termijn component en β_2 voor de contributie van de middellange termijn component, waarbij m weer de resterende looptijd is en τ de tijdsconstante. De lange termijn component is een constante die in de limiet niet daalt naar nul. De middellange termijn component is de enige functie in dit model die begint in nul en eindigt in nul. De korte termijn component daalt monotoon naar nul en daalt het snelst van alle functies in dit model. We zien dit duidelijk in de volgende figuur uit het artikel van Nelson & Siegel:



Door het aanpassen van de variabelen voor deze componenten krijgen we de verschillende gewenste vormen van de krommen voor het rendement.

Met dit model kunnen we met slechts drie parameters de algemene kenmerken van een rentetermijnstructuur nauwkeurig benaderen. In het artikel van Nelson & Siegel komen we een variatie aan optimale waarden van τ tegen die gezamenlijk een mediaan hebben van 50. Uit hun onderzoek blijkt dat bij de praktische aanname van $\tau = 50$ de gemiddelde toename van de standaarddeviatie van de residuen voor hun data maar 7,9% bedraagt. Bovendien voorkomt deze aanname instabiliteit in de parameters. Ook heeft het model als voordeel dat maar weinig datapunten nodig zijn om onze rentetermijnstructuur te schatten. De rentetermijnstructuur wordt bepaald met behulp van de OLS-schatter.

OLS is een manier om de best mogelijke kromme voor een gegeven aantal datapunten te vinden. Daarvoor wordt gebruikt gemaakt van een regressieanalyse. Het vinden van deze optimale kromme gebeurt met behulp van de kleinste kwadraten methode (ordinary least squares (OLS)), wat ervan uitgaat dat de som van de gekwadrateerde afwijkingen ten opzichte van de regressie minimaal moet zijn. In het model van Nelson & Siegel komt dit er op neer dat voor de gegeven n datapunten $((x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n))$ een kromme wordt bepaald die voldoet aan de volgende regressievergelijking:

$$y = \beta_0 + (\beta_1 + \beta_2) \frac{(1 - e^{-x/\tau})}{x/\tau} - \beta_2 e^{-x/\tau}$$

Voor het bepalen van deze kromme kijkt men naar de zogenaamde residuen van de regressievergelijking en deze wordt voor elk van de n datapunten gegeven door:

$$u_i = y_i - \left(\beta_0 + (\beta_1 + \beta_2) \frac{(1 - e^{-x_i/\tau})}{x_i/\tau} - \beta_2 e^{-x_i/\tau} \right)$$

Dit is het verschil tussen de werkelijke waarde van y_i en de waarde van de regressievergelijking voor de gegeven x_i . Vervolgens worden de waarden van β_0 , β_1 en β_2 bepaald waarvoor de som van de kwadraten van de residuen het kleinst is. Dit komt neer op het volgende optimalisatieprobleem:

$$\text{Min}_{\beta_0, \beta_1, \beta_2} \left[\sum_{i=1}^n \left(y_i - \left(\beta_0 + (\beta_1 + \beta_2) \frac{(1 - e^{-x_i/\tau})}{x_i/\tau} - \beta_2 e^{-x_i/\tau} \right) \right)^2 \right]$$

En hieruit volgt de kromme die de rentetermijnstructuur het beste representeert.

Nelson & Siegel melden echter in hun artikel dat het ook mogelijk is om β_2 gelijk aan nul te stellen. Hierdoor krijgen we een restrictief model dat nog slechts twee parameters bevat en kan

de rentetermijnstructuur al met twee datapunten worden geschat. Vanwege het gelijk aan nul stellen van β_2 , resteert ons een simpel exponentieel model dat alleen in staat is om monotone rentetermijnstructuren te genereren. Dit zal een relatief slechte representatie geven van een rentetermijnstructuur indien deze S-vormig is. Omdat voor dit model maar twee datapunten nodig zijn voor het genereren van een rentetermijnstructuur maakt Watson Wyatt echter gebruik van dit restrictieve model.

2.6 Methode DNB

De pensioenfondsen dienen gebruik te maken van de rentetermijnstructuur die DNB construeert en publiceert. Hiervoor gebruikt DNB een eigen methode waarbij de rentetermijnstructuur wordt geconstrueerd op basis van de swapcurve. Een renteswap is het gemakkelijkst te analyseren als een long positie (kopen van een optie) in een vastrentende obligatie gecombineerd met een short positie (verkopen van een optie) in een variabel rentende obligatie, of andersom. Een marktconforme renteswap wordt zo geconstrueerd dat bij aanvang geen betalingen hoeven plaats te vinden, oftewel de marktwaarde is nihil. De swapcurve wordt opgebouwd uit rentetarieven waarbij gedurende een langere periode op vastgestelde tijdstippen een vaste rente tegen de op het betaalmoment geldende 6-maands Euribor (Euro interbank offered rate) wordt uitgeruild. Definieer hiervoor de volgende (jaarlijks samengestelde) rentes:

r_t = de swaprente bij een looptijd t

z_t = de spot zerocoupon swaprente bij een looptijd t

f_{t_1, t_2} = de forward rente van looptijd t_1 tot t_2

De onderliggende vastrentende obligatie van een t -jaars swap heeft de volgende cashflows, waarbij de waarde van de swap op het moment van aangaan gelijk is aan 1 (=100%) :

tijdstip (jaren)	1	2	...	$t-1$	t
cashflow	r_t	r_t	...	r_t	$1+r_t$

De zerocoupon rente wordt van de swaprente afgeleid door de volgende stappen (bootstrapmethode):

Eerst wordt de 1-jaars zerocoupon rente door de cashflows van de 1-jaars swap contant te

maken, dus uit $\frac{(1+r_1)}{(1+z_1)} = 1$ volgt $z_1 = r_1$.

De 2-jaars zerocoupon rente wordt bepaald door de cashflows van de 2-jaars swap (alleen het vastrentende gedeelte) contant te maken tegen de 1- en 2-jaars zerocoupon rente en de

contante waarde gelijk te stellen aan 1. Omdat de 1-jaars zerocouponrente hierboven al berekend is, resteert een vergelijking met één onbekende (de 2-jaars zerocoupon rente):

$$\frac{r_2}{1+z_1} + \frac{1+r_2}{(1+z_2)^2} = 1 \text{ en hieruit volgt met } z_1 = r_1 :$$

$$\frac{1+r_2}{(1+z_2)^2} = 1 - \frac{r_2}{1+r_1} \Rightarrow \frac{1}{(1+z_2)^2} = \frac{1 - \frac{r_2}{1+r_1}}{1+r_2} \Rightarrow 1+z_2 = \sqrt{\frac{1+r_2}{1 - \frac{r_2}{1+r_1}}} \Rightarrow z_2 = \sqrt{\frac{1+r_2}{1 - \frac{r_2}{1+r_1}}} - 1$$

De 3-jaars zerocoupon rente wordt bepaald door de cashflows van de 3-jaars swap (alleen het vastrentende gedeelte) contant te maken tegen de 1-, 2- en 3-jaars zerocoupon rente en de contante waarde gelijk te stellen aan 1. Omdat de 1- en 2-jaars zerocouponrente hierboven al berekend zijn, resteert een vergelijking met één onbekende (de 3-jaars zerocoupon rente):

$$\frac{r_3}{1+z_1} + \frac{r_3}{(1+z_2)^2} + \frac{1+r_3}{(1+z_3)^3} = 1 \text{ en hieruit volgt:}$$

$$z_3 = \sqrt[3]{\frac{1+r_3}{1 - \frac{r_3}{1+z_1} - \frac{r_3}{(1+z_2)^2}}} - 1$$

En zo kunnen we z_4 t/m z_{10} op analoge wijze vinden, aangezien r_1 t/m r_{10} bekend zijn.

De 1-jaars forward rente over een jaar (de forward rente tussen $t=1$ en $t=2$) leiden we als volgt af:

$$(1+z_2)^2 = (1+z_1)(1+f_{1,2}) \text{ en hieruit volgt:}$$

$$f_{1,2} = \frac{(1+z_2)^2}{(1+z_1)} - 1$$

Voor het bepalen van al deze rentes wordt door DNB gebruik gemaakt van de dagelijks door Bloomberg gepubliceerde Europese swaprentes voor 1 t/m 10 jaar (jaarintervallen), 12, 15, 20, 25, 30, 40 en 50 jaar. Omdat vanaf looptijden langer dan 10 jaar niet alle tussenliggende rentes bekend zijn, worden tussenliggende rentes afgeleid. De veronderstelling die DNB hiervoor gebruikt is dat de 1-jaars forward rente tussen al deze tijdsintervallen (tussen 10 en 12, 12 en 15 etc.) constant is. Dit is een redelijke veronderstelling omdat de forward rente in feite een voorspelling van de 1-jaars rente over een aantal jaar vooruit is.

Zo kunnen we bijvoorbeeld als we gebruik maken van de veronderstelling dat $f_{20,21} = f_{21,22} = f_{22,23} = f_{23,24} = f_{24,25} = f_{20,25}$ de 21-, 22-, 23-, 24- en 25-jaars zerocoupon rente schrijven als:

$$\begin{aligned}(1 + z_{21})^{21} &= (1 + z_{20})^{20} (1 + f_{20,21}) = (1 + z_{20})^{20} (1 + f_{20,25}) \\(1 + z_{22})^{22} &= (1 + z_{21})^{21} (1 + f_{21,22}) = (1 + z_{20})^{20} (1 + f_{20,25})^2 \\(1 + z_{23})^{23} &= (1 + z_{22})^{22} (1 + f_{22,23}) = (1 + z_{20})^{20} (1 + f_{20,25})^3 \\(1 + z_{24})^{24} &= (1 + z_{23})^{23} (1 + f_{23,24}) = (1 + z_{20})^{20} (1 + f_{20,25})^4 \\(1 + z_{25})^{25} &= (1 + z_{24})^{24} (1 + f_{24,25}) = (1 + z_{20})^{20} (1 + f_{20,25})^5\end{aligned}$$

En hiermee kan de contante waarde van de 25-jaars swap als volgt worden geschreven:

$$\begin{aligned}&\frac{r_{25}}{1 + z_1} + \frac{r_{25}}{(1 + z_2)^2} + \dots + \frac{r_{25}}{(1 + z_{24})^{24}} + \frac{1 + r_{25}}{(1 + z_{25})^{25}} \\&= r_{25} \left[\sum_{t=1}^{20} \frac{1}{(1 + z_t)^t} + \frac{1}{(1 + z_{20})^{20}} \sum_{t=1}^5 \frac{1}{(1 + f_{20,25})^t} \right] + \frac{1}{(1 + z_{20})^{20} (1 + f_{20,25})^5} = 1\end{aligned}$$

Met behulp van een numerieke procedure is $f_{20,25}$ te vinden. Door deze te substitueren in bovenstaande vergelijkingen vinden we z_{21} t/m z_{25} . De constant veronderstelde forward rente is ook bruikbaar voor het extrapoleren voorbij 50 jaar, waardoor we de spotrentes voor zeer lange looptijden kunnen construeren.

2.7 Genereren rentetermijnstructuren

Voor het genereren van rentetermijnstructuren zal ik gebruik gaan maken van simulaties die zijn uitgevoerd door de afdeling Investment van Watson Wyatt. Zij maken projecties van mogelijke ontwikkelingen van de rentestand van de 3-maands korte rente en van die van de 10-jaars lange rente. Dit gebeurt op basis van historische gegevens van de 3-maands korte rente, de 10-jaars lange rente maar ook omtrent prijsinflatie, loonontwikkeling, rendement over aandelen en het rendement over onroerend goed. Met behulp van historische data van deze grootheden wordt een Vector Auto Regressive model (VAR-model) geschat. Met een VAR-model wordt de onderlinge samenhang tussen de variabelen weergegeven en op basis hiervan gesimuleerd voor de toekomst.

In ons multivariaat eerste-orde VAR-model maken we gebruik van zes variabelen (korte rente (x_1), lange rente (x_2), inflatie (x_3), loonontwikkeling (x_4), rendement aandelen (x_5) en rendement onroerend goed (x_6)) en deze wordt gegeven door:

$$\begin{pmatrix} x_{1,t} \\ x_{2,t} \\ x_{3,t} \\ x_{4,t} \\ x_{5,t} \\ x_{6,t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{10} \\ a_{20} \\ a_{30} \\ a_{40} \\ a_{50} \\ a_{60} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} & a_{16} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} & a_{26} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} & a_{36} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} & a_{46} \\ a_{51} & a_{52} & a_{53} & a_{54} & a_{55} & a_{56} \\ a_{61} & a_{62} & a_{63} & a_{64} & a_{65} & a_{66} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{1,t-1} \\ x_{2,t-1} \\ x_{3,t-1} \\ x_{4,t-1} \\ x_{5,t-1} \\ x_{6,t-1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \varepsilon_{1,t} \\ \varepsilon_{2,t} \\ \varepsilon_{3,t} \\ \varepsilon_{4,t} \\ \varepsilon_{5,t} \\ \varepsilon_{6,t} \end{pmatrix}$$

Hierbij geldt dat $\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_6$ ongecorreleerde witte ruis (fouttermen met een constant gemiddelde en een constante variantie) is met standaarddeviaties $\sigma_1, \dots, \sigma_6$.

Met behulp van historische data over $x_{1,t}, \dots, x_{6,t}$ worden de waarden van al de a_{ij} bepaald, dit gebeurt door per variabele gebruik te maken van GLS-schatters (Generalized Least Squares). Wanneer we kijken naar de historische data voor de variabele x_1 voor $t=1$ tot en met $t=T$, krijgen we de volgende reeks vergelijkingen:

$$\begin{pmatrix} x_{1,2} \\ x_{1,3} \\ \vdots \\ x_{1,T} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & x_{1,1} & \cdots & x_{6,1} \\ 1 & x_{1,2} & \cdots & x_{6,2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_{1,T-1} & \cdots & x_{6,T-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{10} \\ a_{11} \\ \vdots \\ a_{16} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \varepsilon_{1,1} \\ \varepsilon_{1,2} \\ \vdots \\ \varepsilon_{1,T-1} \end{pmatrix}$$

En in matrixnotatie is dit gelijk aan:

$$X_1 = Z_1 a_1 + e_1$$

Dit wordt gedaan voor elk van de zes variabelen en het geschatte model ziet er als volgt uit:

$$\begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Z_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & Z_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & Z_6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} e_1 \\ e_2 \\ \vdots \\ e_6 \end{pmatrix}$$

Oftewel $X = Za + e$

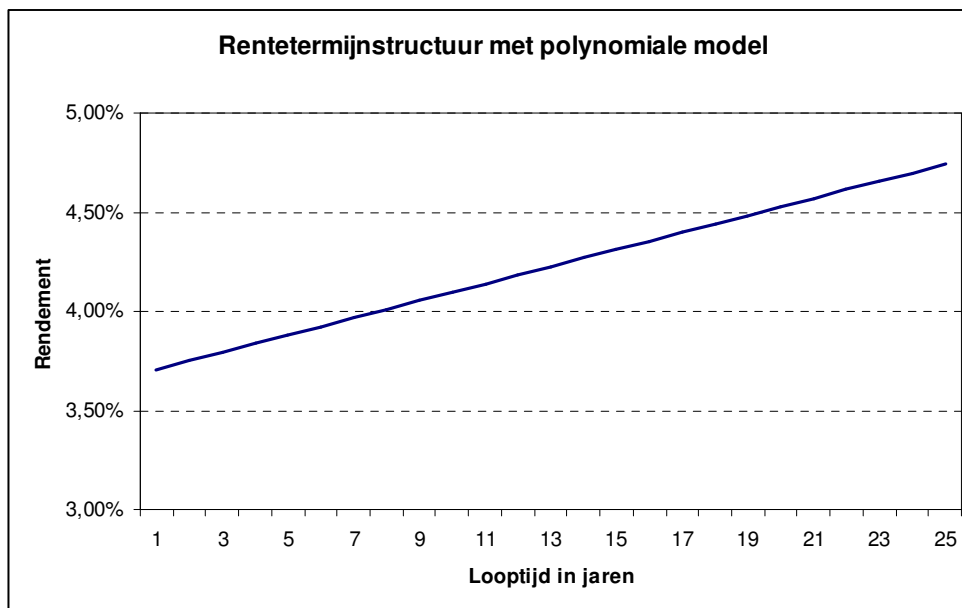
Nu is er een benadering voor de historische renteontwikkeling en kunnen simulaties worden gemaakt voor mogelijke toekomstscenario's van de 3-maands korte rente en 10-jaars lange rente door gebruik te maken van de geschatte matrix a , de historische data Z en de verwachte ruis e .

2.7.1 Genereren rentetermijnstructuren met polynomiale model

Aan de hand van de gegevens van de 3-maands korte rente (kr) en die van de 10-jaars lange rente (lr) kunnen we met behulp van het polynomiale model rentetermijnstructuren genereren. Omdat we hier gebruik maken van de twee datapunten $(3, kr)$ en $(120, lr)$ hebben we hier te maken met een rentetermijnstructuur die wordt gegenereerd door een rechte lijn te trekken tussen de twee datapunten. Deze wordt gegeven door:

$$R(m) = kr \cdot \frac{m-120}{3-120} + lr \cdot \frac{m-3}{120-3}$$

Wanneer we het gemiddelde nemen van alle simulaties van de 3-maands korte rente en 10-jaars lange rente voor berekeningsjaar 1 dan krijgen we de volgende rentetermijnstructuur met behulp van het polynomiale model:



Echter hier treedt het eerder genoemde probleem op dat de rentetermijnstructuur buiten de datapunten vaak onrealistisch is.

2.7.2 Genereren rentetermijnstructuren met Nelson & Siegel

Het is ook mogelijk om met de gegeven rentes en het restrictieve model van Nelson & Siegel rentetermijnstructuren te genereren. Dit model wordt gegeven door:

$$R(m) = a + b \left(\frac{1 - e^{-m/\tau}}{m/\tau} \right)$$

Waarin gebruik wordt gemaakt van de constante waarde $\tau = 50$, oftewel:

$$R(m) = a + b \left(\frac{1 - e^{-m/50}}{m/50} \right)$$

Voor de gegeven waarden van de 3-maands korte rente en de 10-jaars lange rente $((3, kr), (120, lr))$ kunnen we de vergelijkingen opstellen. Voor de korte rente hebben we een looptijd van $m = 3$ en voor de lange rente een looptijd van $m = 10 \cdot 12 = 120$ en de vergelijkingen zijn gelijk aan:

$$kr = a + b \left(\frac{1 - e^{-3/50}}{3/50} \right)$$

$$lr = a + b \left(\frac{1 - e^{-120/50}}{120/50} \right)$$

We kunnen de waarden van a en b als volgt bepalen:

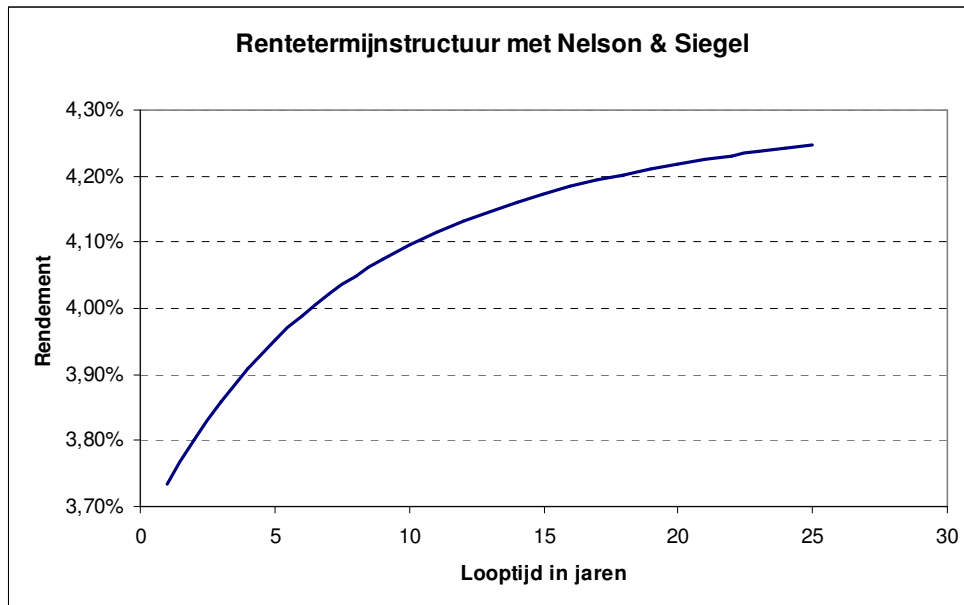
$$kr - lr = b \left(\left(\frac{1 - e^{-3/50}}{3/50} \right) - \left(\frac{1 - e^{-120/50}}{120/50} \right) \right) \Rightarrow$$

$$b = \frac{kr - lr}{\left(\left(\frac{1 - e^{-3/50}}{3/50} \right) - \left(\frac{1 - e^{-120/50}}{120/50} \right) \right)}$$

$$a = kr - b \left(\frac{1 - e^{-3/50}}{3/50} \right)$$

En met deze waarden van a en b kan de rentetermijnstructuur worden bepaald.

Wanneer we het gemiddelde nemen van alle simulaties van de 3-maands korte rente en 10-jaars lange rente voor jaar 1 dan krijgen we de volgende rentetermijnstructuur met behulp van het restrictieve Nelson & Siegel model:



Het genereren van rentetermijnstructuren met behulp van de methode van DNB zal ik in mijn scriptie niet toepassen. Hiervoor moeten de swaprentes voor verschillende looptijden bekend zijn en een model gemaakt worden om deze swaprentes te simuleren. Echter het doel van mijn scriptie is om met name in te gaan op de effecten van het FTK en daarom heb ik er voor gekozen om niet ook de rentetermijnstructuren met behulp van de methode van DNB te simuleren, maar de rentetermijnstructuren van het Nelson & Siegel model te gebruiken.

2.8 Samenvatting

Een rentetermijnstructuur geeft de relatie weer tussen de looptijd waarvoor je geld moet vastzetten en het rendement dat je daarover ontvangt. Door het simuleren van rentetermijnstructuren met behulp van het restrictieve model van Nelson & Siegel krijgen we mogelijke scenario's voor de rentestanden in de toekomst. Deze simulaties zijn gemaakt op basis van gegevens over de 3-maands korte rente en de 10-jaars lange rente, welke met een eerste-orde VAR-model met zes variabelen zijn bepaald.

Hoofdstuk 3 Sterfte

3.1 Inleiding

Een zeer belangrijke factor voor de financiële resultaten van een pensioenfonds is de sterfte van haar deelnemers. Er moet immers bij een ouderdomspensioen geld worden uitgekeerd aan de deelnemer vanaf de dag dat deze met pensioen gaat tot aan het overlijden van de deelnemer. Bij een nabestaandenpensioen moet geld worden uitgekeerd vanaf het moment van overlijden van de deelnemer tot aan het overlijden van de nabestaande. (Indien de nabestaande eerder komt te overlijden dan de deelnemer hoeft er niet te worden uitgekeerd.) Vanwege de grote invloed van sterfte worden over sterfte verschillende gegevens verzameld en worden sterftetafels gepubliceerd. Het is namelijk van groot belang dat pensioenfondsen niet op de korte of lange termijn in financiële problemen komen doordat meer deelnemers overlijden of in leven blijven dan verwacht.

3.2 Sterftetafels

Een sterftetafel is een tabel met daarin de leeftijdsafhankelijke sterftetekansen voor zowel mannen als vrouwen. De overlevingskans voor een bepaalde leeftijd is gelijk aan $(1 - \text{sterftetekans})$ voor diezelfde leeftijd.

q_x kans dat een x -jarige binnen 1 jaar overlijdt

p_x kans dat een x -jarige over 1 jaar leeft

l_x aantal levenden van x jaar oud

Voor het aantal levenden van 0 jaar oud (l_0) wordt bijvoorbeeld 100.000 genomen, ook wel de radix van de sterftetafel genoemd. De andere waarden van l_x vinden we als volgt:

$$l_1 = l_0 \cdot (1 - q_0) = l_0 \cdot p_0$$

$$l_2 = l_1 \cdot (1 - q_1) = l_1 \cdot p_1$$

\vdots

$$l_{x+1} = l_x \cdot (1 - q_x) = l_x \cdot p_x$$

Op deze wijze kunnen we een overlevingstafel construeren en kan de levensverwachting worden berekend. De levensverwachting is gedefinieerd als de verwachte toekomstige levensduur voor een 0-jarige.⁶

⁶ Zie 4.3 Actuariële factoren

Wanneer we gebruik maken van waargenomen waarden van l_x kunnen we de kansen p_x en q_x als volgt berekenen:

$$p_x = \frac{l_{x+1}}{l_x}$$

$$q_x = (1 - p_x) = 1 - \frac{l_{x+1}}{l_x} = \frac{l_x - l_{x+1}}{l_x}$$

In het verleden publiceerde het Actuarieel Genootschap (AG) sterftetafels, ook wel periodetafels genoemd, die waren gebaseerd op data die over een periode van vijf jaar was waargenomen door het Centraal Bureau voor de Statistiek (CBS).⁷ Om de verwachte toekomstige toename in levensverwachting te ondervangen werd veelal een terugstelling in leeftijd gebruikt. Hierdoor werd iedereen jonger verondersteld, wat resulteerde in (voor ouderdomspensioen) hogere voorzieningen. Bovendien werd door deze terugstelling in leeftijd rekening gehouden met de bevinding dat verzekerde mensen een hogere levensverwachting hebben dan het gemiddelde van de gehele bevolking. Echter onder het FTK moet er bij de berekening van de technische voorzieningen (geld dat nu nodig is om te voldoen aan toekomstige pensioenverplichtingen) voor pensioenfondsen gebruik worden gemaakt van realistische verwachtingen van de ontwikkeling van sterftetekansen in de toekomst. Er moet dus rekening worden gehouden met de sterftetrend en de ontwikkeling hiervan, zodat de verwachte toename van de levensverwachting op een juiste manier wordt meegenomen. Hierdoor voldoen de sterftetafels die in het verleden werden gebruikt niet meer aan alle eisen. Vandaar dat het AG nu ook een generatietafel publiceert, dit is een sterftetafel waarin de waargenomen ontwikkeling van de levensverwachting in de afgelopen jaren wordt geëxtrapoleerd naar de toekomst. In het ideale geval wordt de totale populatie van een pensioenfonds geanalyseerd zodat de technische voorziening kan worden gebaseerd op het specifieke risicoprofiel van deze populatie. Een voorbeeld hiervan is dat met de berekening van de technische voorziening onderscheid kan worden gemaakt tussen de rokers en niet-rokers van een populatie. Hier zal wellicht in de toekomst mee gewerkt gaan worden.

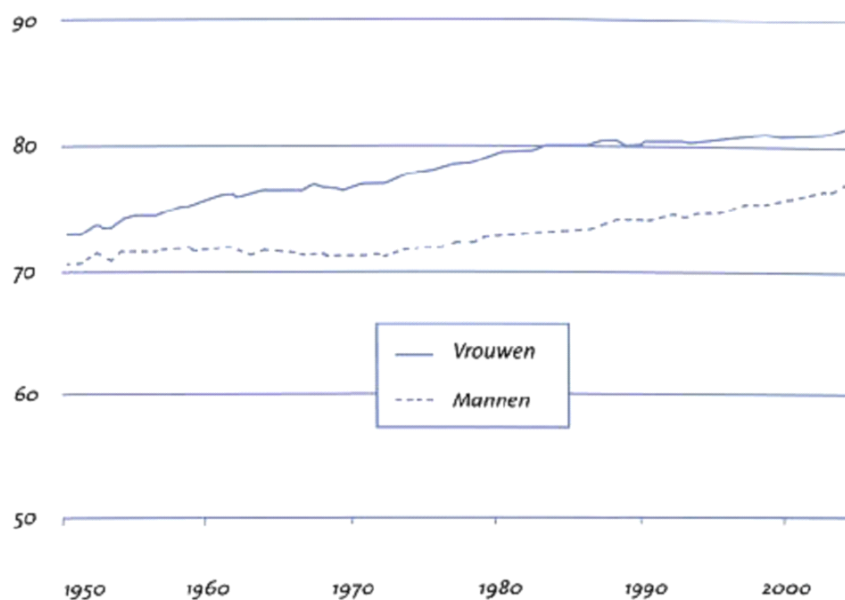
De door het CBS waargenomen sterftequotienten⁸ komen uit dezelfde achterliggende periode van vijf jaar en vormen daarom geen volledige levensloop die daadwerkelijk heeft bestaan. Dit zou wel het geval zijn indien gebruik wordt gemaakt van data over een periode van ongeveer

⁷ Zie Bijlage Hoofdstuk 3

⁸ Zie Bijlage Hoofdstuk 3

120 jaar. In dit geval zou voor een groep van bijvoorbeeld 100.000 mannelijke baby's en 100.000 vrouwelijke baby's, die allemaal hetzelfde geboortjaar hebben, data moeten worden bijgehouden omtrent het overlijden en hieruit dan de sterftেকansen af worden geleid. Dit is praktisch echter niet mogelijk. Het niet gebruiken van een daadwerkelijke levensloop heeft invloed op de berekening van de levensverwachting wanneer deze geschiedt aan de hand van de van sterftequotiënten afgeleide sterftেকansen. Een ander nadeel is dat bij deze berekening wel wordt uitgegaan van sterftেকansen per leeftijd en geslacht maar dat individuele verschillen zoals medische of sociaal-demografische kenmerken, leefstijl en dergelijke niet worden meegenomen.

In de loop der jaren en eeuwen is de levensverwachting van mensen veranderd, bijvoorbeeld door ontwikkelingen in de medische wereld. De ontwikkeling van de levensverwachting is weergegeven in de volgende figuur:



3.3 Generatietafels

Omdat periodetafels het resultaat zijn van daadwerkelijk waargenomen sterftequotiënten wordt hierin niet de toekomstige ontwikkeling van sterftequotiënten meegenomen. Door opeenvolgende periodetafels te vergelijken, kunnen we de ontwikkeling in de sterftequotiënten uit het verleden waarnemen. Hieruit kunnen we concluderen dat de sterftequotiënten voor bijna alle leeftijden afnemen. Zoals al eerder genoemd kan dit grote gevolgen hebben voor de financiële resultaten van pensioenfondsen en daarom is het nodig om de ontwikkeling van de sterftequotiënten per geboortjaar te extrapoleren. Tafels waarvoor dit het geval is, noemen we

generatietafels. Generatietafels bieden ook de mogelijkheid om de verwachte toekomstige ontwikkelingen in de sterftequotiënten mee te nemen. In dat geval worden het prognosetafels genoemd. Een andere benaming voor de prognosetafel is de ‘best estimate’ overlevingstafel.⁹

Wanneer we de ontwikkeling van overlevingskansen van de Nederlandse bevolking bekijken, zien we dat er sprake is van een aanhoudende verbetering. Oorzaken (zowel positieve als negatieve) hiervoor liggen in de ontwikkelingen op medisch gebied, het gedrag en de levenswijze van mensen, het milieu en het ontstaan van nieuwe ziekten. Omdat de verbetering van de overlevingskansen niet lineair verloopt, is het voorspellen van de ontwikkeling in overlevingskansen gecompliceerd. In de loop der jaren zijn verschillende modellen ontwikkeld om de overlevingskansen in de toekomst vast te stellen. Deze modellen zijn gebaseerd op het analyseren van waarnemingen uit het verleden en het extrapoleren van de op basis van deze analyses onderkende trends.

3.4 Extrapolatie modellen

We onderscheiden de volgende extrapolatie modellen:

- Extrapolatie van de doodsoorzaken: Er wordt en er is veel wetenschappelijk onderzoek gedaan naar specifieke doodsoorzaken waardoor hiermee goed een model voor de ontwikkeling van overlevingskansen gemaakt kan worden. Er is echter niet altijd voldoende betrouwbare data beschikbaar. Tevens is het probleem bij dit model dat doodsoorzaken verdwijnen en ontstaan in de loop der tijd.
- Extrapolatie van de structuur van de waargenomen sterfte: Dit model is gebaseerd op de waargenomen ontwikkeling van de overlevingskansen. Echter bij gebruik van dit model moet een groot aantal parameters worden geschat omdat benodigde gegevens niet te achterhalen zijn. Hierdoor is het alleen mogelijk om voor een beperkt aantal jaren te voorspellen, wat een groot nadeel is.
- Extrapolatie van de levensverwachting bij de geboorte: Dit is een verklarend model dat gebaseerd is op het rookgedrag van mensen en de lange termijntrend van de sterfte en op basis van gegevens hierover de levensverwachting bij geboorte voorspelt. Dit model is recentelijk door het CBS gebruikt voor een bevolkingsprognose. Echter bij dit model worden de uitkomsten bepaald door de ontwikkeling van de levensverwachting en niet door ontwikkeling van de sterftekansen. De sterftekansen worden afgeleid uit de leeftijdsspecifieke sterftekansen.

⁹ Zie Bijlage Hoofdstuk 3

- Extrapolatie op basis van de ontwikkelingen in de medische wetenschap: Bij dit model wordt gekeken naar de ontwikkelingen in de medische wetenschap en kunnen ook de toekomstige ontwikkelingen worden meegenomen. Echter over de verwachte toekomstige medische ontwikkelingen verschillen de meningen, wat het voorspellen van de ontwikkeling van de levensverwachting erg lastig maakt.

Andere modellen die ook gebruikt kunnen worden voor het voorspellen van de ontwikkeling van de overlevingskansen zijn:

- Lee Carter model: Dit model maakt gebruik van de waargenomen sterftcijfers en bestaat uit een verdelingsfunctie voor de sterfte over de leeftijden en een tijdreeksmodel voor het doortrekken van trends uit het verleden. Het model gebruikt hiervoor een lognormale verdeling.
- CBS model: Dit model wordt gebruikt voor een bevolkingsprognose, waarbij men gebruik maakt van een aantal leeftijdsgroepen en voor deze groepen verschillende doodsoorzaken bepaald. Deze doodsoorzaken worden in de tijd geëxtrapoleerd en hieruit wordt een levensverwachting afgeleid.
- Commissie Referentietarief Collectief (CRC) model: Dit model gebruikt de waargenomen sterftkansen van de gehele bevolking. Hieruit worden de historische ontwikkelingen en de trends bepaald waaruit de sterftkansen voor alle leeftijden worden geëxtrapoleerd. Hierbij gebruikt men de volgende uitgangspunten:
 1. De ruwe sterftkansen van het CBS worden gladgestreken volgens het Van Broekhoven algoritme.
 2. De jaarlijkse afname van de sterftkans is een vast percentage bij gegeven leeftijd en geslacht.
 3. De reductiefactoren worden per geslacht over de leeftijden gladgestreken op basis van een 11-jarig voortschrijdend gemiddelde.
 4. Het kruisen van de sterftkansen wordt vermeden door de reductiefactoren aan te passen voor leeftijden zodra voor deze leeftijden de sterftkansen van vrouwen boven die van mannen uitkomen.

Het AG maakt gebruik van het CRC-model om een prognose voor de ontwikkeling van de levensverwachting te berekenen.

3.5 Prognosemodel

De bevolkingssterftekansen die jaarlijks door het CBS worden gepubliceerd, worden geëxtrapoleerd waardoor een prognose voor de ontwikkeling van de daling van de sterftekansen ontstaat. Bij deze extrapolatie wordt de meest recente trend in de reductie op sterftekansen doorgetrokken.

We maken in het model gebruik van de volgende symbolen:

$q_{t,x}^b$: de eenjarige bevolkingssterftekans voor een x -jarige in jaar t

z_x : de jaarlijkse reductiefactor voor leeftijd x

$Q_{t,x}^b$: sterftequotiënt voor leeftijd x in jaar t

T : meest recente waarnemingsjaar voor de waarden van Q

Het prognosemodel voor de toekomstige bevolkingssterfte maakt gebruik van een vaste procentuele jaarlijkse afname van de éénjarige sterftekansen:

$$q_{t,x}^b = z_x \cdot q_{t-1,x}^b$$

Hierbij wordt de reductiefactor z_x geschat op basis van waargenomen bevolkingssterfte over de jaren vanaf 1988 en de leeftijd van 14,5 tot en met 95,5 jaar. Dit gebeurt per geslacht aan de hand van de volgende stappen:

1. De op halve leeftijd waargenomen sterftequotiënten van het CBS worden met behulp van het Van Broekhoven algoritme omgezet naar sterftequotiënten op hele leeftijden. Hierdoor krijgen we sterftequotiënten per leeftijd (20 tot en met 90 jaar), geslacht en waarnemingsjaar (vanaf 1988).
2. Voor iedere leeftijd $x \in \{20,21,\dots,90\}$ wordt een 5-jarig voortschrijdend gemiddelde over de jaren uitgevoerd, zodat gladgestreken sterftequotiënten overblijven voor de jaren 1988 tot en met twee jaar voor het laatste waarnemingsjaar.
3. Men schat de reductiefactoren voor de leeftijden 20 tot en met 90 jaar door:

$$z_x = \left(\frac{Q_{T-2,x}^b}{Q_{1988,x}^b} \right) \cdot \frac{1}{(T-2)-1988}$$

4. Met behulp van het voortschrijdend gemiddelde over de leeftijden worden de reductiefactoren gladgestreken over de leeftijden.

5. Voor de leeftijden 20 tot en met 90 jaar wordt de k-staps prognose voor de sterftekans in jaar T bepaald met behulp van:

$$q_{T+k,x}^b = (z_x)^k q_{T,x}^b$$

6. Aangezien dit alleen resultaten geeft voor de leeftijden 20 tot en met 90 jaar, wordt voor de overige leeftijden gebruik gemaakt van de meest recente AG-overlevingstafel. Zodra de sterftekansen van vrouwen boven die van mannen uitkomen voor bepaalde leeftijden worden de reductiefactoren van de vrouwen weer zodanig aangepast dat de sterftekansen voor mannen en vrouwen in het jaar 2050 gelijk zijn.

De meest recente trend in de reductie op sterftekansen is geschat op basis van waarnemingen vanaf 1988. Dit jaar is gekozen omdat gebleken is dat in de periode 1986-1990 de daling van sterftekansen voor vrouwen is afgevlakt en deze afvlakking ook in de afgelopen jaren was waar te nemen. Bovendien bleek dat in deze periode voor mannen sprake was van een versnelling van de daling van de sterftekansen en deze versnelling bleek ook structureel van aard te zijn. Door deze ontwikkelingen ontstaat de mogelijkheid dat voor bepaalde leeftijden de sterftekansen van vrouwen hoger worden dan die van mannen. Dit in tegenstelling tot de verwachting dat de levensverwachting voor vrouwen altijd hoger zal zijn dan die van mannen. Daarom zijn de reductiefactoren van vrouwen zodanig aangepast dat de sterftekansen van mannen en vrouwen in het jaar 2050 gelijk zijn voor de leeftijden waarvan de sterftekansen van vrouwen hoger worden dan die van mannen.

Vanwege de grote onzekerheid over de toekomstige ontwikkelingen van de sterftekansen is het van belang om de onzekerheid in de sterfteprognose te bepalen. Dit kan door gebruik te maken van veranderingen in de trend die in het verleden zijn waargenomen, bijvoorbeeld door analyse van het gedrag van sterftequotiënten in de afgelopen vijf of tien jaar en hieruit een vijfjarige of tienjarige trend af te leiden. Hieruit blijkt dat hoe korter de waarnemingsperiode des te meer fluctueert de trend. Dit is een gevolg van het feit dat de ontwikkeling van de sterftekansen wordt veroorzaakt door twee fenomenen, namelijk de random walk en de drift. De random walk zijn de toevallige en vaak tijdelijke veranderingen van de trend terwijl de drift de daadwerkelijke veranderingen voorstelt. Wanneer we de ontwikkeling van de trend bekijken zien we een slingerende beweging rondom de werkelijke ontwikkeling van de trend. De invloed van de random walk zal groter zijn op kortere perioden dan op langere perioden.

Om deze trendonzekerheid te bepalen, moeten eerst de trends uit het verleden met een zekere tijdsduur n worden bepaald. Vervolgens wordt voor elke trend op dezelfde manier als voor het

model voor de ‘best estimate’ trend een generatietafel ontwikkeld. En met deze afgeleide generatietafels worden vervolgens actuariële grootheden afgeleid. De spreiding van de uitkomsten van deze grootheden geeft een indicatie van de trendonzekerheid. Deze trendonzekerheid wordt niet rechtstreeks bepaald uit de individuele eenjarige bevolkingssterftekansen. Deze indirecte methode wordt gebruikt omdat de individuele eenjarige bevolkingssterftekansen niet onafhankelijk van elkaar zijn. De afhankelijkheid zal bij aangrenzende leeftijden groter zijn dan voor uit elkaar liggende leeftijden, waar er ook sprake kan zijn van onafhankelijkheid. Ditzelfde geldt voor de afhankelijkheid tussen de individuele eenjarige bevolkingssterftekansen van mannen en vrouwen. Door met verschillende generatietafels te rekenen die op historische gegevens zijn gebaseerd, wordt verondersteld dat de afhankelijkheid hierdoor op de juiste wijze wordt gemeten. Deze verschillende generatietafels worden afgeleid van verschillende trends $f_i(x)$ door middel van de volgende formule:

$$q_{t+a,x}^{b,i} = f_i(x)^a q_{t,x}^{b,be}$$

Hierin staat $q_{t+a,x}^{b,i}$ voor de eenjarige bevolkingssterftekans voor een x -jarige in jaar $t+a$ voor trend i en $q_{t,x}^{b,be}$ staat voor de eenjarige bevolkingssterftekans voor een x -jarige in jaar t volgens het ‘best estimate’ model.

3.6 Samenvatting

De sterfte van deelnemers bepaalt de financiële verplichtingen van een pensioenfonds. Om sterfte in kaart te brengen, worden zowel sterftetafels als generatietafels gepubliceerd. Voor dit doeleinde wordt gebruik gemaakt van extrapolatie modellen en prognosemodellen. Door de onzekerheid over toekomstige ontwikkelingen in de sterftekansen is het echter moeilijk om de betrouwbaarheid van deze modellen vast te stellen.

Hoofdstuk 4 Factoren

4.1 Inleiding

Een pensioenfonds is de uitvoerder van een pensioenovereenkomst tussen de werkgever en de werknemer en moet voldoen aan de vastgestelde pensioentoezegging. Het is van belang voor een pensioenfonds om te berekenen welke kosten aan deze pensioentoezegging zijn verbonden. Dit wordt berekend door de actuaris (financieel wiskundige). Voor het berekenen van deze kosten worden verschillende veronderstellingen gemaakt door de actuaris. Deze veronderstellingen hebben betrekking op de overlevingskansen van de deelnemers en nabestaanden en op de te ontvangen rente over de belegde middelen.

Bij een pensioen kan er sprake zijn van uitkeringen wanneer de deelnemer nog leeft of van uitkeringen wanneer de deelnemer is overleden. Of pensioen moet worden uitgekeerd is dus afhankelijk van de overlevingskansen van de deelnemer.

Pensioenpremies worden gedurende een langere periode betaald en dit gebeurt vaak al vele jaren voordat de eerste pensioenuitkering plaatsvindt. Deze ontvangen pensioenpremies worden door een pensioenfonds over een lange termijn belegd. Vandaar dat bij de berekening van de pensioenkosten rekening wordt gehouden met het behaalde rendement over deze beleggingen. Hierdoor moet minder premie worden betaald dan dat op het moment van uitkering aan middelen nodig is. Het probleem hierbij is echter dat de toekomstige renteopbrengsten onbekend zijn.

4.2 Contante waarde

Wanneer men kijkt naar het moment van uitkeren bij periodieke uitkeringen kunnen we hierin twee verschillende momenten onderscheiden. Indien aan het begin van de periode wordt uitgekeerd spreken we van prenumerando uitkeringen, wanneer dit aan het eind van de periode gebeurt van postnumerando uitkeringen.

Wanneer kapitaal op de bank wordt gezet, verkrijgt men hierover samengestelde rente. De eindwaarde van een kapitaal K , dat op tijdstip 0 is gestort, en waarover een bepaald rentepercentage p per jaar wordt ontvangen, wordt gegeven door:

$$K(n) = K(0) \cdot (1 + i)^n$$

Hier is de rentevoet i gegeven door $i = \frac{P}{100}$ en n het aantal jaren dat het kapitaal op de bank staat, ook wel de looptijd genoemd. Merk hierbij op dat de rentevoet i per jaar kan verschillen en dus afhankelijk is van t (met t de tijd in jaren). In het vervolg van deze scriptie zal de van t afhankelijke rentevoet echter worden aangeduid met i , er geldt dus $i = i_t$.

De factor $(1+i)^n$ wordt aangegeven met het symbool S_{ni} .

Het kapitaal dat op tijdstip 0 nodig is om, rekening houdend met de te verkrijgen rente, na n jaar een kapitaal K te hebben, noemen we de contante waarde. De contante waarde van een kapitaal K wordt gegeven door:

$$K(0) = K \cdot \frac{1}{(1+i)^n} = K \cdot (1+i)^{-n}$$

De factor $(1+i)^{-n}$ wordt aangegeven met het symbool A_{ni} en hiervoor geldt:

$$A_{ni} = \frac{1}{S_{ni}}$$

De factoren S_{ni} en A_{ni} worden veelvuldig gebruikt bij de berekening van actuariële factoren.

4.3 Actuariële factoren

Een annuïteit is een vast bedrag dat periodiek betaald of ontvangen wordt gedurende een bepaalde periode. Annuïteiten spelen binnen de pensioenwereld een aanzienlijke rol omdat deelnemers periodiek een pensioenpremie moeten betalen en gepensioneerden periodiek een pensioenuitkering ontvangen. Voor het berekenen van actuariële factoren wordt uitgegaan van een periodieke premie of uitkering van 1 Euro. Hierdoor kunnen deze factoren voor elk willekeurig bedrag gebruikt worden door simpelweg de actuariële factor met dit bedrag te vermenigvuldigen.

Bij jaarlijkse prenumerando stortingen van een bedrag T wordt de eindwaarde na n jaren gegeven door:

$$EW = T \cdot \ddot{s}_{ni}$$

waarbij:

$$\ddot{s}_{ni} = \sum_{k=1}^n S_{kli} = \sum_{k=1}^n (1+i)^k = (1+i) \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i} = (1+i) \cdot \frac{S_{ni} - 1}{i}$$

Bij jaarlijkse postnumerando stortingen van een bedrag T wordt de eindwaarde na n jaren gegeven door:

$$EW = T \cdot s_{n|i}$$

waarbij:

$$s_{n|i} = \sum_{k=0}^{n-1} S_{k|i} = \sum_{k=0}^{n-1} (1+i)^k = \frac{(1+i)^n - 1}{i} = \frac{S_{n|i} - 1}{i}$$

Er geldt:

$$\ddot{s}_{n|i} = (1+i) \cdot s_{n|i}$$

Over het algemeen wordt uitgegaan van prenumerando stortingen en wordt $\ddot{s}_{n|i}$ gebruikt.

De contante waarde van een jaarlijks onder prenumerando te storten bedrag T gedurende n jaren wordt gegeven door:

$$CW = T \cdot \ddot{a}_{n|i}$$

waarbij:

$$\ddot{a}_{n|i} = \sum_{k=0}^{n-1} A_{k|i} = \sum_{k=0}^{n-1} (1+i)^{-k} = (1+i) \cdot \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} = (1+i) \cdot \frac{1 - A_{n|i}}{i}$$

De contante waarde van een jaarlijks onder postnumerando te storten bedrag T gedurende n jaren wordt gegeven door:

$$CW = T \cdot a_{n|i}$$

waarbij:

$$a_{n|i} = \sum_{k=1}^{n} A_{k|i} = \sum_{k=1}^{n} (1+i)^{-k} = \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} = \frac{1 - A_{n|i}}{i}$$

Er geldt:

$$\ddot{a}_{n|i} = (1+i) \cdot a_{n|i}$$

Wanneer uitkeringen niet worden uitgekeerd aan het begin of het einde van de periode, maar op een moment hiertussen, wordt gebruik gemaakt van de zogenaamde continue uitkeringen. Hierbij vinden de uitkeringen niet periodiek maar continu plaats. De contante waarde van continue uitkeringen wordt benaderd door het rekenkundige gemiddelde van de contante waarden van de prenumerando en postnumerando uitkeringen.

De contante waarde van continue uitkeringen wordt, uitgaande van een uit te keren bedrag van 1 Euro, gegeven door:

$$\bar{a}_{ni} = \frac{\ddot{a}_{ni} + a_{ni}}{2}$$

Voor het bepalen van actuariële factoren wordt gebruik gemaakt van een combinatie van de overlevingskansen en de contante waarde. De actuariële factoren dienen om de benodigde premies en koopsommen voor de verschillende pensioenvormen te bepalen. We onderscheiden voor het ouderdomspensioen (OP) en het nabestaandenpensioen (NP) de volgende pensioenvormen:

- Ingegane uitkeringen (OP of NP)
- Uitgesteld OP
- Latent NP
- Uitgesteld TOP (tijdelijk OP)

De overlevingskansen worden bepaald met behulp van l_x , het aantal levenden van x jaar oud¹⁰. Dit moet voor dit hoofdstuk echter iets specifieker worden gedefinieerd. Er wordt namelijk onderscheid gemaakt tussen het aantal levende mannen van x jaar oud, aangeduid met l_x , en het aantal levende vrouwen van y jaar oud, aangeduid met l_y .

We hebben gezien dat de overlevingskans van een x -jarige man gelijk is aan $p_x = \frac{l_{x+1}}{l_x}$.

Met behulp van het aantal levenden kunnen we ook de kans bepalen dat een x -jarige man over t jaar nog leeft en deze is als volgt gedefinieerd.

$${}_t p_x = \frac{l_{x+t}}{l_x}$$

De kans dat een x -jarige man geen t jaar meer leeft is gedefinieerd als:

$${}_t q_x = 1 - {}_t p_x = 1 - \frac{l_{x+t}}{l_x} = \frac{l_x - l_{x+t}}{l_x}$$

Ditzelfde geldt natuurlijk voor vrouwen.

De levensverwachting van een 0-jarige wordt gegeven door $\sum_{t=1}^{\infty} {}_t p_0$.

¹⁰ Zie 3.2 Sterftetafels

4.4 Ingegane uitkeringen

Ingegaan OP: Een periodieke uitkering aan de gepensioneerde die per direct ingaat en geschiedt tot aan het overlijden van de gepensioneerde.

Ingegaan NP: Een periodieke uitkering aan de nabestaande van de deelnemer die per direct ingaat en geschiedt tot aan het overlijden van de nabestaande.

Uitgaande van prenumerando uitkeringen van 1 Euro, komt de koopsom van een ingegaan OP of ingegaan NP overeen met:

$$\ddot{a}_x = \sum_{t=0}^{\infty} A_{t|i} {}_t p_x = \sum_{t=0}^{\infty} (1+i)^{-t} {}_t p_x = \sum_{t=0}^{\infty} (1+i)^{-t} \frac{l_{x+t}}{l_x}$$

Het verschil tussen de factor voor een ingegaan OP en een ingegaan NP ligt in de verschillen tussen de sterftেকansen voor de gepensioneerde en de nabestaande.

Uitgaande van postnumerando uitkeringen van 1 Euro, komt de koopsom van een ingegaan OP of ingegaan NP overeen met:

$$a_x = \sum_{t=1}^{\infty} A_{t|i} {}_t p_x = \sum_{t=1}^{\infty} (1+i)^{-t} {}_t p_x = \sum_{t=1}^{\infty} (1+i)^{-t} \frac{l_{x+t}}{l_x}$$

Er geldt $\ddot{a}_x = 1 + a_x$.

4.5 Uitgesteld OP

Een periodieke uitkering vanaf het moment dat de deelnemer met pensioen gaat ($plft$) tot aan het overlijden van de deelnemer. Dit komt overeen met de koopsom van het direct ingegane ouderdomspensioen minus de koopsom van de periodieke uitkeringen tot aan de pensioenleeftijd.

Uitgaande van prenumerando uitkeringen van 1 Euro, komt de koopsom van een uitgesteld OP overeen met:

$${}_{(plft-x)}|\ddot{a}_x = \sum_{t=0}^{\infty} (1+i)^{-t} {}_t p_x - \sum_{t=0}^{(plft-x-1)} (1+i)^{-t} {}_t p_x = \sum_{t=(plft-x)}^{\infty} (1+i)^{-t} {}_t p_x = \sum_{t=(plft-x)}^{\infty} (1+i)^{-t} \frac{l_{x+t}}{l_x}$$

4.6 Latent NP

Een periodieke uitkering aan de nabestaande vanaf het moment van overlijden van de deelnemer tot aan het moment van overlijden van de nabestaande. Dit komt overeen met de koopsom van de ingegane periodieke uitkeringen minus de koopsom van de ingegane periodieke uitkeringen indien zowel de deelnemer als de nabestaande nog in leven is.

Uitgaande van prenumerando uitkeringen van 1 Euro, komt de koopsom van een latent NP overeen met:

$$\begin{aligned} \ddot{a}_{x/y} &= \ddot{a}_y - \ddot{a}_{xy} = \sum_{t=0}^{\infty} (1+i)^{-t} {}_tP_y - \sum_{t=0}^{\infty} (1+i)^{-t} {}_tP_{xy} = \sum_{t=0}^{\infty} (1+i)^{-t} ({}_tP_y - {}_tP_{xy}) = \\ &= \sum_{t=0}^{\infty} (1+i)^{-t} \left(\frac{l_{y+t}}{l_y} - \left(\frac{l_{x+t}}{l_x} \cdot \frac{l_{y+t}}{l_y} \right) \right) \end{aligned}$$

Hierin is \ddot{a}_{xy} de actuariële factor voor een ingegane uitkering indien zowel de deelnemer als de nabestaande nog in leven zijn. Hierin staat ${}_tP_{xy}$ voor de kans dat zowel de deelnemer als de nabestaande na t jaar nog in leven zijn en hiervoor geldt ${}_tP_{xy} = {}_tP_x \times {}_tP_y$ aangezien van onafhankelijke sterftেকansen wordt uitgegaan.

4.7 Uitgesteld TOP

Een periodieke uitkering vanaf de vroegpensioenleeftijd ($vpft$) tot aan de pensioenleeftijd ($plft$) en die vervalt bij het eerder overlijden van de deelnemer.

Uitgaande van prenumerando uitkeringen van 1 Euro, komt de koopsom van een uitgesteld TOP overeen met:

$$({}_{vpft-x}) \ddot{a}_{x, (plft-vpft)} = \sum_{t=(vpft-x)}^{plft-x-1} (1+i)^{-t} {}_tP_x = \sum_{t=(vpft-x)}^{plft-x-1} (1+i)^{-t} \frac{l_{x+t}}{l_x}$$

Hiervoor moet gelden: $plft > vpft$

4.8 Seksneutraliteit

Uitruilfactoren worden sekseneutraal vastgesteld omdat geen onderscheid mag worden gemaakt tussen mannen en vrouwen. Voor dit doel zullen we de eerder genoemde actuariële factoren sekseneutraal bepalen en wel aan de hand van de volgende drie methoden:

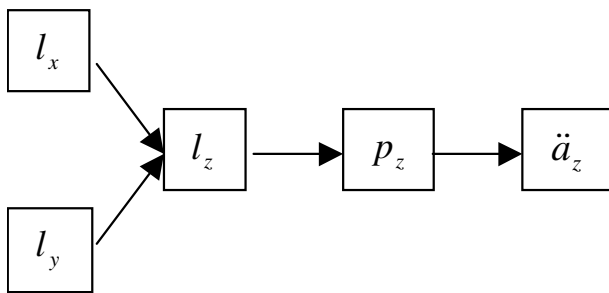
- Methode met weging op basis van het aantal levenden.
- Methode met weging op basis van de eenjarige overlevingskansen.
- Methode met weging op basis van de huidige actuariële factoren.

De verschillende methoden worden in de volgende drie deelparagrafen schematisch weergegeven en uitgewerkt. Bij elk van deze methoden wordt voor het sekseneutraal maken van de factoren gebruik gemaakt van de populatie van een pensioenfonds, oftewel de man/vrouw verdeling van de deelnemers.

De fractie mannen van de populatie wordt aangeduid met α_{man} en is gelijk aan het aantal mannen uit de populatie gedeeld door de totale populatie. De fractie vrouwen is gelijk aan één minus de fractie mannen en wordt daarom aangeduid met $(1 - \alpha_{man})$.

Voor berekeningen van sekseneutraliteit wordt aangenomen dat de man/vrouw verdeling van de deelnemers van een pensioenfonds in de toekomst onveranderd blijft. De waarden van α_{man} en $(1 - \alpha_{man})$ gelden ook voor de toekomst.

4.8.1 Weging op basis van het aantal levenden



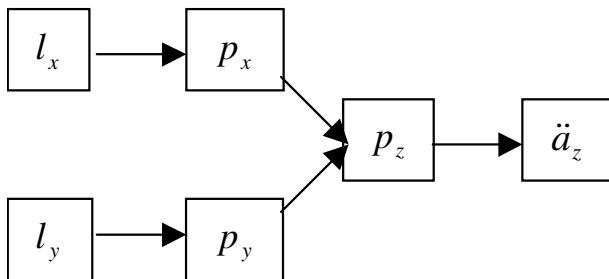
Bij deze methode wordt het aantal x -jarige levende mannen en het aantal y -jarige levende vrouwen omgezet in een sekseneutraal aantal z -jarige levenden, waarvoor geldt $x = y = z$. Hieruit worden de sekseneutrale overlevingskansen bepaald waarna de sekseneutrale actuariële factoren berekend worden.

Het sekseneutrale aantal z -jarige levenden wordt bepaald aan de hand van de volgende formule:

$$l_z = \alpha_{man} l_x + (1 - \alpha_{man}) l_y$$

met $x = y = z$

4.8.2 Weging op basis van de eenjarige overlevingskansen



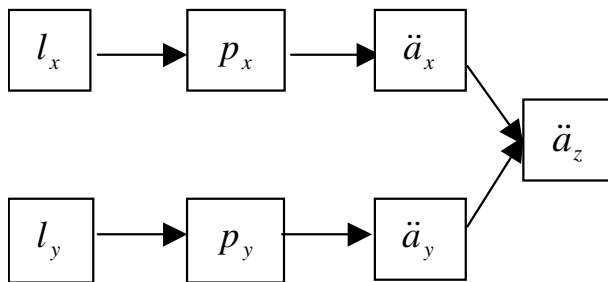
Bij deze methode wordt eerst voor zowel mannen als vrouwen de overlevingskansen bepaald uit het aantal x -jarige levende mannen en het aantal y -jarige levende vrouwen. Hieruit worden de sekseneutrale overlevingskansen bepaald waarna de sekseneutrale actuariële factoren berekend worden.

De sekseneutrale overlevingskansen worden bepaald aan de hand van de volgende formule:

$$p_z = \alpha_{man} p_x + (1 - \alpha_{man}) p_y$$

met $x = y = z$

4.8.3 Weging op basis van de huidige actuariële factoren



Bij deze methode wordt eerst voor zowel mannen als vrouwen de overlevingskansen bepaald uit het aantal x -jarige levende mannen en het aantal y -jarige levende vrouwen. Hieruit worden de overlevingskansen voor zowel mannen als vrouwen bepaald waarna de actuariële factoren voor zowel mannen als vrouwen worden berekend. Hieruit worden tenslotte de sekseneutrale actuariële factoren bepaald aan de hand van de volgende formule:

$$\ddot{a}_z = \alpha_{man} \ddot{a}_x + (1 - \alpha_{man}) \ddot{a}_y$$

4.9 Sekseneutrale factoren

De sekseneutrale overlevingskans ${}_t p_z$ wordt voor een populatie met een fractie α_{man} mannen en een fractie $(1 - \alpha_{man})$ vrouwen als volgt bepaald:

$${}_t p_z = \frac{l_{z+t}}{l_z} = \frac{\alpha_{man} l_{x+t} + (1 - \alpha_{man}) l_{y+t}}{\alpha_{man} l_x + (1 - \alpha_{man}) l_y}$$

4.9.1 Weging op basis van het aantal levenden

De sekseneutrale factor voor het direct ingaand ouderdomspensioen wordt onder prenumerando uitkeringen als volgt bepaald:

$$\ddot{a}_z = \sum_{t=0}^{\infty} (1+i)^{-t} {}_t p_z = \sum_{t=0}^{\infty} (1+i)^{-t} \frac{l_{z+t}}{l_z} = \sum_{t=0}^{\infty} (1+i)^{-t} \frac{\alpha_{man} l_{x+t} + (1-\alpha_{man}) l_{y+t}}{\alpha_{man} l_x + (1-\alpha_{man}) l_y}$$

De sekseneutrale factor voor het uitgesteld OP wordt onder prenumerando uitkeringen als volgt bepaald:

$${}_{(plft-z)} | \ddot{a}_z = \sum_{t=(plft-z)}^{\infty} (1+i)^{-t} \frac{l_{z+t}}{l_z} = \sum_{t=(plft-z)}^{\infty} (1+i)^{-t} \frac{\alpha_{man} l_{x+t} + (1-\alpha_{man}) l_{y+t}}{\alpha_{man} l_x + (1-\alpha_{man}) l_y}$$

De sekseneutrale factor voor het latent NP wordt onder prenumerando uitkeringen als volgt bepaald:

$$\begin{aligned} \ddot{a}_{z_1/z_2} &= \ddot{a}_{z_2} - \ddot{a}_{z_1/z_2} = \sum_{t=0}^{\infty} (1+i)^{-t} {}_t p_{z_2} - \sum_{t=0}^{\infty} (1+i)^{-t} {}_t p_{z_1/z_2} = \sum_{t=0}^{\infty} (1+i)^{-t} ({}_t p_{z_2} - {}_t p_{z_1/z_2}) = \\ &= \sum_{t=0}^{\infty} (1+i)^{-t} ({}_t p_{z_2} (1 - {}_t p_{z_1})) = \sum_{t=0}^{\infty} (1+i)^{-t} \frac{l_{z_2+t}}{l_{z_2}} \left(1 - \frac{l_{z_1+t}}{l_{z_1}} \right) = \\ &= \sum_{t=0}^{\infty} (1+i)^{-t} \left(\frac{\alpha_{man} l_{x_2+t} + (1-\alpha_{man}) l_{y_2+t}}{\alpha_{man} l_{x_2} + (1-\alpha_{man}) l_{y_2}} \right) \left(1 - \frac{\alpha_{man} l_{x_1+t} + (1-\alpha_{man}) l_{y_1+t}}{\alpha_{man} l_{x_1} + (1-\alpha_{man}) l_{y_1}} \right) \end{aligned}$$

De sekseneutrale factor voor het uitgesteld TOP wordt onder prenumerando uitkeringen als volgt bepaald:

$${}_{(vplft-z)} | \ddot{a}_{z, (plft-vplft)} = \sum_{t=(vplft-z)}^{plft-z-1} (1+i)^{-t} \frac{l_{z+t}}{l_z} = \sum_{t=(vplft-z)}^{plft-z-1} (1+i)^{-t} \frac{\alpha_{man} l_{x+t} + (1-\alpha_{man}) l_{y+t}}{\alpha_{man} l_x + (1-\alpha_{man}) l_y}$$

4.9.2 Weging op basis van de eenjarige overlevingskansen

De sekseneutrale factor voor het direct ingaand ouderdomspensioen wordt onder prenumerando uitkeringen als volgt bepaald:

$$\ddot{a}_z = \sum_{t=0}^{\infty} \left((1+i)^{-t} {}_t p_z \right) = \sum_{t=0}^{\infty} \left((1+i)^{-t} \prod_{i=0}^{t-1} p_{z+i} \right) = \sum_{t=0}^{\infty} \left((1+i)^{-t} \prod_{i=0}^{t-1} (\alpha_{man} p_{x+i} + (1-\alpha_{man}) p_{y+i}) \right)$$

De sekseneutrale factor voor het uitgesteld OP wordt onder prenumerando uitkeringen als volgt bepaald:

$$\begin{aligned} {}_{(plft-z)}| \ddot{a}_z &= \sum_{t=0}^{\infty} \left((1+i)^{-t} \prod_{i=0}^{t-1} (\alpha_{man} p_{x+i} + (1-\alpha_{man}) p_{y+i}) \right) - \sum_{t=0}^{(plft-z-1)} \left((1+i)^{-t} \prod_{i=0}^{t-1} (\alpha_{man} p_{x+i} + (1-\alpha_{man}) p_{y+i}) \right) = \\ &= \sum_{t=(plft-z)}^{\infty} \left((1+i)^{-t} \prod_{i=0}^{t-1} (\alpha_{man} p_{x+i} + (1-\alpha_{man}) p_{y+i}) \right) \end{aligned}$$

De sekseneutrale factor voor het latent NP wordt onder prenumerando uitkeringen als volgt bepaald:

$$\begin{aligned} \ddot{a}_{z_1/z_2} &= \ddot{a}_{z_2} - \ddot{a}_{z_1/z_2} = \sum_{t=0}^{\infty} (1+i)^{-t} {}_t p_{z_2} - \sum_{t=0}^{\infty} (1+i)^{-t} {}_t p_{z_1/z_2} = \sum_{t=0}^{\infty} (1+i)^{-t} ({}_t p_{z_2} - {}_t p_{z_1/z_2}) = \\ &= \sum_{t=0}^{\infty} (1+i)^{-t} ({}_t p_{z_2} (1 - {}_t p_{z_1})) = \sum_{t=0}^{\infty} \left((1+i)^{-t} \prod_{i=0}^{t-1} p_{z_2+i} \left(1 - \prod_{i=0}^{t-1} p_{z_1+i} \right) \right) = \\ &= \sum_{t=0}^{\infty} \left((1+i)^{-t} \prod_{i=0}^{t-1} (\alpha_{man} p_{x_2+i} + (1-\alpha_{man}) p_{y_2+i}) \left(1 - \prod_{i=0}^{t-1} (\alpha_{man} p_{x_1+i} + (1-\alpha_{man}) p_{y_1+i}) \right) \right) \end{aligned}$$

De sekseneutrale factor voor het uitgesteld TOP wordt onder prenumerando uitkeringen als volgt bepaald:

$${}_{(vplft-z)}| \ddot{a}_{z, (plft-vplft)} = \sum_{t=(plft-z)}^{plft-z-1} \left((1+i)^{-t} \prod_{i=0}^{t-1} (\alpha_{man} p_{x+i} + (1-\alpha_{man}) p_{y+i}) \right)$$

4.9.3 Weging op basis van de huidige actuariële factoren

De sekseneutrale factor voor het direct ingaand ouderdomspensioen wordt onder prenumerando uitkeringen als volgt bepaald:

$$\begin{aligned} \ddot{a}_z &= \alpha_{man} \ddot{a}_x + (1-\alpha_{man}) \ddot{a}_y = \alpha_{man} \sum_{t=0}^{\infty} (1+i)^{-t} {}_t p_x + (1-\alpha_{man}) \sum_{t=0}^{\infty} (1+i)^{-t} {}_t p_y = \\ &= \sum_{t=0}^{\infty} (1+i)^{-t} (\alpha_{man} {}_t p_x + (1-\alpha_{man}) {}_t p_y) \end{aligned}$$

De sekseneutrale factor voor het uitgesteld OP wordt onder prenumerando uitkeringen als volgt bepaald:

$${}_{(plft-z)}| \ddot{a}_z = \alpha_{man} {}_{(plft-x)}| \ddot{a}_x + (1-\alpha_{man}) {}_{(plft-y)}| \ddot{a}_y = \alpha_{man} \sum_{t=(plft-x)}^{\infty} (1+i)^{-t} {}_t p_x + (1-\alpha_{man}) \sum_{t=(plft-y)}^{\infty} (1+i)^{-t} {}_t p_y$$

De sekseneutrale factor voor het latent NP wordt onder prenumerando uitkeringen als volgt bepaald

$$\ddot{a}_{z_1/z_2} = \alpha_{man} \ddot{a}_{x/y} + (1 - \alpha_{man}) \ddot{a}_{y/x} = \alpha_{man} \left(\sum_{t=0}^{\infty} (1+i)^{-t} {}_t p_y (1 - {}_t p_x) \right) + (1 - \alpha_{man}) \left(\sum_{t=0}^{\infty} (1+i)^{-t} {}_t p_x (1 - {}_t p_y) \right)$$

De sekseneutrale factor voor het uitgesteld TOP wordt onder prenumerando uitkeringen als volgt bepaald:

$$\begin{aligned} {}_{(vplft-z)} | \ddot{a}_{z, (plft-vplft)} &= \alpha_{man} {}_{(vplft-x)} | \ddot{a}_{x, (plft-vplft)} + (1 - \alpha_{man}) {}_{(vplft-y)} | \ddot{a}_{y, (plft-vplft)} = \\ &= \alpha_{man} \sum_{t=(vplft-x)}^{plft-x-1} (1+i)^{-t} {}_t p_x + (1 - \alpha_{man}) \sum_{t=(vplft-y)}^{plft-y-1} (1+i)^{-t} {}_t p_y \end{aligned}$$

In het vervolg van mijn scriptie zal ik bij het bepalen van sekseneutrale factoren gebruik maken van de methode met weging op basis van de huidige factoren. Het argument hiervoor ligt in het feit dat bij deze methode de sekseneutraliteit pas als laatste wordt toegepast en hierdoor de sekseafhankelijke eigenschappen van de populatie niet verloren gaan. Immers bij de methode met weging op basis van de huidige factoren worden eerst de overlevingskansen en factoren bepaald per sekse. Hierdoor worden de sterfttekansen niet sekseneutraal verondersteld en wordt er niet bij voorbaat al een foutieve aanname gemaakt.

4.10 Samenvatting

Met behulp van de contante waarde kan berekend worden hoeveel geld een pensioenfonds als voorziening moet hebben om in de toekomst jaarlijks geld te kunnen uitkeren. In combinatie met de overlevingskansen van mannen en vrouwen worden hiermee de actuariële factoren voor de ingegane uitkeringen, het uitgesteld OP, het latent NP en het uitgesteld TOP berekend. Deze factoren worden sekseneutraal bepaald met behulp van de methode met weging op basis van de huidige actuariële factoren omdat hierdoor geen sekseafhankelijke informatie verloren gaat.

Hoofdstuk 5 Uitrustfactoren

5.1 Inleiding

Wanneer een deelnemer een bepaalde hoeveelheid pensioen heeft opgebouwd, spreken we van een voorziening. Een deelnemer wordt, wanneer hij met pensioen gaat, de mogelijkheid geboden om deze voorziening of een deel daarvan om te zetten in een ander soort pensioen. Dit wordt uitrusten genoemd. Voor dit uitrusten wordt een uitrustfactor bepaald, welke de verhouding weergeeft waarin de ene pensioensoort kan worden uitgeruild in een ander pensioensoort.

5.2 Sekseneutrale uitrustfactoren

Uitrustfactoren moeten volgens de Pensioenwet sekseneutraal worden vastgesteld en we onderscheiden hiervoor twee methoden:

- Methode 1: Eerst uitrust per geslacht en daarna sekseneutrale uitrustfactor bepalen.
- Methode 2: Eerst pensioensoorten sekseneutraal en daarna sekseneutrale uitrustfactor bepalen.

Deze twee methoden worden aan de hand van de uitrust van latent NP in uitgesteld OP met de pensioenleeftijd gelijk aan 65 jaar uitgewerkt. Deze uitrust vindt veel in de praktijk plaats wanneer een deelnemer, op het moment van het met pensioen gaan, geen nabestaande heeft. De rekenmethode voor het bepalen van de sekseneutrale uitrustfactor is echter voor al de pensioensoorten van toepassing.

5.3 Methode 1

Bij deze methode wordt eerst de uitrustfactor van latent NP in uitgesteld OP voor mannen ($U_x^{NP,OP}$) en voor vrouwen ($U_y^{NP,OP}$) bepaald, waarna de sekseneutrale uitrustfactor van latent NP in uitgesteld OP ($U_z^{NP,OP}$) wordt vastgesteld.

De uitrustfactor van latent NP in uitgesteld OP voor mannen is gelijk aan:

$$U_x^{NP,OP} = \frac{\ddot{a}_{x/y}}{65-x | \ddot{a}_x} = \frac{\sum_{t=0}^{\infty} (1+i)^{-t} ({}_t p_y - {}_t p_{xy})}{\sum_{t=(65-x)}^{\infty} (1+i)^{-t} {}_t p_x}$$

De uitruilfactor van latent NP in uitgesteld OP voor vrouwen is gelijk aan:

$$U_y^{NP,OP} = \frac{\ddot{a}_{y/x}}{{}_{65-y}| \ddot{a}_y} = \frac{\sum_{t=0}^{\infty} (1+i)^{-t} ({}_t p_x - {}_t p_{yx})}{\sum_{t=(65-y)}^{\infty} (1+i)^{-t} {}_t p_y}$$

De sekseneutrale uitruilfactor van latent NP in uitgesteld OP is gelijk aan:

$$\begin{aligned} U_z^{NP,OP} &= \alpha_{man} U_x^{NP,OP} + (1 - \alpha_{man}) U_y^{NP,OP} = \alpha_{man} \left(\frac{\ddot{a}_{x/y}}{{}_{65-x}| \ddot{a}_x} \right) + (1 - \alpha_{man}) \left(\frac{\ddot{a}_{y/x}}{{}_{65-y}| \ddot{a}_y} \right) = \\ &= \alpha_{man} \frac{\sum_{t=0}^{\infty} (1+i)^{-t} ({}_t p_y - {}_t p_{xy})}{\sum_{t=(65-x)}^{\infty} (1+i)^{-t} {}_t p_x} + (1 - \alpha_{man}) \frac{\sum_{t=0}^{\infty} (1+i)^{-t} ({}_t p_x - {}_t p_{yx})}{\sum_{t=(65-y)}^{\infty} (1+i)^{-t} {}_t p_y} \end{aligned}$$

5.4 Methode 2

Bij deze methode worden eerst de actuariële factoren voor het latent NP en uitgesteld OP sekseneutraal bepaald, waarna de sekseneutrale uitruilfactor van latent NP in uitgesteld OP ($U_z^{NP,OP}$) wordt vastgesteld. In Hoofdstuk 4 zijn drie methoden besproken voor het sekseneutraal bepalen van actuariële factoren en is geconcludeerd dat de methode met weging op basis van de huidige actuariële factoren wordt geprefereerd. Deze methode zal hier worden gebruikt.

De sekseneutrale factor voor het latent NP is gelijk aan:

$$\begin{aligned} \ddot{a}_{z_1/z_2} &= \alpha_{man} \times \ddot{a}_{x/y} + (1 - \alpha_{man}) \times \ddot{a}_{y/x} = \\ &= \alpha_{man} \left(\sum_{t=0}^{\infty} (1+i)^{-t} {}_t p_y (1 - {}_t p_x) \right) + (1 - \alpha_{man}) \left(\sum_{t=0}^{\infty} (1+i)^{-t} {}_t p_x (1 - {}_t p_y) \right) \end{aligned}$$

De sekseneutrale factor voor het uitgesteld OP is gelijk aan:

$${}_{(65-z)}| \ddot{a}_z = \alpha_{man} \times {}_{(65-x)}| \ddot{a}_x + (1 - \alpha_{man}) \times {}_{(65-y)}| \ddot{a}_y = \alpha_{man} \sum_{t=(65-x)}^{\infty} (1+i)^{-t} {}_t p_x + (1 - \alpha_{man}) \sum_{t=(65-y)}^{\infty} (1+i)^{-t} {}_t p_y$$

De sekseneutrale uitruilfactor van latent NP in uitgesteld OP is gelijk aan:

$$U_z^{NP.OP} = \frac{\ddot{a}_{z_1/z_2}}{(65-z)|\ddot{a}_z} = \frac{\alpha_{man} \times \ddot{a}_{x/y} + (1 - \alpha_{man}) \times \ddot{a}_{y/x}}{\alpha_{man} \times (65-x)|\ddot{a}_x + (1 - \alpha_{man}) \times (65-y)|\ddot{a}_y} =$$

$$= \frac{\alpha_{man} \left(\sum_{t=0}^{\infty} (1+i)^{-t} {}_t p_y (1 - {}_t p_x) \right) + (1 - \alpha_{man}) \left(\sum_{t=0}^{\infty} (1+i)^{-t} {}_t p_x (1 - {}_t p_y) \right)}{\alpha_{man} \sum_{t=(65-x)}^{\infty} (1+i)^{-t} {}_t p_x + (1 - \alpha_{man}) \sum_{t=(65-y)}^{\infty} (1+i)^{-t} {}_t p_y}$$

5.5 Rekenvoorbeeld methode 1 en methode 2

De sekseneutrale uitruilfactoren met behulp van methode 1 en methode 2 kunnen verschillen. Dit wordt geïllustreerd met een rekenvoorbeeld. De berekening van de factoren vindt plaats aan de hand van de GBMV 2000-2005 tafel¹¹ en een vast rentepercentage van 4%.

Stel dat iemand van 65 jaar met pensioen gaat (nog steeds uitgaande van een pensioenleeftijd gelijk aan 65 jaar) en zijn/haar latent NP uitruilt in uitgesteld OP. Merk op dat de pensioenleeftijd hier gelijk is aan de leeftijd van de persoon en er is daarom sprake van ingegaan OP. Dit volgt uit de formules voor het uitgesteld OP¹² en ingegaan OP¹³, welke voor een 65-jarige gelijk zijn wanneer wordt uitgegaan van een pensioenleeftijd van 65 jaar:

$${}_{(65-65)}|\ddot{a}_{65} = \sum_{t=(65-65)}^{\infty} (1+i)^{-t} \frac{l_{65+t}}{l_{65}} = \sum_{t=0}^{\infty} (1+i)^{-t} \frac{l_{65+t}}{l_{65}} = \ddot{a}_{65}$$

We bekijken in dit rekenvoorbeeld dus de uitruil van latent NP in ingegaan OP.

Binnen de pensioenwereld is het een standaard aanname dat een man drie jaar ouder is dan zijn vrouwelijke partner. In ons rekenvoorbeeld zal hier ook van worden uitgegaan. Dit betekent dat bij het berekenen van het nabestaandenpensioen van een 65-jarige mannelijke deelnemer wordt aangenomen dat zijn vrouwelijke nabestaande 62 jaar is. En dat bij het berekenen van het nabestaandenpensioen van een 65-jarige vrouwelijke deelnemer wordt aangenomen dat haar mannelijke nabestaande 68 jaar is. Gegeven een populatie bestaande uit 50% mannen en 50% vrouwen krijgen we met behulp van methode 1 de volgende berekening voor de sekseneutrale uitruilfactor.

¹¹ Zie 6.2 Model

¹² Zie 4.5 Uitgesteld OP

¹³ Zie 4.4 Ingegane uitkeringen

De uitruilfactor van latent NP in ingegaan OP voor een man van 65 jaar met een nabestaande van 62 jaar is gelijk aan: (De waarden van de actuariële factoren in deze formule zijn bepaald aan de hand van het programma Brans Actuariële factoren Pensioenen Versie 3.0 van Watson Wyatt B.V..)

$$U_x^{NP,OP} = \frac{\ddot{a}_{x/y}}{\ddot{a}_x} = \frac{4,17}{11,13} \approx 0,375$$

De uitruilfactor van latent NP in ingegaan OP voor een vrouw van 65 jaar met een nabestaande van 68 jaar is gelijk aan:

$$U_y^{NP,OP} = \frac{\ddot{a}_{y/x}}{\ddot{a}_y} = \frac{1,20}{12,99} \approx 0,092$$

De sekseneutrale uitruilfactor van latent NP in ingegaan OP van een persoon van 65 jaar met een nabestaande van 65 jaar is met behulp van methode 1 gelijk aan:

$$U_z^{NP,OP} = \alpha_{man} U_x^{NP,OP} + (1 - \alpha_{man}) U_y^{NP,OP} = 0,50 \times 0,375 + 0,50 \times 0,092 = 0,234$$

Gegeven een populatie bestaande uit 50% mannen en 50% vrouwen krijgen we met behulp van methode 2 de volgende berekening voor de sekseneutrale uitruilfactor.

De sekseneutrale factor voor het latent NP van een persoon van 65 jaar is gelijk aan:

$$\ddot{a}_{z_1/z_2} = \alpha_{man} \times \ddot{a}_{x/y} + (1 - \alpha_{man}) \times \ddot{a}_{y/x} = 0,50 \times 4,17 + 0,50 \times 1,20 = 2,69$$

De sekseneutrale factor voor het ingegaan OP van een persoon van 65 jaar is gelijk aan:

$$\ddot{a}_z = \alpha_{man} \times \ddot{a}_x + (1 - \alpha_{man}) \times \ddot{a}_y = 0,50 \times 11,13 + 0,50 \times 12,99 = 12,06$$

De sekseneutrale uitruilfactor van een persoon van 65 jaar is gelijk aan:

$$U_z^{NP,OP} = \frac{\ddot{a}_{z_1/z_2}}{\ddot{a}_z} = \frac{2,69}{12,06} = 0,223$$

5.6 Financieel resultaat bij uitruil

We spreken van een financieel resultaat bij uitruil voor een pensioenfonds wanneer een pensioenfonds winst of verlies maakt wanneer een deelnemer uitruilt. Dit is het geval wanneer de waarde van de voorziening voor uitruil ongelijk is aan de waarde van de voorziening na uitruil. Als de voorziening na uitruil hoger is dan de voorziening voor uitruil maakt een pensioenfonds verlies op het uitruilen. Er is immers na het uitruilen meer geld nodig om te voldoen aan de toekomstige pensioenverplichtingen dan voor het uitruilen. Evenzo maakt een pensioenfonds winst wanneer de voorziening na uitruil lager is dan de voorziening voor uitruil.

Wanneer uitruil tot een financieel resultaat voor een pensioenfonds leidt, is er sprake van financieel risico voor pensioenfondsen. Daarom prefereren pensioenfondsen de methode voor het bepalen van de sekseneutrale uitruilfactoren waarbij geen sprake is van een financieel resultaat.

Aan de hand van het bovenstaande rekenvoorbeeld is voor beide methoden hieronder de VPV berekend. Uitgaande van een populatie met 50 mannen en 50 vrouwen en een latent NP van 1 Euro is de totale waarde van het latent NP voor uitruil gelijk aan:

$$\begin{aligned} VPV &= NP \times \#mannen \times \ddot{a}_{x/y} + NP \times \#vrouwen \times \ddot{a}_{y/x} = \\ &= 1 \times 50 \times 4,17 + 1 \times 50 \times 1,20 \approx 268,50 \end{aligned}$$

Na uitruil met behulp van methode 1 is de VPV gelijk aan:

$$\begin{aligned} VPV &= U_z^{NP.OP} \times \#mannen \times \ddot{a}_x + U_z^{NP.OP} \times \#vrouwen \times \ddot{a}_y = \\ &= 0,234 \times 50 \times 11,13 + 0,234 \times 50 \times 12,99 \approx 282,20 \end{aligned}$$

Na uitruil met behulp van methode 2 is de VPV gelijk aan:

$$\begin{aligned} VPV &= U_z^{NP.OP} \times \#mannen \times \ddot{a}_x + U_z^{NP.OP} \times \#vrouwen \times \ddot{a}_y = \\ &= 0,223 \times 50 \times 11,13 + 0,223 \times 50 \times 12,99 \approx 268,50 \end{aligned}$$

Bij het bepalen van de sekseneutrale uitruilfactoren aan de hand van methode 2 is er nooit sprake van een financieel resultaat voor pensioenfondsen. Daarom wordt methode 2 geprefereerd en wordt deze in het vervolg van mijn scriptie toegepast.

5.7 Samenvatting

Uitruilfactoren dienen sekseneutraal te worden vastgesteld waarbij het voor pensioenfondsen wenselijk is dat er geen financieel resultaat optreedt. Daarom wordt methode 2 gebruikt waarbij eerst de actuariële factoren voor pensioensoorten sekseneutraal worden vastgesteld en daarna de sekseneutrale uitruilfactor bepaald. De voorziening na uitruil is dan gelijk aan de voorziening voor uitruil.

Hoofdstuk 6 Model voor uitruilfactoren

6.1 Inleiding

Voor het bepalen van de uitruilfactoren moeten eerst de actuariële factoren¹⁴ op basis van de gesimuleerde rentetermijnstructuren¹⁵ en de gegeven overlevingskansen¹⁶ worden bepaald. Voor dit doeleinde heb ik een model gebouwd die, uitgaande van de gesimuleerde rentetermijnstructuur, de factoren voor het ouderdomspensioen (OP) en het latent nabestaandenpensioen (latent NP) berekent. Qua resultaten zijn we wat betreft het OP geïnteresseerd in de factoren voor 60 en 65 jaar (het zogenaamde OP 60 (\bar{a}_{60}) en OP 65 (\bar{a}_{65})).

En voor het latent NP ($a_{x/y}$), vanaf hier NP genoemd, zijn we geïnteresseerd in de factor voor iemand van 65 jaar. Met behulp van deze factoren worden de uitruilfactoren tussen OP 65 en OP 60 en de uitruilfactoren tussen NP en OP 65 bepaald.¹⁷ Er is gekozen voor deze twee vormen van uitruil omdat ze in de praktijk vaak voorkomen. De uitruil tussen OP 65 en OP 60 wordt vervroeging van pensioen genoemd en vindt plaats wanneer iemand op zijn/haar 60^{ste} in plaats van op zijn/haar 65^{ste} met pensioen gaat. Van uitruil tussen NP en OP 65 is sprake wanneer iemand NP heeft opgebouwd, maar bijvoorbeeld geen partner heeft, en daarom deze voorziening omzet in OP zodra hij/zij op zijn/haar 65^{ste} met pensioen gaat.

In dit hoofdstuk wordt het model voor één simulatie uitgewerkt en wordt gekeken naar de resultaten over de 500 simulaties. In hoofdstuk 7 wordt gekeken naar het effect van middeling van de factoren en in hoofdstuk 8 naar de effecten van het gebruik maken van de AG-prognosetafel in plaats van de GBMV 2000-2005 tafel.¹⁸

6.2 Model

Het gebouwde model is gebaseerd op het reeds bestaande IAS-model¹⁹ dat wordt gebruikt door Watson Wyatt B.V. en is aangepast om de gesimuleerde rentetermijnstructuren te gebruiken. Voor dit model wordt gebruik gemaakt van de zogenaamde GBMV 2000-2005 tafel. Dit is een sterftetafel met daarin de waarden van l_x en l_y voor de leeftijden 0 tot en met 120 jaar, welke zijn bepaald aan de hand van de gedurende de jaren 2000-2005 waargenomen overlevingskansen. De overlevingskans wordt voor een 65-jarige man bepaald door in 2000 te

¹⁴ Zie Hoofdstuk 4 Factoren

¹⁵ Zie Hoofdstuk 2 Rentetermijnstructuren

¹⁶ Zie Hoofdstuk 3 Sterfte

¹⁷ Zie Hoofdstuk 5 Uitruilfactoren

¹⁸ Zie 6.2 Model

¹⁹ Zie Bijlage Hoofdstuk 6 IAS-model

kijken naar het aantal levende 65-jarige mannen en vervolgens in 2001 te concluderen welk deel hiervan nog in leven is. Hierdoor vindt men de overlevingskans van een 65-jarige in 2000. In 2001 wordt gekeken naar het aantal levende 65-jarige mannen (dit zijn de nog levende 64-jarige mannen uit 2000) en wordt in 2002 geconcludeerd welk deel hiervan nog in leven is. Hierdoor vindt men de overlevingskans van een 65-jarige in 2001. Ditzelfde wordt gedaan voor zowel mannen als vrouwen voor de jaren 2002-2004, waarna de overlevingskansen worden gemiddeld. Op deze wijze vindt men voor zowel mannen als vrouwen voor elke leeftijd de gemiddelde waargenomen overlevingskansen. En door het aantal 0-jarigen vervolgens op 100.000 te zetten en dit te vermenigvuldigen met de overlevingskans, vindt men de waarden van l_x en l_y voor de leeftijden 0 tot en met 120 jaar.²⁰ Het berekeningsjaar (het beginjaar van de rentesimulatie) voor het model is 2007 en de horizon (het eindjaar van de berekening) wordt gesteld op 2050, welke gelijk is aan de horizon van de bevolkingsprognose van het CBS, waardoor de berekening over 43 toekomstige jaren wordt uitgevoerd.

Het model berekent voor elke simulatie de OP en NP factoren voor zowel mannen als vrouwen. Dit gebeurt op basis van een uitkering van 1 Euro en aan de hand van de gesimuleerde rentetermijnstructuren en de overlevingskansen voor mannen en vrouwen, welke worden berekend aan de hand van de GBMV 2000-2005 tafel. Elke gesimuleerde rentetermijnstructuur bestaat uit een renteontwikkeling voor 31 jaren volgend op het berekeningsjaar. Het model maakt echter gebruik van een groter aantal jaren en daarom wordt de rente in de jaren volgend op het jaar 31 gelijk gesteld aan de rente van jaar 31.

Bij prenumerando uitkeringen is sprake van één extra uitkering ten opzichte van postnumerando uitkeringen en er geldt:²¹

$$\ddot{a}_x = u + a_x$$

Hierin staat u voor de te ontvangen uitkering en deze is in onze berekening gelijk aan 1 Euro.

De factoren voor het OP worden berekend aan de hand van de volgende prospectieve formule:

$$\ddot{a}_x = 1 + \frac{1}{1+i} \times p_x \times \ddot{a}_{x+1}$$

$$a_x = \frac{1}{1+i} \times p_x + \frac{1}{1+i} \times p_x \times a_{x+1} = (1 + a_{x+1}) \frac{p_x}{1+i}$$

²⁰ Zie 3.2 Sterftetafels

²¹ Zie 4.4 Ingegane Uitkeringen

In het model wordt gebruik gemaakt van de zogenaamde continue uitkering \bar{a}_x welke gelijk is gesteld aan:

$$\begin{aligned}\bar{a}_x &= \frac{\ddot{a}_x + a_x}{2} = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{1+i} \times p_x \times \ddot{a}_{x+1} + (1 + a_{x+1}) \frac{p_x}{1+i} \right) = 0,5 + \frac{1}{2} (1 + \ddot{a}_{x+1} + a_{x+1}) \frac{p_x}{1+i} \\ &= 0,5 + (0,5 + \bar{a}_{x+1}) \frac{p_x}{1+i}\end{aligned}$$

De factoren voor het NP worden berekend aan de hand van de volgende formule:

$$\begin{aligned}\ddot{a}_{x/y} &= \ddot{a}_y - \ddot{a}_{xy} = 1 + \frac{1}{1+i} \times p_y \times \ddot{a}_{y+1} - \left(1 + \frac{1}{1+i} \times p_x \times p_y \times \ddot{a}_{x+1,y+1} \right) = \\ &= \frac{p_y}{1+i} (\ddot{a}_{y+1} - p_x \times \ddot{a}_{x+1,y+1})\end{aligned}$$

Het NP onder prenumerando uitkeringen is gelijk aan het NP onder postnumerando uitkeringen, dit is als volgt in te zien:

$$\begin{aligned}\ddot{a}_x &= u + a_x \\ \ddot{a}_{x/y} &= \ddot{a}_y - \ddot{a}_{xy} = u + a_y - (u + a_{xy}) = a_y - a_{xy} = a_{x/y}\end{aligned}$$

In het model wordt gebruik gemaakt van de zogenaamde continue uitkering $\bar{a}_{x/y}$, maar aangezien $\ddot{a}_{x/y} = a_{x/y}$ geldt:

$$\bar{a}_{x/y} = \frac{\ddot{a}_{x/y} + a_{x/y}}{2} = \ddot{a}_{x/y} = a_{x/y} = \frac{p_y}{1+i} (\ddot{a}_{y+1} - p_x \times \ddot{a}_{x+1,y+1})$$

Elke simulatie bestaat uit 15 berekeningsjaren waarbij berekeningsjaar 1 overeenkomt met het jaar 2007, berekeningsjaar 2 met het jaar 2008 enz. Voor elk van deze berekeningsjaren is een renteontwikkeling voor 31 jaren gesimuleerd. Er zijn voor elke simulatie dus $15 \times 31 = 465$ rentestanden gesimuleerd.

Wanneer we voor één simulatie kijken naar een klein deel van deze rentetermijnstructuren, krijgen we de volgende tabel:

		berekingsjaar			
Looptijd in jaren		1	2	3	4
1		3,267%	3,305%	1,835%	1,568%
2		3,640%	3,605%	2,515%	2,360%
3		3,934%	3,841%	3,051%	2,984%
4		4,164%	4,027%	3,473%	3,475%

Hierin staat de waarde in (1,1) voor de 1-jaars rente die in het jaar 2007 (primo 2007) is waargenomen en de waarde in (2,1) voor de primo 2007 verwachte 1-jaars rente in 2008. De waarde in (1,2) is de primo 2008 'waargenomen' 1-jaars rente (die met behulp van het VAR-model is bepaald²²) en de waarde in (2,2) is de primo 2008 verwachte 1-jaars rente in 2009. De dikgedrukte waarden hebben allemaal betrekking op het jaar 2010. De waarde in (4,1) is de primo 2007 verwachte 1-jaars rente in 2010, de waarde in (3,2) de primo 2008 verwachte 1-jaars rente in 2010, de waarde in (2,3) de primo 2009 verwachte 1-jaars rente in 2010 en de waarde in (1,4) de primo 2010 'waargenomen' 1-jaars rente.

Er zijn 500 simulaties uitgevoerd met elk 15 berekeningsjaren wat het totale aantal simulaties op 7500 brengt. De factoren voor OP 60, OP 65 en NP worden voor elke simulatie voor alle 15 berekeningsjaren bepaald. Hierdoor zien we voor elke simulatie een ontwikkeling in de factoren aan de hand van de gesimuleerde rentetermijnstructuren. Vervolgens worden deze factoren sekseneutraal bepaald aan de hand van de man/vrouw verdeling van de populatie. Deze verdeling wordt bepaald aan de hand van het op te geven aantal mannen en vrouwen. Hieruit volgen de waarden α_{man} en $(1 - \alpha_{man})$ en worden de sekseneutrale factoren met de methode op basis van de huidige factoren²³ voor het OP 60, OP 65 en NP vastgesteld.

De uitruilfactor wordt vervolgens bepaald aan de hand van methode 2 en is voor uitruil tussen OP 65 en OP 60 gelijk aan $\frac{OP\ 65}{OP\ 60}$ en voor uitruil tussen NP en OP 65 gelijk aan $\frac{NP}{OP\ 65}$.²⁴

6.3 Simulatie 1

Het model wordt nu uitgewerkt voor simulatie 1. Met behulp van de gesimuleerde rentetermijnstructuren²⁵ van simulatie 1 voor de berekeningsjaren 1 tot en met 15 en de GBMV 2000-2005 tafel²⁶ worden de factoren voor OP 60, OP 65 en NP berekend.

Voor het OP voor mannen geldt:

$$\bar{a}_x = 0,5 + (0,5 + \bar{a}_{x+1}) \frac{p_x}{1+i}$$

Waarbij $x = 60$ voor OP 60 en $x = 65$ voor OP 65.

²² Zie 2.7 Genereren rentetermijnstructuren

²³ Zie 4.8.3 Weging op basis van de huidige actuariële factoren

²⁴ Zie 5.4 Methode 2

²⁵ Zie Bijlage Hoofdstuk 6 Rentetermijnstructuren

²⁶ Zie Bijlage Hoofdstuk 6 GBMV 2000-2005 tafel

Voor vrouwen geldt hetzelfde, namelijk:

$$\bar{a}_y = 0,5 + \left(0,5 + \bar{a}_{y+1}\right) \frac{P_y}{1+i}$$

Voor het NP voor mannen geldt:

$$\bar{a}_{x/y} = \frac{P_y}{1+i} \left(\ddot{a}_{y+1} - p_x \times \ddot{a}_{x+1,y+1}\right)$$

En voor het NP voor vrouwen geldt:

$$\bar{a}_{y/x} = \frac{P_x}{1+i} \left(\ddot{a}_{x+1} - p_y \times \ddot{a}_{y+1,x+1}\right)$$

Het sekseneutraal vaststellen van deze factoren vindt plaats op basis van de huidige factoren en daarom wordt eerst de fractie mannen van de populatie bepaald. Deze fractie α_{man} is gelijk aan het aantal mannen uit de populatie gedeeld door de som van het aantal mannen en vrouwen uit de populatie. De fractie vrouwen is gelijk aan $(1 - \alpha_{man})$. In deze populatie zijn het aantal mannen en vrouwen gelijk en hebben we:

$$\begin{aligned}\alpha_{man} &= 0,5 \\ (1 - \alpha_{man}) &= 0,5\end{aligned}$$

De sekseneutrale OP 60 factor wordt gegeven door:

$$OP60 = \alpha_{man} \times OP60_{man} + (1 - \alpha_{man}) \times OP60_{vrouw} = 0,5 \times OP60_{man} + 0,5 \times OP60_{vrouw}$$

waarbij $OP60_{man}$ de OP 60 factor is voor een man en $OP60_{vrouw}$ de OP 60 factor voor een vrouw.

De sekseneutrale OP 65 factor wordt gegeven door:

$$OP65 = \alpha_{man} \times OP65_{man} + (1 - \alpha_{man}) \times OP65_{vrouw} = 0,5 \times OP65_{man} + 0,5 \times OP65_{vrouw}$$

waarbij $OP65_{man}$ de OP 65 factor is voor een man en $OP65_{vrouw}$ de OP 65 factor voor een vrouw.

De sekseneutrale NP factor wordt gegeven door:

$$NP = \alpha_{man} \times NP_{man} + (1 - \alpha_{man}) \times NP_{vrouw} = 0,5 \times NP_{man} + 0,5 \times NP_{vrouw}$$

waarbij NP_{man} de NP factor is voor een man van 65 jaar en NP_{vrouw} de NP factor voor een vrouw van 65 jaar.

Hieruit volgen de sekseneutrale factoren voor elk van de berekeningsjaren:

OP 60	Simulatie 1
Berekeningsjaar	
1	13,382
2	13,611
3	14,035
4	13,946
5	13,510
6	14,126
7	13,809
8	12,304
9	13,479
10	12,191
11	12,935
12	12,186
13	11,256
14	13,227
15	11,978

OP 65	Simulatie 1
Berekeningsjaar	
1	8,901
2	9,126
3	9,435
4	9,330
5	9,020
6	9,675
7	9,347
8	8,153
9	8,987
10	7,890
11	8,561
12	7,978
13	7,112
14	8,758
15	7,643

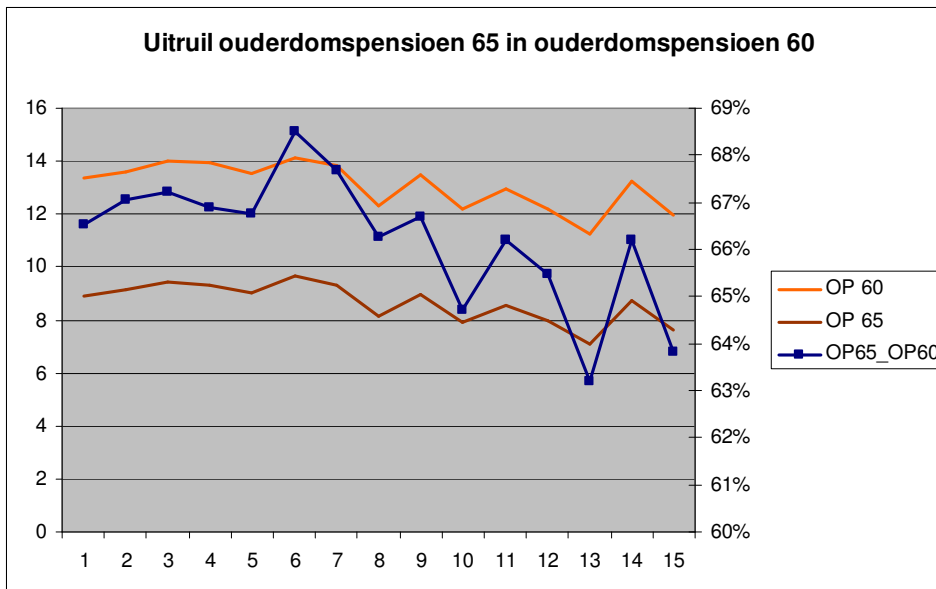
NP	Simulatie 1
Berekeningsjaar	
1	2,296
2	2,390
3	2,438
4	2,382
5	2,340
6	2,660
7	2,504
8	2,214
9	2,325
10	1,992
11	2,227
12	2,094
13	1,770
14	2,244
15	1,870

Als laatste stap worden de uitruilfactoren voor uitruil tussen OP 65 en OP 60 en voor uitruil tussen NP en OP 65 bepaald. Dit gebeurt aan de hand van deling tussen de factoren en hieruit volgen de uitruilfactoren voor simulatie 1:

OP 65 / OP 60	Simulatie 1
Berekeningsjaar	
1	0,665
2	0,671
3	0,672
4	0,669
5	0,668
6	0,685
7	0,677
8	0,663
9	0,667
10	0,647
11	0,662
12	0,655
13	0,632
14	0,662
15	0,638

NP / OP 65	Simulatie 1
Berekeningsjaar	
1	0,258
2	0,262
3	0,258
4	0,255
5	0,259
6	0,275
7	0,268
8	0,272
9	0,259
10	0,253
11	0,260
12	0,262
13	0,249
14	0,256
15	0,245

Wanneer we de factoren voor het OP 60 en OP 65 tegen elkaar uitzetten en hier op een tweede y-as de uitruilfactor als percentage toevoegen, krijgen we de volgende grafiek:



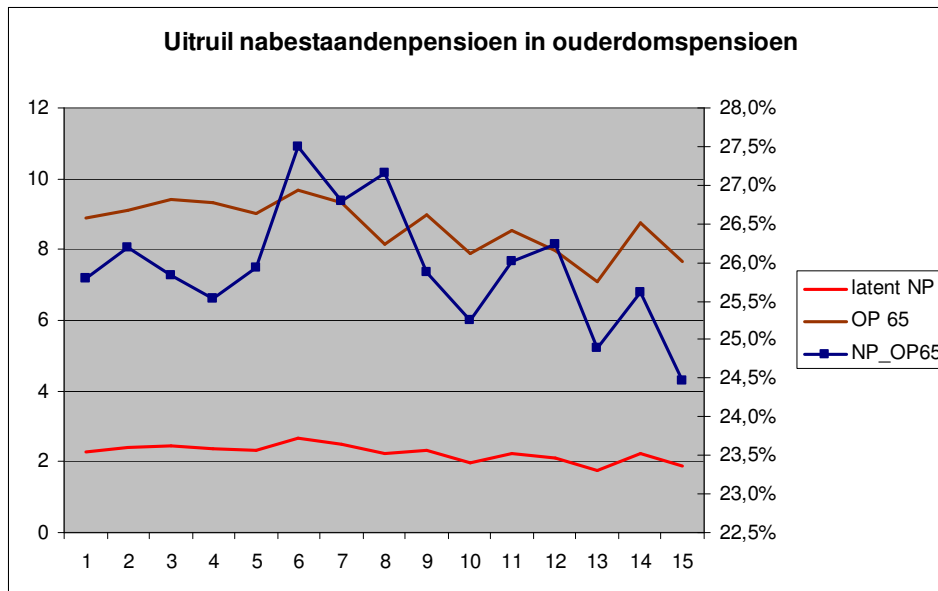
In deze grafiek is duidelijk te zien dat het OP 60 en OP 65 op dezelfde wijze reageren op veranderingen in de rente. We zien uit de tabel dat het OP 60 varieert van 11,26 tot 14,13 en dat het OP 65 varieert van ongeveer 7,11 tot 9,68. Wanneer we kijken naar de uitruilfactor zien we dat deze fluctueert tussen 63,2% en 68,5%.

Dit kan voor een deelnemer als volgt worden samengevat:

- Een deelnemer die in jaar 6 uitruilt ontvangt €685 OP 60 voor €1000 OP 65.
- Een deelnemer die in jaar 13 uitruilt ontvangt €632 OP 60 voor €1000 OP 65.

Het bedrag dat een deelnemer voor €1000 OP 65 ontvangt kan dus per jaar verschillen en daarom is er sprake van onzekerheid voor de deelnemer.

Wanneer we de factoren voor het NP en OP 65 tegen elkaar uitzetten en hier op een tweede y-as de uitruil factor als percentage toevoegen, krijgen we de volgende grafiek:



We zien dat het latent NP en OP 65 ook op dezelfde wijze reageren op veranderingen in de rente. Uit de tabel volgt dat het latent NP fluctueert tussen 1,77 en 2,66 en het OP 65 tussen 7,11 en 9,68. Wanneer we kijken naar de uitruilfactor zien we dat deze fluctueert tussen 24,5% en 27,5%.

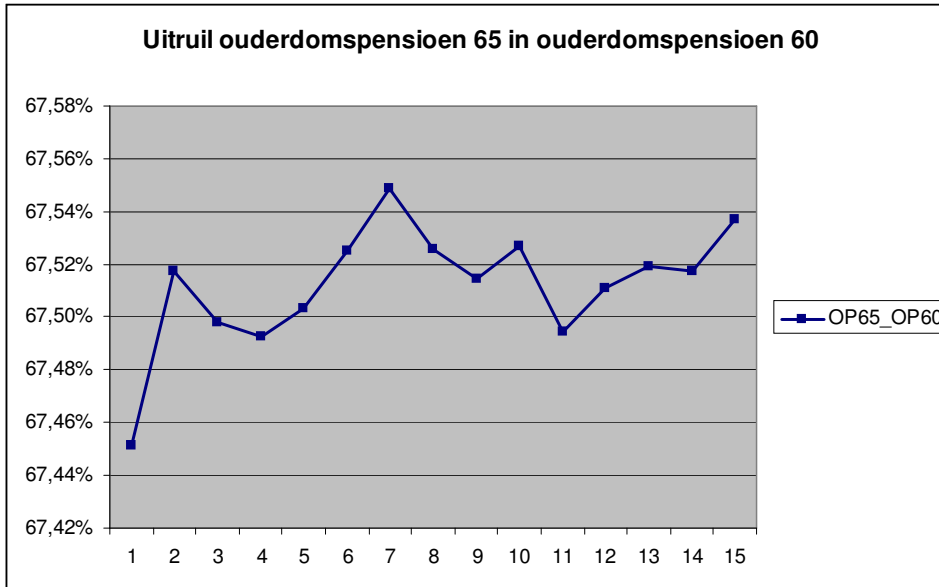
Dit kan voor een deelnemer als volgt worden samengevat:

- Een deelnemer die in jaar 6 uitruilt ontvangt €275 OP 60 voor €1000 latent NP.
- Een deelnemer die in jaar 15 uitruilt ontvangt €245 OP 65 voor €1000 latent NP.

Ook hier is sprake van onzekerheid voor de deelnemer.

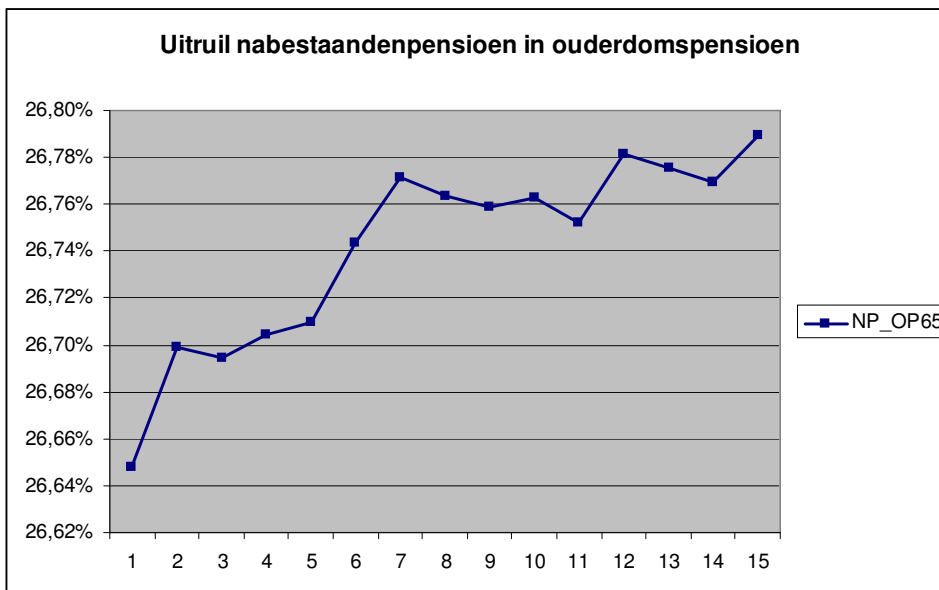
6.4 Algemene bevindingen

Wanneer we het gemiddelde per berekeningsjaar van alle 500 simulaties nemen, krijgen we in zowel in het geval van uitruil tussen OP 65 en OP 60 als van uitruil tussen NP en OP 65 een zeer glad verloop voor zowel de factoren als de uitruilfactor. De volgende grafieken laten dit zien.



- Een deelnemer die in jaar 1 uitruilt ontvangt €674,50 OP 60 voor €1000 OP 65.
- Een deelnemer die in jaar 7 uitruilt ontvangt €675,50 OP 65 voor €1000 OP 65.

Er is bijna geen sprake van onzekerheid voor de deelnemer.

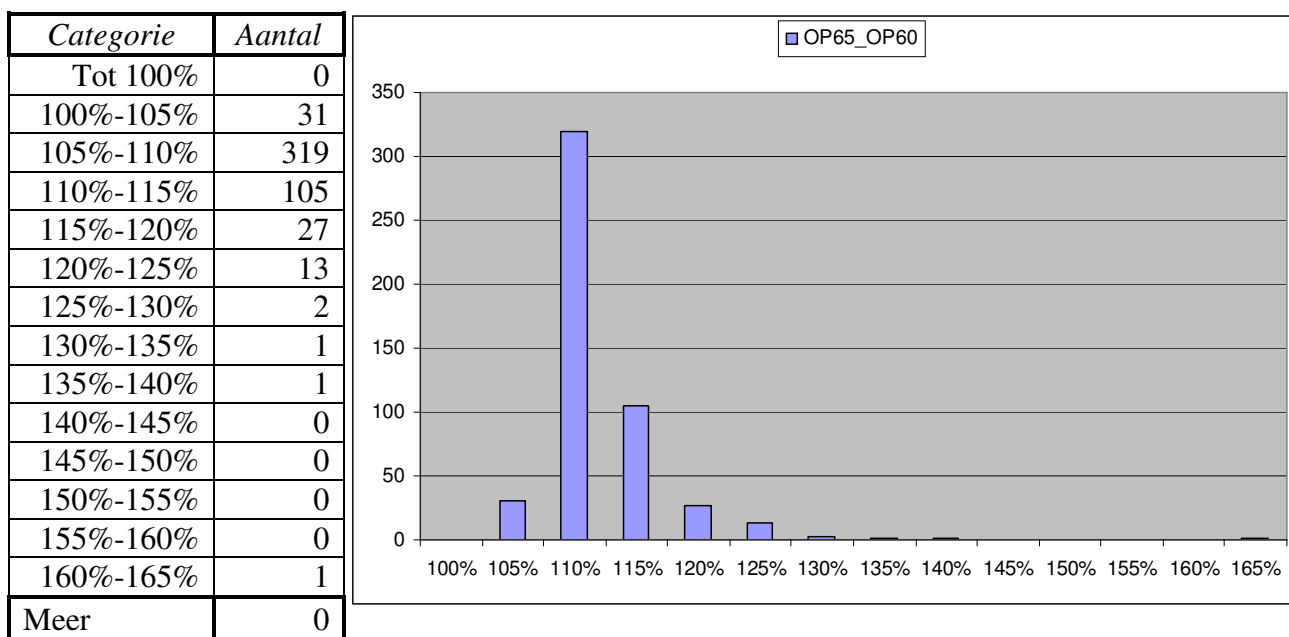


- Een deelnemer die in jaar 1 uitruilt ontvangt €266,50 OP 65 voor €1000 NP.
- Een deelnemer die in jaar 15 uitruilt ontvangt €267,90 OP 65 voor €1000 NP.

Er is bijna geen sprake van onzekerheid voor de deelnemer.

Uit de twee grafieken is duidelijk te zien dat de uitruilfactoren voor zowel uitruil tussen OP 65 en OP 60 als tussen NP en OP 65 op gelijke wijze reageren op veranderingen in de rente. Dit is het gevolg van het feit dat de actuariële factoren op gelijke wijze reageren op veranderingen in de rente.

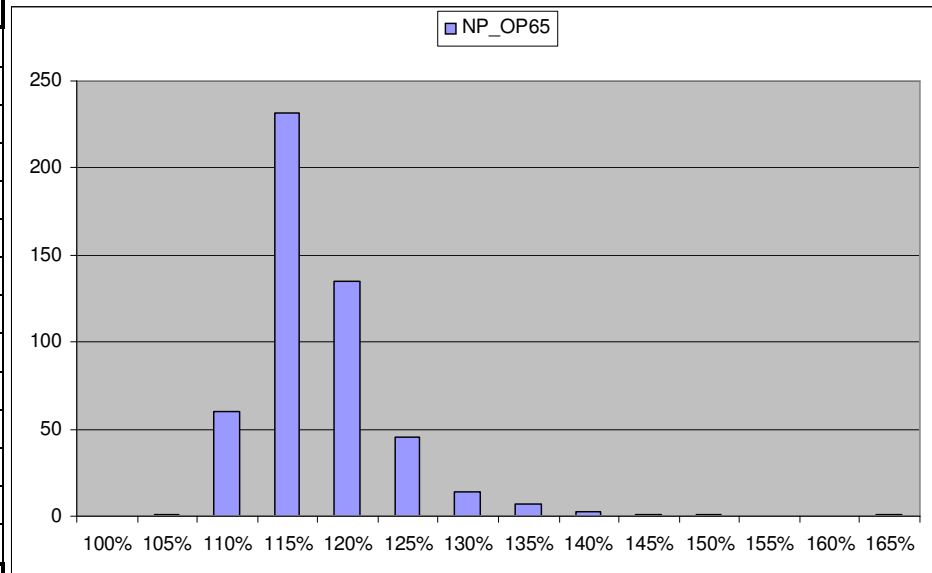
Interessanter zijn de verschillen tussen de maximale en minimale uitruilfactor per simulatie. Deze zijn voor alle 500 simulaties bepaald door per simulatie de maximale en minimale uitruilfactor op elkaar te delen. Wanneer we dit uitdrukken in een percentage en indelen in categorieën van 5%, krijgen we voor de uitruil tussen OP 65 en OP 60 het volgende histogram:



In het meest extreme geval is de maximale uitruilfactor tussen OP 65 en OP 60 in een simulatie 165% van de minimale uitruilfactor tussen OP 65 en OP 60. Over het algemeen is dit rond de 110%-115%. Er is dan sprake van onzekerheid voor de deelnemer.

Wanneer we de verschillen tussen de maximale en minimale uitrustingsfactor per simulatie uitdrukken in een percentage en indelen in categorieën van 5%, krijgen we voor de uitrustingsfactor tussen NP en OP 65 het volgende histogram:

<i>Categorie</i>	<i>Aantal</i>
Tot 100%	0
100%-105%	1
105%-110%	60
110%-115%	232
115%-120%	135
120%-125%	45
125%-130%	14
130%-135%	7
135%-140%	3
140%-145%	1
145%-150%	1
150%-155%	0
155%-160%	0
160%-165%	1
Meer	0



In het meest extreme geval is de maximale uitrustingsfactor tussen NP en OP 65 in een simulatie 165% van de minimale uitrustingsfactor tussen NP en OP 65. Over het algemeen is dit rond de 115%-120%. Er is dan sprake van onzekerheid voor de deelnemer.

6.5 Samenvatting

Met behulp van het gemaakte model zijn de uitrustingsfactoren voor de 500 simulaties berekend voor uitrustingsfactor tussen OP 65 en OP 60 en voor uitrustingsfactor tussen NP en OP 65. Door de schommelingen van de rente in de rentetermijnstructuren is er sprake van verschillen tussen de uitrustingsfactoren voor elk van de berekeningsjaren. Dit brengt onzekerheid voor de deelnemer met zich mee.

Hoofdstuk 7 Middeling van uitruilfactoren

7.1 Inleiding

Er kunnen grote schommelingen in de uitruilfactoren voor komen en dit brengt onzekerheid voor de deelnemers met zich mee.²⁷ Om deze onzekerheid deels weg te nemen is het mogelijk om de uitruilfactoren te middelen over de afgelopen jaren, waardoor een enigszins vlakker verloop van de uitruilfactoren ontstaat. In dit hoofdstuk wordt de invloed van middeling bekeken.

7.2 Middeling

Middeling van de uitruilfactoren kan op twee manieren worden toegepast. Bij de eerste manier worden de afzonderlijke factoren voor de pensioensoorten (OP en NP) gemiddeld en vervolgens op elkaar gedeeld om de nieuwe uitruilfactor te krijgen. Wanneer we kijken naar uitruil van NP in OP 65 wordt de gemiddelde uitruilfactor in jaar i , waarbij gemiddeld wordt over de afgelopen n jaar, als volgt bepaald:

$$U_{z, \text{gemiddeld}}^{NP, OP} = \frac{\frac{1}{n} \sum_{t=i-n+1}^i NP_t}{\frac{1}{n} \sum_{t=i-n+1}^i OP65_t} = \frac{\sum_{t=i-n+1}^i NP_t}{\sum_{t=i-n+1}^i OP65_t}$$

Waarbij NP_t de sekseneutrale factor voor het NP in jaar t is en $OP65_t$ de sekseneutrale factor voor het OP 65 in jaar t .

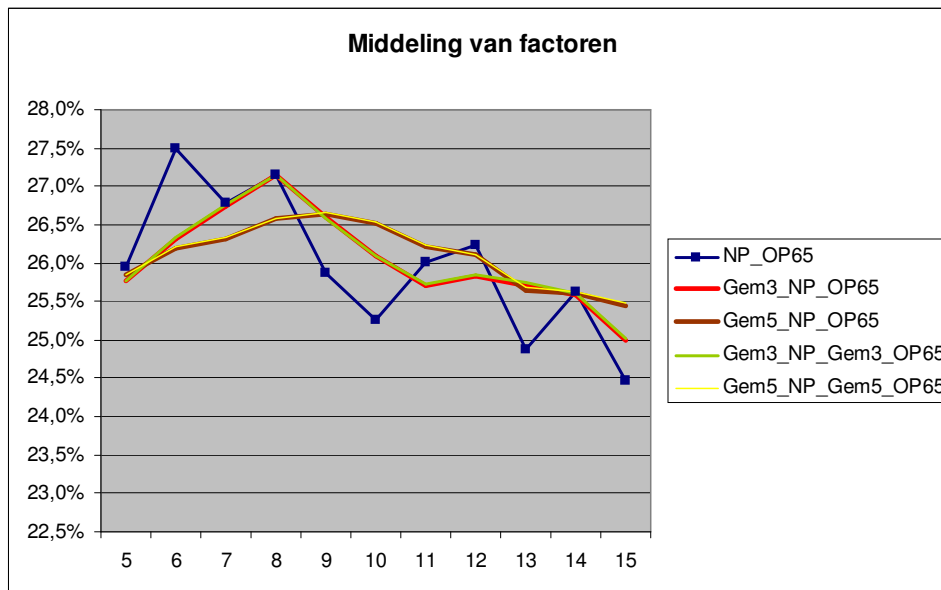
Bij de tweede manier worden de berekende uitruilfactoren gemiddeld en wanneer we kijken naar uitruil van NP in OP 65 wordt de gemiddelde uitruilfactor in jaar i , waarbij gemiddeld wordt over de afgelopen n jaar, als volgt bepaald:

$$U_{z, \text{gemiddeld}}^{NP, OP} = \frac{1}{n} \sum_{t=i-n+1}^i U_{z,t}^{NP, OP} = \frac{1}{n} \sum_{t=i-n+1}^i \frac{NP_t}{OP65_t}$$

Waarbij $U_{z,t}^{NP, OP}$ de sekseneutrale uitruilfactor tussen NP en OP 65 voor jaar t is en NP_t is hierin de sekseneutrale factor voor het NP in jaar t en $OP65_t$ de sekseneutrale factor voor het OP 65 in jaar t .

²⁷ Zie 6.4 Algemene bevindingen

De uitruilfactoren voor uitruil tussen NP en OP 65 van simulatie 1²⁸ kunnen nu worden gemiddeld aan de hand van de twee hierboven beschreven manieren. Deze middeling wordt toegepast op de periode van de afgelopen drie jaar en op de periode van de afgelopen vijf jaar. De eerste manier met middeling van de factoren over de periode van de afgelopen drie jaar wordt aangeduid met Gem3_NP_Gem3_OP65 en die met middeling van de factoren over de periode van de afgelopen vijf jaar met Gem5_NP_Gem5_OP65. De tweede manier met middeling van de uitruilfactoren over de periode van de afgelopen drie jaar wordt aangeduid met Gem3_NP_OP65 en die met middeling van de uitruilfactoren over de periode van de afgelopen vijf jaar met Gem5_NP_OP65. De eerste uitruilfactor voor de middeling over de periode van de afgelopen vijf jaar kan bij beide manieren pas vanaf jaar 5 worden berekend. In een grafiek zien de uitruilfactoren bij verschillende manieren van middeling er vanaf jaar 5 als volgt uit:



Hier is duidelijk te zien dat er maar een zeer klein verschil bestaat tussen de twee manieren van middeling. Voor het vervolg van dit hoofdstuk zal gebruik worden gemaakt van de tweede manier. De reden hiervoor is dat als, over een periode van n jaar, elk jaar dezelfde voorziening door deelnemers wordt uitgeruild tussen NP en OP 65, deze deelnemers gemiddeld met Gem n _NP_OP65 uitruilen. Daardoor is het voor een pensioenfonds logischer om de middeling met behulp van de tweede manier toe te passen omdat dit dezelfde voorziening oplevert als in het geval van jaarlijkse uitruil door deelnemers met een gelijke voorziening.

In de volgende twee paragrafen wordt zowel de middeling over de periode van drie jaar als de middeling over de periode van vijf jaar bekeken.

²⁸ Zie 6.3 Simulatie 1

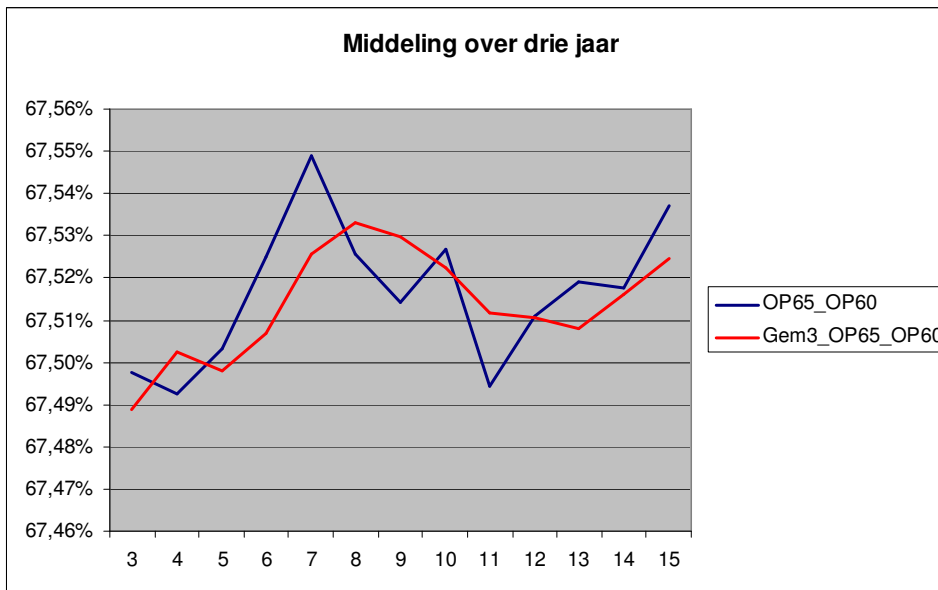
7.3.1 Middeling over drie jaar (uitruil tussen OP 65 en OP 60)

Met behulp van de middeling over drie jaar wordt de sekseneutrale uitruilfactor voor jaar i voor de uitruil tussen OP 65 en OP 60 als volgt berekend:

$$U_{z,Gem3}^{OP65,OP60} = \frac{1}{3} \sum_{t=i-2}^i U_{z,t}^{OP65,OP60} = \frac{1}{3} \sum_{t=i-2}^i \frac{OP65_t}{OP60_t} \quad 3 \leq i \leq 15$$

Waarbij $OP65_t$ en $OP60_t$ de sekseneutrale factoren op tijdstip t zijn.

De gemiddelde uitruilfactor van alle 500 simulaties van de middeling over drie jaar van de uitruilfactoren per simulatie is voor de berekeningsjaren 3 tot en met 15 weergegeven in de volgende grafiek:

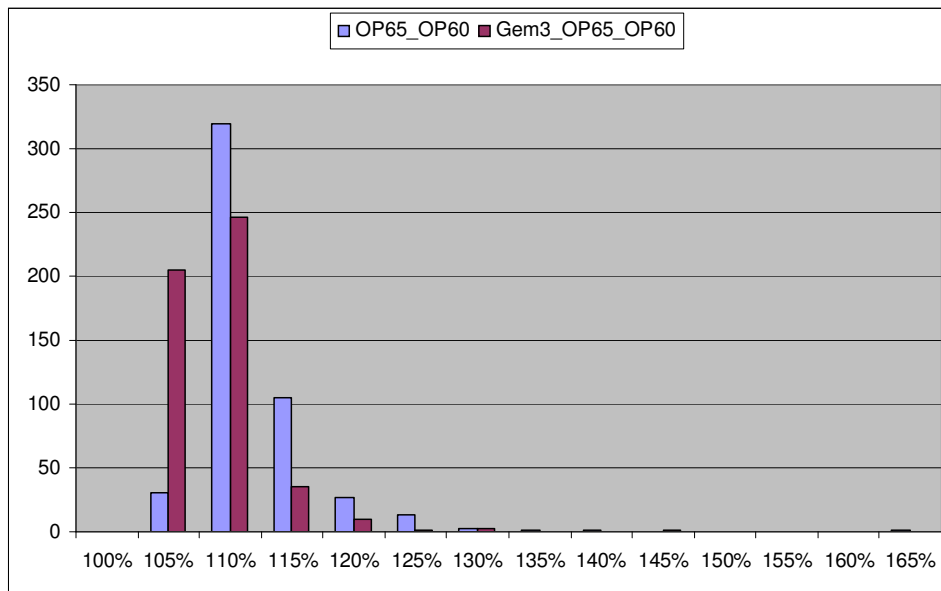


Ook hier zijn de verschillen tussen de maximale en minimale uitruilfactor per simulatie interessanter. Deze zijn voor alle 500 simulaties bepaald door per simulatie de maximale gemiddelde uitruilfactor en de minimale gemiddelde uitruilfactor op elkaar te delen.

Wanneer we dit uitdrukken in een percentage en indelen in categorieën van 5%, krijgen we voor de uitruil tussen OP 65 en OP 60 de volgende tabel:

	<i>GBMV</i>	<i>Gem3_GBMV</i>		<i>GBMV</i>	<i>Gem3_GBMV</i>
<i>Categorie</i>	<i>Aantal</i>	<i>Aantal</i>	<i>Categorie</i>	<i>Aantal</i>	<i>Aantal</i>
Tot 100%	0	0	135%-140%	1	0
100%-105%	31	205	140%-145%	0	1
105%-110%	319	246	145%-150%	0	0
110%-115%	105	35	150%-155%	0	0
115%-120%	27	10	155%-160%	0	0
120%-125%	13	1	160%-165%	1	0
125%-130%	2	2	Meer	0	0
130%-135%	1	0			

Het bijbehorende histogram ziet er als volgt uit:



We zien hierin duidelijk dat door de middeling over een periode van drie jaar de onzekerheid voor de deelnemer afneemt. Zonder middeling is de maximale uitruilfactor tussen OP 65 en OP 60 rond de 105%-115% van de minimale uitruilfactor tussen OP 65 en OP 60. Bij middeling over een periode van drie jaar ligt dit rond de 100%-110%. Het meest extreme geval is afgenomen van 160%-165% naar 140%-145% en we zien duidelijk een afname in de onzekerheid van de deelnemer.

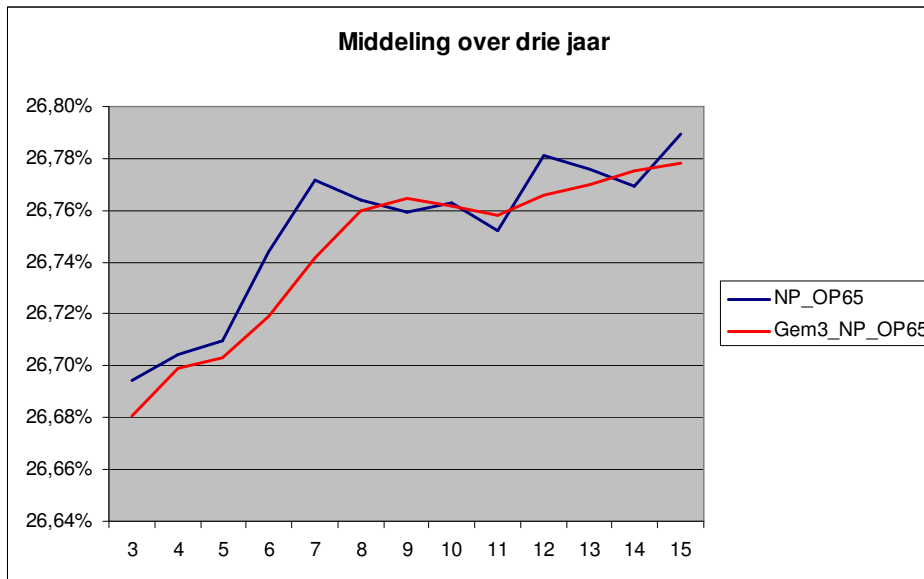
7.3.2 Middeling over drie jaar (uitruil tussen NP en OP 65)

Met behulp van de middeling over drie jaar wordt de uitruilfactor voor jaar i voor uitruil tussen NP en OP 65 als volgt berekend:

$$U_{z,Gem3}^{NP,OP65} = \frac{1}{3} \sum_{t=i-2}^i U_{z,t}^{NP,OP65} = \frac{1}{3} \sum_{t=i-2}^i \frac{NP_t}{OP65_t} \quad 3 \leq i \leq 15$$

Waarbij NP_t en $OP65_t$ de sekseneutrale factoren op tijdstip t zijn.

De gemiddelde uitruilfactor van alle 500 simulaties van de middeling over drie jaar van de uitruilfactoren per simulatie is voor de berekeningsjaren 3 tot en met 15 weergegeven in de volgende grafiek:

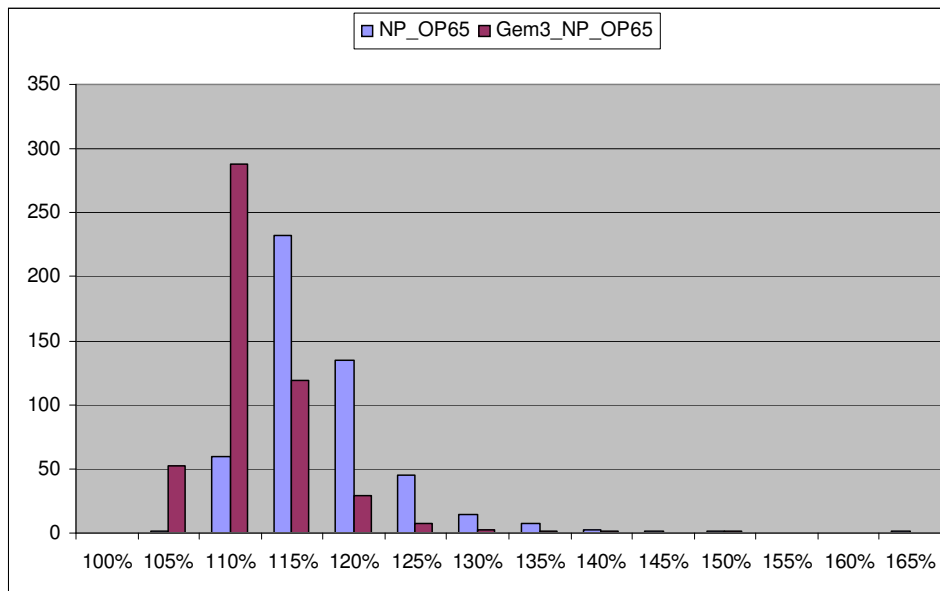


Ook hier zijn de verschillen tussen de maximale en minimale uitruilfactor per simulatie interessanter. Deze zijn voor alle 500 simulaties bepaald door per simulatie de maximale gemiddelde uitruilfactor en de minimale gemiddelde uitruilfactor op elkaar te delen.

Wanneer we dit uitdrukken in een percentage en indelen in categorieën van 5%, krijgen we voor de uitruil tussen NP en OP 65 de volgende tabel:

	<i>GBMV</i>	<i>Gem3_GBMV</i>		<i>GBMV</i>	<i>Gem3_GBMV</i>
<i>Categorie</i>	<i>Aantal</i>	<i>Aantal</i>	<i>Categorie</i>	<i>Aantal</i>	<i>Aantal</i>
Tot 100%	0	0	135%-140%	3	1
100%-105%	1	52	140%-145%	1	0
105%-110%	60	288	145%-150%	1	1
110%-115%	232	119	150%-155%	0	0
115%-120%	135	29	155%-160%	0	0
120%-125%	45	7	160%-165%	1	0
125%-130%	14	2	Meer	0	0
130%-135%	7	1			

Het bijbehorende histogram ziet er als volgt uit:



We zien hierin duidelijk dat door de middeling over een periode van drie jaar de onzekerheid voor de deelnemer afneemt. Zonder middeling is de maximale uitruilfactor tussen NP en OP 65 rond de 110%-120% van de minimale uitruilfactor tussen NP en OP 65. Bij middeling over een periode van drie jaar ligt dit rond de 105%-115%. Het meest extreme geval is afgenomen van 160%-165% naar 145%-150% en we zien duidelijk een afname in de onzekerheid van de deelnemer.

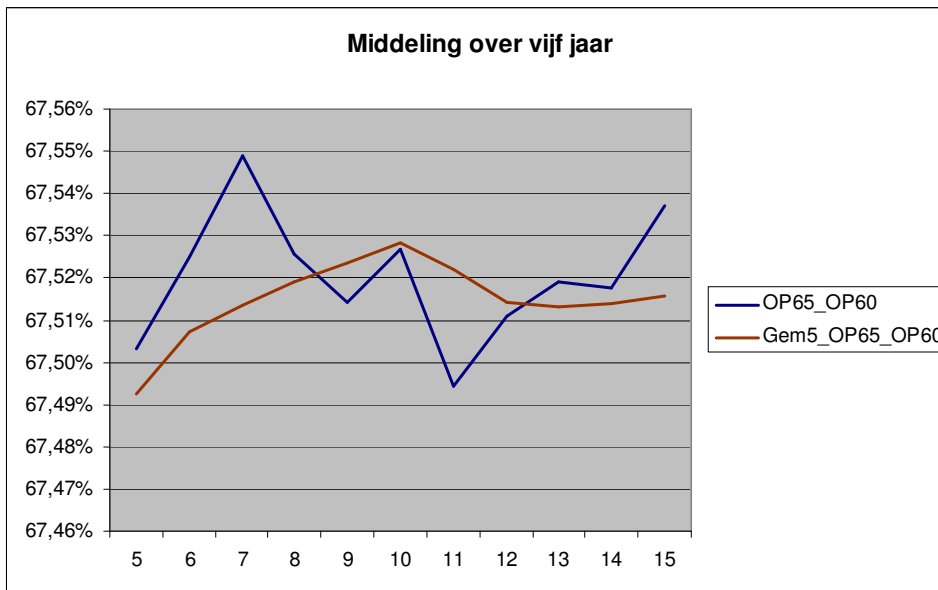
7.4.1 Middeling over vijf jaar (uitruil tussen OP 65 en OP 60)

Met behulp van de middeling over vijf jaar wordt de uitruilfactor voor jaar i voor de uitruil tussen OP 65 en OP 60 als volgt berekend:

$$U_{z,Gem5}^{OP65,OP60} = \frac{1}{5} \sum_{t=i-4}^i U_{z,t}^{OP65,OP60} = \frac{1}{5} \sum_{t=i-4}^i \frac{OP65_t}{OP60_t} \quad 5 \leq i \leq 15$$

Waarbij $OP65_t$ en $OP60_t$ de sekseneutrale factoren op tijdstip t zijn.

De gemiddelde uitruilfactor van alle 500 simulaties van de middeling over vijf jaar van de uitruilfactoren per simulatie is voor de berekeningsjaren 5 tot en met 15 weergegeven in de volgende grafiek:

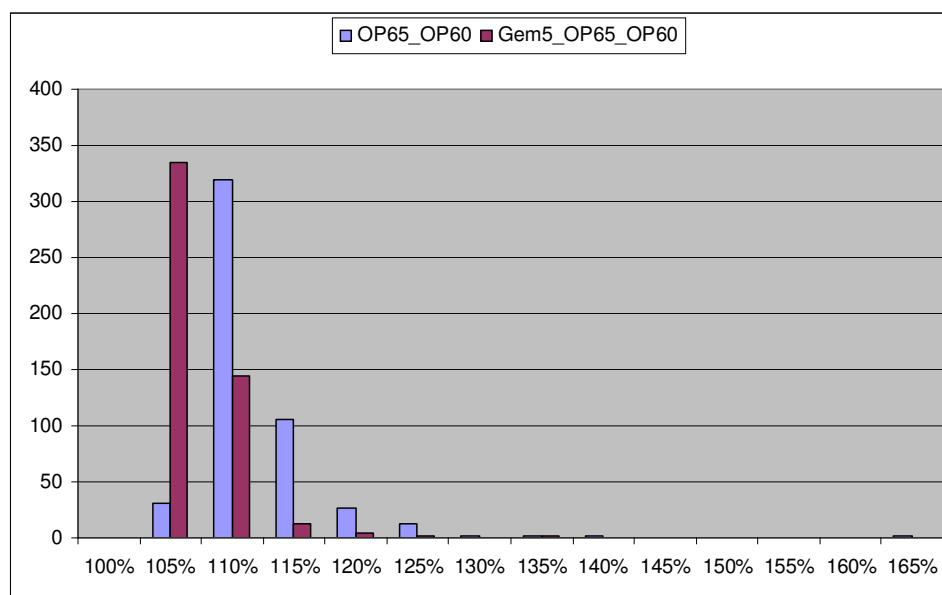


Ook hier zijn de verschillen tussen de maximale en minimale uitruilfactor per simulatie interessanter. Deze zijn voor alle 500 simulaties bepaald door per simulatie de maximale gemiddelde uitruilfactor en de minimale gemiddelde uitruilfactor op elkaar te delen.

Wanneer we dit uitdrukken in een percentage en indelen in categorieën van 5%, krijgen we voor de uitruil tussen OP 65 en OP 60 de volgende tabel:

	<i>GBMV</i>	<i>Gem5_GBMV</i>		<i>GBMV</i>	<i>Gem5_GBMV</i>
<i>Categorie</i>	<i>Aantal</i>	<i>Aantal</i>	<i>Categorie</i>	<i>Aantal</i>	<i>Aantal</i>
Tot 100%	0	0	135%-140%	1	0
100%-105%	31	335	140%-145%	0	0
105%-110%	319	145	145%-150%	0	0
110%-115%	105	13	150%-155%	0	0
115%-120%	27	4	155%-160%	0	0
120%-125%	13	2	160%-165%	1	0
125%-130%	2	0	Meer	0	0
130%-135%	1	1			

Het bijbehorende histogram ziet er als volgt uit:



We zien hierin duidelijk dat door de middeling over een periode van vijf jaar de onzekerheid voor de deelnemer sterk afneemt. Zonder middeling is de maximale uitruilfactor tussen OP 65 en OP 60 rond de 105%-115% van de minimale uitruilfactor tussen OP 65 en OP 60. Bij middeling over een periode van vijf jaar ligt dit rond de 100%-110%. Het meest extreme geval is afgenomen van 160%-165% naar 130%-135% en we zien duidelijk een sterke afname in de onzekerheid van de deelnemer.

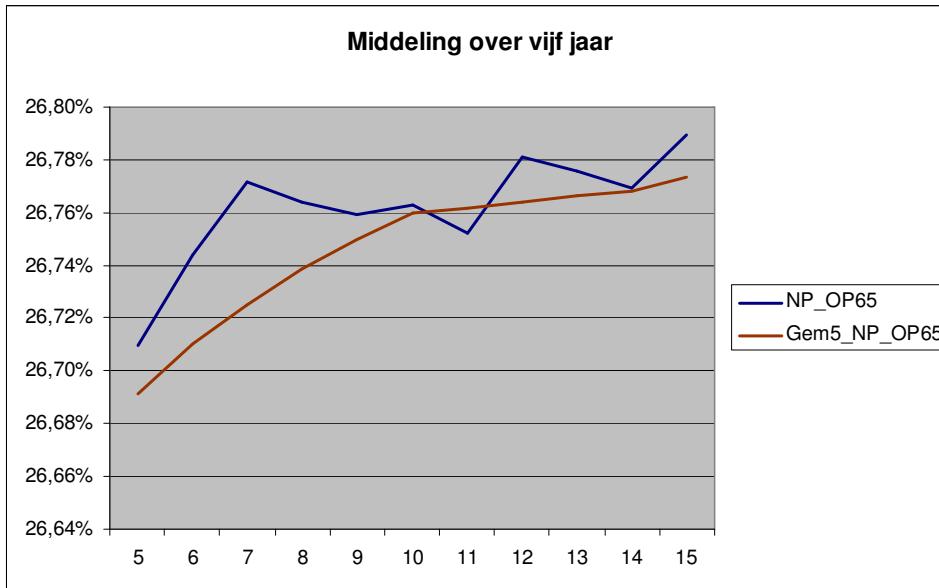
7.4.2 Middeling over vijf jaar (uitruil tussen NP en OP 65)

Met behulp van de middeling over vijf jaar wordt de uitruilfactor voor jaar i voor de uitruil tussen NP en OP 65 als volgt berekend:

$$U_{z,Gem5}^{NP,OP65} = \frac{1}{5} \sum_{t=i-4}^i U_{z,t}^{NP,OP65} = \frac{1}{5} \sum_{t=i-4}^i \frac{NP_t}{OP65_t} \quad 5 \leq i \leq 15$$

Waarbij NP_t en $OP65_t$ de sekseneutrale factoren op tijdstip t zijn.

De gemiddelde uitruilfactor van alle 500 simulaties van de middeling over vijf jaar van de uitruilfactoren per simulatie is voor de berekeningsjaren 5 tot en met 15 weergegeven in de volgende grafiek:

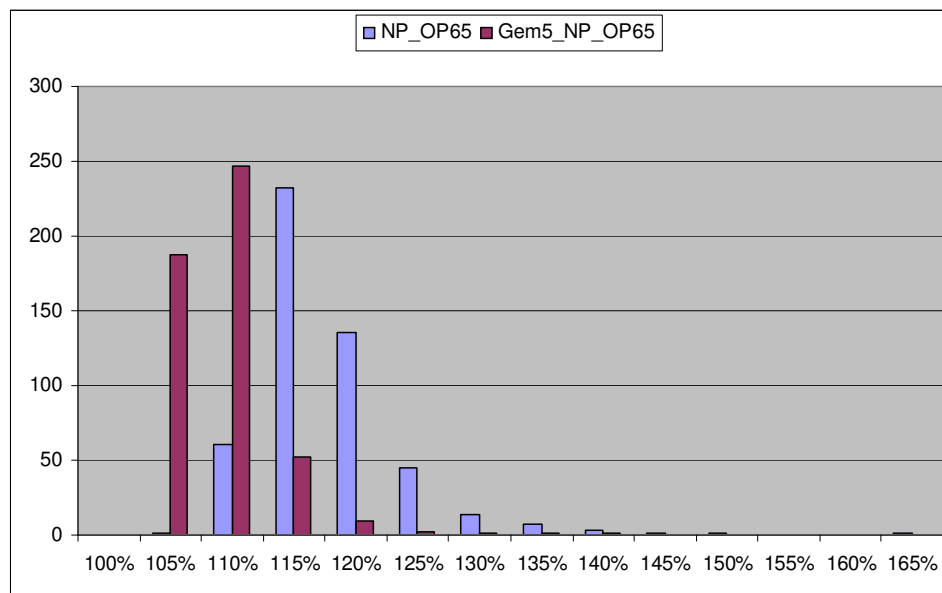


Ook hier zijn de verschillen tussen de maximale en minimale uitruilfactor per simulatie interessanter. Deze zijn voor alle 500 simulaties bepaald door per simulatie de maximale gemiddelde uitruilfactor en de minimale gemiddelde uitruilfactor op elkaar te delen.

Wanneer we dit uitdrukken in een percentage en indelen in categorieën van 5%, krijgen we voor de uitruil tussen NP en OP 65 de volgende tabel:

	<i>GBMV</i>	<i>Gem5_GBMV</i>		<i>GBMV</i>	<i>Gem5_GBMV</i>
<i>Categorie</i>	<i>Aantal</i>	<i>Aantal</i>	<i>Categorie</i>	<i>Aantal</i>	<i>Aantal</i>
Tot 100%	0	0	135%-140%	3	1
100%-105%	1	187	140%-145%	1	0
105%-110%	60	247	145%-150%	1	0
110%-115%	232	52	150%-155%	0	0
115%-120%	135	9	155%-160%	0	0
120%-125%	45	2	160%-165%	1	0
125%-130%	14	1	Meer	0	0
130%-135%	7	1			

Het bijbehorende histogram ziet er als volgt uit:



We zien hierin duidelijk dat door de middeling over een periode van vijf jaar de onzekerheid voor de deelnemer sterk afneemt. Zonder middeling is de maximale uitruilfactor tussen NP en OP 65 rond de 110%-120% van de minimale uitruilfactor tussen NP en OP 65. Bij middeling over een periode van vijf jaar ligt dit rond de 100%-110%. Het meest extreme geval is afgenomen van 160%-165% naar 135%-140% en we zien duidelijk een sterke afname in de onzekerheid van de deelnemer.

7.5 Pensioenfondsen en middeling

Hoewel pensioenfondsen de deelnemers mogen laten uitruilen met behulp van gemiddelde uitruilfactoren, is dit niet zonder risico. Pensioenfondsen dienen de voorziening voor de toekomstige pensioenverplichtingen namelijk op de niet gemiddelde uitruilfactoren te berekenen en dit kan tot een financieel resultaat²⁹ voor een pensioenfonds leiden. Indien de gemiddelde uitruilfactor hoger is dan de niet gemiddelde uitruilfactor, krijgt de deelnemer die uitruilt met behulp van de gemiddelde uitruilfactor meer voorziening dan waar de deelnemer recht op heeft. Het verschil in de benodigde voorziening tussen het uitruilen met behulp van de gemiddelde uitruilfactor en de daadwerkelijke voorziening van het uitruilen met behulp van de niet gemiddelde uitruilfactor moet worden gefinancierd door een pensioenfonds. Indien de gemiddelde uitruilfactor lager is dan de niet gemiddelde uitruilfactor, heeft een pensioenfonds een financiële meevaller. Uitrust met behulp van de gemiddelde uitruilfactor brengt dus risico voor een pensioenfonds met zich mee. Omdat het bij uitrust om grote bedragen gaat, wil een pensioenfonds dit risico liever vermijden. Pensioenfondsen moeten daarom de afweging maken tussen het enerzijds geven van zekerheid aan de deelnemers door middeling van de uitruilfactoren en anderzijds het vermijden van risico door geen gebruik te maken van middeling van de uitruilfactoren. Het is daarom waarschijnlijk dat indien een pensioenfonds er voor kiest om zijn deelnemers gemiddelde uitruilfactoren te laten gebruiken, deze over een kortere periode worden bepaald. Immers hoe korter de periode van de middeling, des te kleiner het risico voor een pensioenfonds.

Pensioenfondsen kunnen financiële meevallers in een jaar verrekenen met financiële tegenvallers in het jaar erop. Voor deelnemers geldt dit echter niet, de aanspraken na uitrust worden eenmalig vastgesteld. Dit kan een argument zijn om middeling toe te passen, aangezien het risico voor pensioenfondsen kan worden verrekend, maar voor deelnemers niet.

7.6 Samenvatting

Door middeling van de factoren ontstaat er een geleidelijker verloop van de uitruilfactoren. Hierdoor neemt de onzekerheid van de deelnemer af. Hoe langer de periode waarover gemiddeld wordt, des te vlakker is het verloop van de uitruilfactoren. Deze vervlakking brengt echter een financieel risico voor pensioenfondsen met zich mee omdat er niet met de daadwerkelijke uitruilfactoren wordt uitgeruild. Een pensioenfonds zal daarom de keuze moeten maken tussen enerzijds zekerheid voor de deelnemer en anderzijds het vermijden van risico.

²⁹ Zie 5.6 Financieel resultaat bij uitrust

Hoofdstuk 8 Prognosetafel

8.1 Inleiding

Over de afgelopen decennia is er een duidelijke ontwikkeling in de sterftequotiënten en de daarmee samenhangende overlevingskansen waar te nemen.³⁰ Om de gevolgen van deze ontwikkeling op de uitruilfactoren te bestuderen, wordt in dit hoofdstuk in plaats van de GBMV 2000-2005 tafel een prognosetafel in het model gebruikt. Doordat een prognosetafel wordt gebruikt, wordt niet alleen, zoals in een generatietafel, de huidige ontwikkeling in de sterftequotiënten, maar ook de verwachte toekomstige ontwikkeling meegenomen.³¹

8.2 Groeifactor van de prognosetafel

De prognosetafel is gebaseerd op de generatietafel van het AG, een sterftetafel die voor elk van de jaren 2007 tot en met 2050 de verwachte waarden van l_x en l_y (voor de leeftijden van 0 tot en met 120 jaar) bevat. Deze waarden zijn gebaseerd op de waargenomen ontwikkeling van de afgelopen decennia. Met behulp van deze waarden wordt voor elk van de jaren 2007 tot en met 2050 de overlevingskansen van zowel mannen als vrouwen voor alle leeftijden bepaald. In combinatie met de gesimuleerde rentetermijnstructuren berekent het model de actuariële factoren voor OP 60, OP 65 en NP voor elk van de simulaties.

Om de factoren die zijn berekend met behulp van deze generatietafel om te zetten in factoren die zijn berekend met behulp van een prognosetafel worden de factoren vermenigvuldigd met een groeifactor die de verwachte toekomstige ontwikkeling in de overlevingskansen weergeeft. Omdat het model gebruik maakt van een horizon van 15 jaar, worden de actuariële factoren berekend voor 2007 tot 2022. Voor jaar 1 is het berekeningsjaar voor het vaststellen van de actuariële factoren 2007, voor jaar 2 is het berekeningsjaar 2008 enz. Het berekeningsjaar voor jaar 15 is 2022. De groei van de overlevingskansen van 2007 tot 2022 is gelijk aan de verandering van de factoren bij berekening met berekeningsjaar 2022 ten opzichte van de factoren bij berekening met berekeningsjaar 2007, waarbij wordt uitgegaan van een vaste rekenrente en de generatietafel. Door de factoren voor OP 60 voor 2022 en 2007 op elkaar te delen vinden we dus de verwachte toekomstige ontwikkeling in de factor voor OP 60 voor de komende 15 jaar, welke is veroorzaakt door de ontwikkeling in de overlevingskansen. (Oftewel een procentuele verandering ten opzichte van het model met behulp van de generatietafel.)

³⁰ Zie 3.2 Sterftetafels

³¹ Zie 3.3 Generatietafels

De jaarlijkse groei van de prognosetafel ten opzichte van de generatietafel wordt vervolgens benaderd door de zojuist bepaalde groei over 15 berekeningsjaren om te zetten in een jaarlijkse groei. Omdat in het model gebruik wordt gemaakt van 15 berekeningsjaren, waarbij 2007 het eerste berekeningsjaar is, is er sprake van 14 toekomstige berekeningsjaren en moet de groei in 14 jaren worden doorgerekend. De groei per jaar is daarom gelijk aan $g^{1/14}$, waarbij g staat voor de groeifactor die is bepaald door de factoren op elkaar te delen. Dezelfde berekeningsmethode wordt toegepast voor de factoren voor OP 65 en NP.

De actuariële factoren in berekeningsjaar 2007 van het model met behulp van de prognosetafel zijn gelijk aan de actuariële factoren in berekeningsjaar 2007 van het model met behulp van de generatietafel van het AG. In berekeningsjaar 2008 worden de factoren vermenigvuldigd met de groeifactor en geldt er:

$$OP60_{prognose} = g^{1/14} \times OP60_{generatie}$$

$$OP65_{prognose} = g^{1/14} \times OP65_{generatie}$$

$$NP_{prognose} = g^{1/14} \times NP_{generatie}$$

In berekeningsjaar 2009 geldt er:

$$OP60_{prognose} = g^{1/14} \times g^{1/14} \times OP60_{generatie} = g^{2/14} \times OP60_{generatie}$$

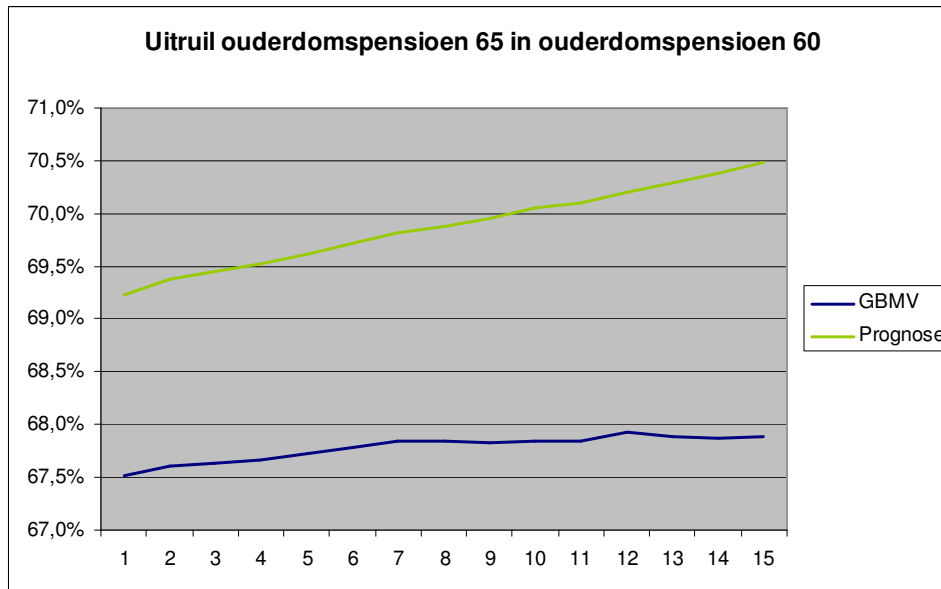
$$OP65_{prognose} = g^{1/14} \times g^{1/14} \times OP65_{generatie} = g^{2/14} \times OP65_{generatie}$$

$$NP_{prognose} = g^{1/14} \times g^{1/14} \times NP_{generatie} = g^{2/14} \times NP_{generatie}$$

Op deze wijze worden voor elk berekeningsjaar de actuariële factoren met behulp van de prognosetafel berekend.

8.3.1 Uitrustfactoren op basis van de prognosetafel (uitruil tussen OP 65 en OP 60)

Aan de hand van de factoren welke zijn berekend met behulp van de prognosetafel worden de uitruilfactoren per berekeningsjaar bepaald.³² In de onderstaande grafiek zijn de uitruilfactoren voor uitruil tussen OP 65 en OP 60 voor zowel de GBMV 2000-2005 tafel³³ als de prognosetafel weergegeven:



Hier is duidelijk te zien dat voor de uitruil tussen OP 65 en OP 60 de uitruilfactor welke is berekend met behulp van de prognosetafel hoger ligt dan de uitruilfactor van de GBMV 2000-2005 tafel. Ook stijgt de uitruilfactor van de prognosetafel sneller dan die van de GBMV 2000-2005 tafel. Dit is het gevolg van het feit dat als mensen langer leven in de toekomst er in het geval van ouderdomspensioen gedurende een langere periode moet worden uitgekeerd. Hierdoor neemt zowel de factor voor OP 60 als de factor voor OP 65 toe en omdat de factor voor OP 60 groter is dan de factor voor OP 65 wordt het verschil in factoren tussen OP 60 en OP65 relatief kleiner met als gevolg dat de uitruilfactor stijgt.

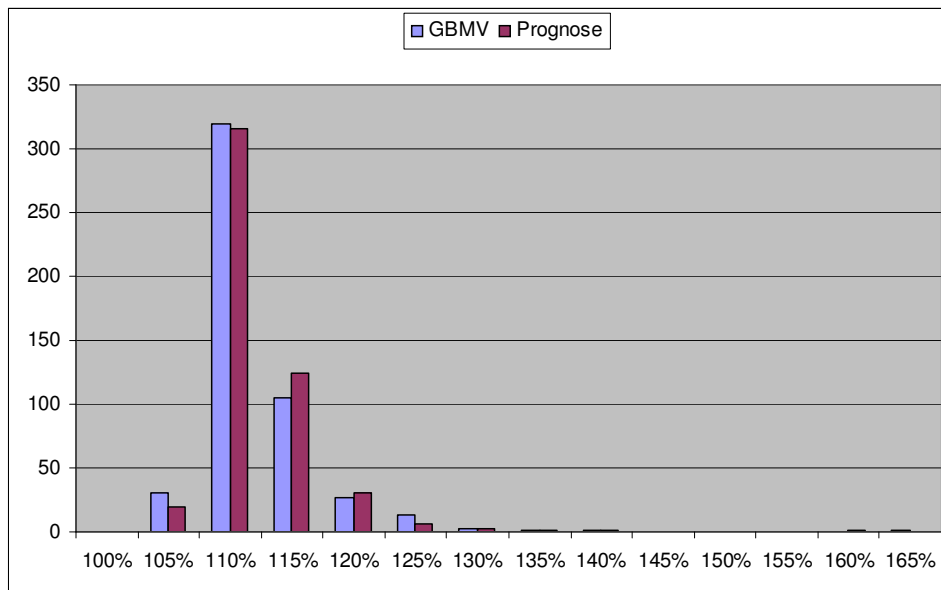
Ook wordt gekeken naar de verschillen tussen de maximale en minimale uitruilfactor per simulatie. Wanneer het verschil tussen de maximale en minimale uitruilfactor voor uitruil tussen OP 65 en OP 60 voor zowel de GBMV 2000-2005 tafel als de prognosetafel berekend wordt, geeft dit de volgende tabel voor de 500 simulaties:

³² Zie Hoofdstuk 5 Uitrustfactoren

³³ Zie 6.4 Algemene bevindingen

	<i>GBMV</i>	<i>Prognose</i>		<i>GBMV</i>	<i>Prognose</i>
<i>Categorie</i>	<i>Aantal</i>	<i>Aantal</i>	<i>Categorie</i>	<i>Aantal</i>	<i>Aantal</i>
Tot 100%	0	0	135%-140%	1	1
100%-105%	31	19	140%-145%	0	0
105%-110%	319	316	145%-150%	0	0
110%-115%	105	124	150%-155%	0	0
115%-120%	27	30	155%-160%	0	1
120%-125%	13	6	160%-165%	1	0
125%-130%	2	2	Meer	0	0
130%-135%	1	1			

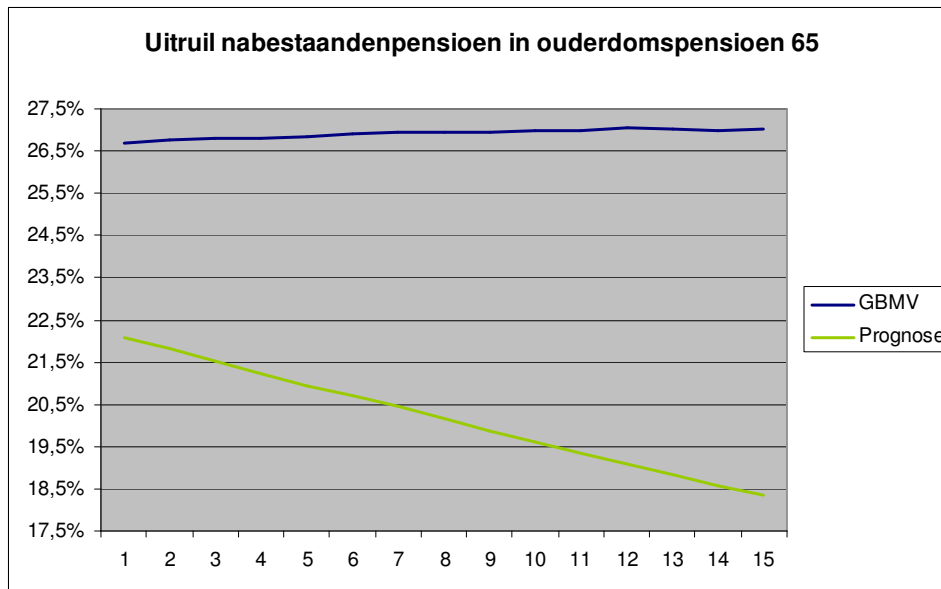
Het bijbehorende histogram ziet er als volgt uit:



We zien dat bij de uitruil tussen OP 65 en OP 60 het risico voor de deelnemer aardig overeenkomt, maar dat wanneer de factoren worden berekend met behulp van de prognosetafel het risico voor de deelnemer het grootst is.

8.3.2 Uitruilfactoren op basis van de prognosetafel (uitruil tussen NP en OP 65)

In de onderstaande grafiek zijn de gemiddelde uitruilfactoren van alle 500 simulaties voor uitruil tussen NP en OP 65 voor zowel de GBMV 2000-2005 tafel als de prognosetafel weergegeven:

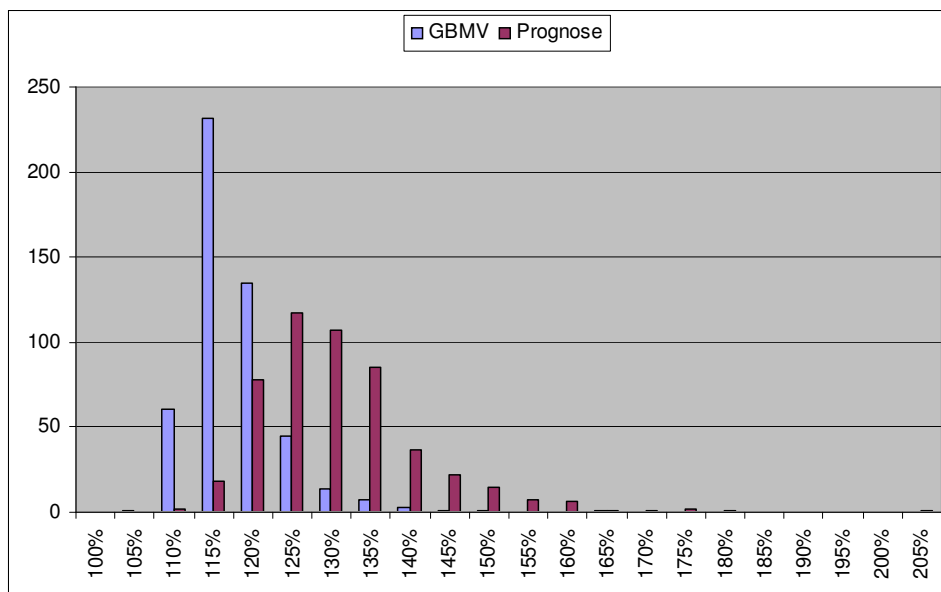


Hier is duidelijk te zien dat voor de uitruil tussen NP en OP 65 de uitruilfactor welke is berekend met behulp van de prognosetafel veel lager ligt dan de uitruilfactor van de GBMV 2000-2005 tafel. Ook daalt de uitruilfactor van de prognosetafel, terwijl de uitruilfactor van de GBMV 2000-2005 tafel redelijk constant blijft en zelfs licht stijgt. Dit is het gevolg van twee tegenovergestelde effecten. Namelijk het feit dat als mensen langer leven in de toekomst er gedurende een langere periode moet worden uitgekeerd in het geval van ouderdomspensioenen en neemt de factor voor OP 65 toe. Echter doordat mensen langer leven in de toekomst en de levensverwachting van mannen en vrouwen steeds dichter bij elkaar komt te liggen, moet er in de toekomst gedurende een kortere periode worden uitgekeerd in het geval van nabestaandenpensioenen en neemt de factor voor NP af. Hierdoor zal de uitruilfactor voor uitruil tussen NP en OP 65 lager liggen voor de prognosetafel dan voor de GBMV 2000-2005 tafel en wordt dit verschil in de loop der jaren alleen maar groter. Wanneer een pensioenfonds geen rekening houdt met de stijging van de toekomstige overlevingskansen, neemt een pensioenfonds met uitruil van NP in een ander pensioensoort een groot risico.

Ook wordt gekeken naar de verschillen tussen de maximale en minimale uitruilfactor per simulatie. Wanneer het verschil tussen de maximale en minimale uitruilfactor voor uitruil tussen NP en OP 65 voor zowel de GBMV 2000-2005 tafel als de prognosetafel berekend wordt, geeft dit de volgende tabel voor de 500 simulaties:

	<i>GBMV</i>	<i>Prognose</i>		<i>GBMV</i>	<i>Prognose</i>
<i>Categorie</i>	<i>Aantal</i>	<i>Aantal</i>	<i>Categorie</i>	<i>Aantal</i>	<i>Aantal</i>
Tot 100%	0	0	155%-160%	0	6
100%-105%	1	0	160%-165%	1	1
105%-110%	60	2	165%-170%	0	1
110%-115%	232	18	170%-175%	0	2
115%-120%	135	78	175%-180%	0	1
120%-125%	45	117	180%-185%	0	0
125%-130%	14	107	185%-190%	0	0
130%-135%	7	85	190%-195%	0	0
135%-140%	3	37	195%-200%	0	0
140%-145%	1	22	200%-205%	0	1
145%-150%	1	15	Meer	0	0
150%-155%	0	7			

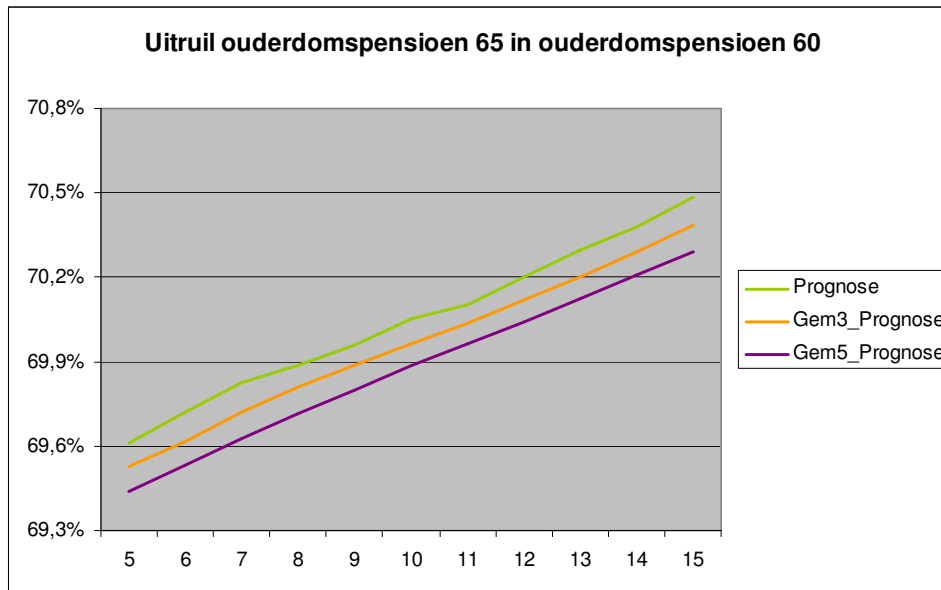
Het bijbehorende histogram ziet er als volgt uit:



Hier is duidelijk te zien dat het risico voor de deelnemer bij uitruil tussen NP en OP 65 enorm toeneemt wanneer de uitruilfactoren worden bepaald met behulp van de prognosetafel. Waar het risico met berekening met behulp van de GBMV 2000-2005 tafel ligt tussen de 105%-120%, ligt die voor de berekening met behulp van de prognosetafel tussen de 115%-135% met zelf een uitschieter tussen de 200%-205%. Hieraan ten grondslag ligt de tegenovergestelde werking van de twee eerder genoemde effecten. De factor voor OP 65 neemt toe bij een stijging van de overlevingskansen, terwijl de factor voor het NP afneemt wanneer de overlevingskansen stijgen en de levensverwachting voor mannen en vrouwen dichter bij elkaar komt te liggen.

8.4.1 Middeling en de prognosetafel (uitruil tussen OP 65 en OP 60)

Wanneer middeling over de periode van drie jaar en middeling over de periode van vijf jaar wordt toegepast op de gemiddelde uitruilfactoren van alle 500 simulaties welke met behulp van de prognosetafel zijn berekend, geeft dit de volgende grafiek:

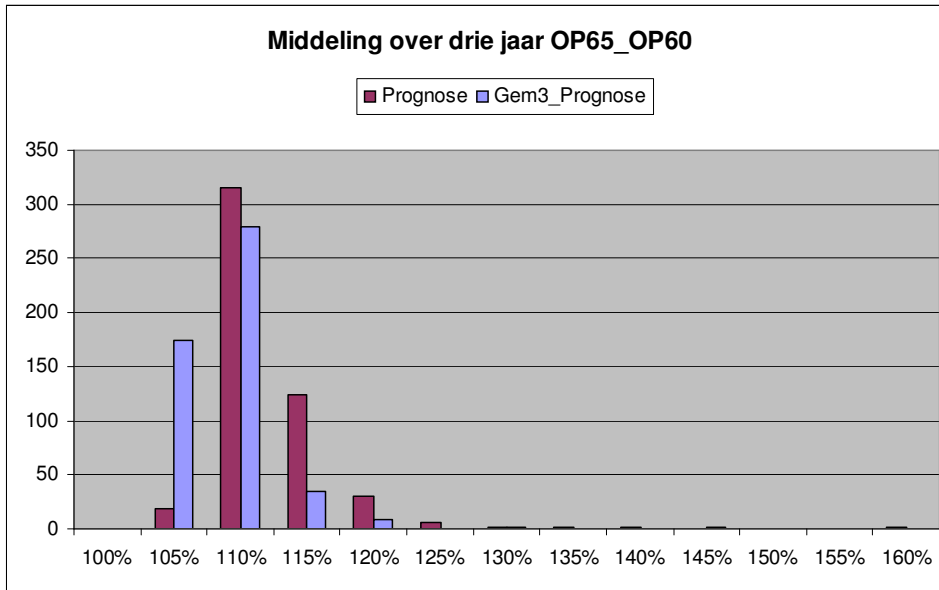


De uitruilfactoren welke met behulp van de prognosetafel zijn berekend vertonen een stijgend verloop. De oorzaak hiervoor ligt in het feit dat de factor voor OP 60 groter is dan de factor voor OP 65, maar dat bij een stijging van de overlevingskansen het verschil tussen deze factoren relatief kleiner wordt. Hierdoor neemt de uitruilfactor voor uitruil tussen OP 65 en OP 60 toe. Wanneer middeling op deze stijgende uitruilfactoren wordt toegepast, blijft deze middeling achter op de daadwerkelijke uitruilfactoren en loopt men achter de feiten aan.

Wanneer wordt gekeken naar de verschillen per simulatie tussen de maximale en minimale uitruilfactor voor uitruil tussen OP 65 en OP 60, welke over de periode van drie jaar is gemiddeld, geeft dit de volgende tabel voor de 500 simulaties:

	<i>Prognose</i>	<i>Gem3_Prognose</i>		<i>Prognose</i>	<i>Gem3_Prognose</i>
<i>Categorie</i>	<i>Aantal</i>	<i>Aantal</i>	<i>Categorie</i>	<i>Aantal</i>	<i>Aantal</i>
Tot 100%	0	0	130%-135%	1	0
100%-105%	19	175	135%-140%	1	0
105%-110%	316	280	140%-145%	0	1
110%-115%	124	34	145%-150%	0	0
115%-120%	30	8	150%-155%	0	0
120%-125%	6	0	155%-160%	1	0
125%-130%	2	2	Meer	0	0

Het bijbehorende histogram ziet er als volgt uit:

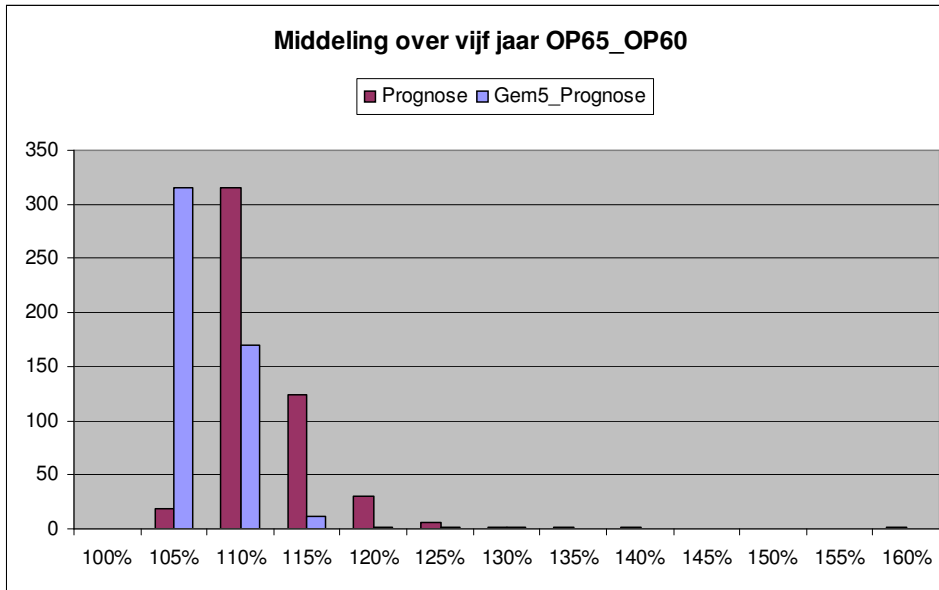


We zien hierin duidelijk dat door de middeling over een periode van drie jaar de onzekerheid voor de deelnemer afneemt. Zonder middeling is de maximale uitruilfactor tussen OP 65 en OP 60 rond de 105%-115% van de minimale uitruilfactor tussen OP 65 en OP 60. Bij middeling over een periode van drie jaar ligt dit rond de 100%-110%. Het meest extreme geval is afgenomen van 155%-160% naar 140%-145% en we zien duidelijk een afname in de onzekerheid van de deelnemer.

Wanneer wordt gekeken naar de verschillen per simulatie tussen de maximale en minimale uitruilfactor voor uitruil tussen OP 65 en OP 60, welke over de periode van vijf jaar is gemiddeld, geeft dit de volgende tabel voor de 500 simulaties:

	<i>Prognose</i>	<i>Gem5_Prognose</i>		<i>Prognose</i>	<i>Gem5_Prognose</i>
<i>Categorie</i>	<i>Aantal</i>	<i>Aantal</i>	<i>Categorie</i>	<i>Aantal</i>	<i>Aantal</i>
Tot 100%	0	0	130%-135%	1	0
100%-105%	19	315	135%-140%	1	0
105%-110%	316	170	140%-145%	0	0
110%-115%	124	11	145%-150%	0	0
115%-120%	30	2	150%-155%	0	0
120%-125%	6	1	155%-160%	1	0
125%-130%	2	1	Meer	0	0

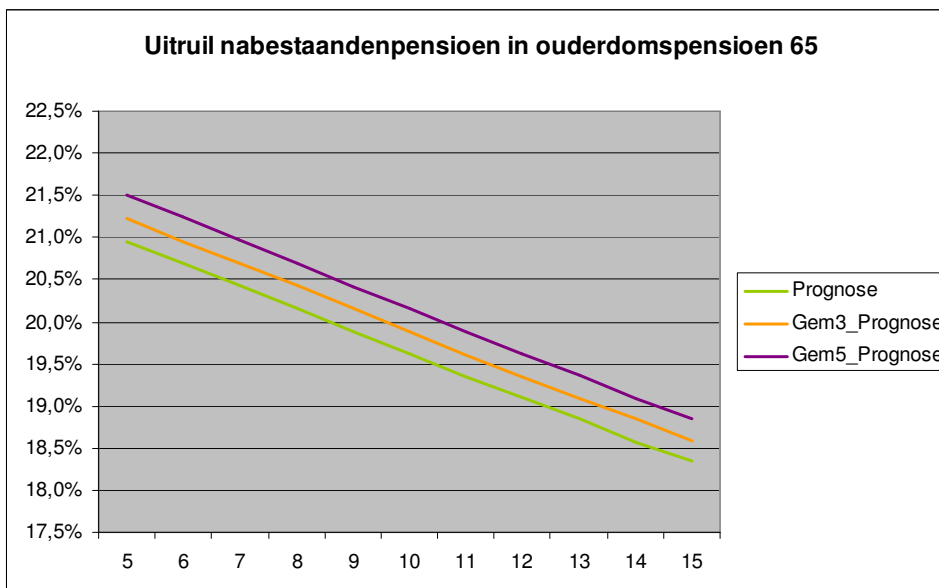
Het bijbehorende histogram ziet er als volgt uit:



Zonder middeling is de maximale uitruilfactor tussen OP 65 en OP 60 rond de 105%-115% van de minimale uitruilfactor. Bij middeling over vijf jaar ligt dit rond de 100%-110%. Het meest extreme geval is afgenomen van 155%-160% naar 125%-130% en we zien dat door de middeling over een periode van vijf jaar de onzekerheid voor de deelnemer sterk afneemt.

8.4.2 Middeling en de prognosetafel (uitruil tussen NP en OP 65)

Wanneer middeling over de periode van drie jaar en middeling over de periode van vijf jaar wordt toegepast op de gemiddelde uitruilfactoren van alle 500 simulaties welke met behulp van de prognosetafel zijn berekend, geeft dit de volgende grafiek:

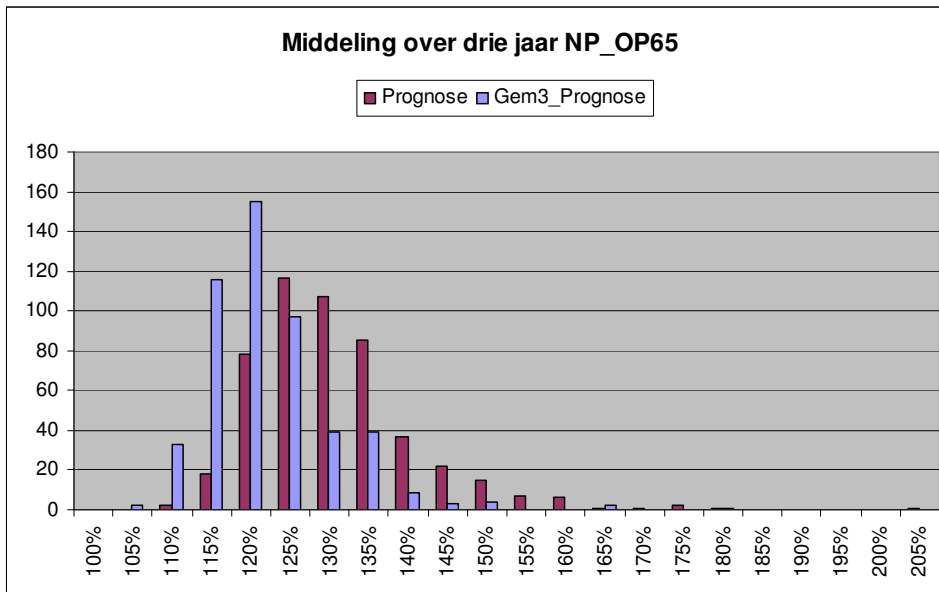


De uitruilfactoren welke met behulp van de prognosetafel zijn berekend vertonen een dalend verloop. De oorzaak hiervoor ligt in het feit dat de factor voor OP 65 toeneemt bij een stijging van de overlevingskansen, terwijl de factor voor het NP afneemt wanneer de overlevingskansen stijgen en de levensverwachting van mannen en vrouwen dichter bij elkaar komt te liggen. Hierdoor neemt de uitruilfactor voor uitruil tussen NP en OP 65 af. Wanneer middeling op deze dalende uitruilfactoren wordt toegepast, blijft deze middeling achter op de daadwerkelijke uitruilfactoren en loopt men achter de feiten aan.

Wanneer wordt gekeken naar de verschillen per simulatie tussen de maximale en minimale uitruilfactor voor uitruil tussen NP en OP 65, welke over de periode van drie jaar is gemiddeld, geeft dit de volgende tabel voor de 500 simulaties:

	<i>Prognose</i>	<i>Gem3_Prognose</i>		<i>Prognose</i>	<i>Gem3_Prognose</i>
<i>Categorie</i>	<i>Aantal</i>	<i>Aantal</i>	<i>Categorie</i>	<i>Aantal</i>	<i>Aantal</i>
Tot 100%	0	0	155%-160%	6	0
100%-105%	0	2	160%-165%	1	2
105%-110%	2	33	165%-170%	1	0
110%-115%	18	116	170%-175%	2	0
115%-120%	78	155	175%-180%	1	1
120%-125%	117	97	180%-185%	0	0
125%-130%	107	39	185%-190%	0	0
130%-135%	85	39	190%-195%	0	0
135%-140%	37	9	195%-200%	0	0
140%-145%	22	3	200%-205%	1	0
145%-150%	15	4	Meer	0	0
150%-155%	7	0			

Het bijbehorende histogram ziet er als volgt uit:

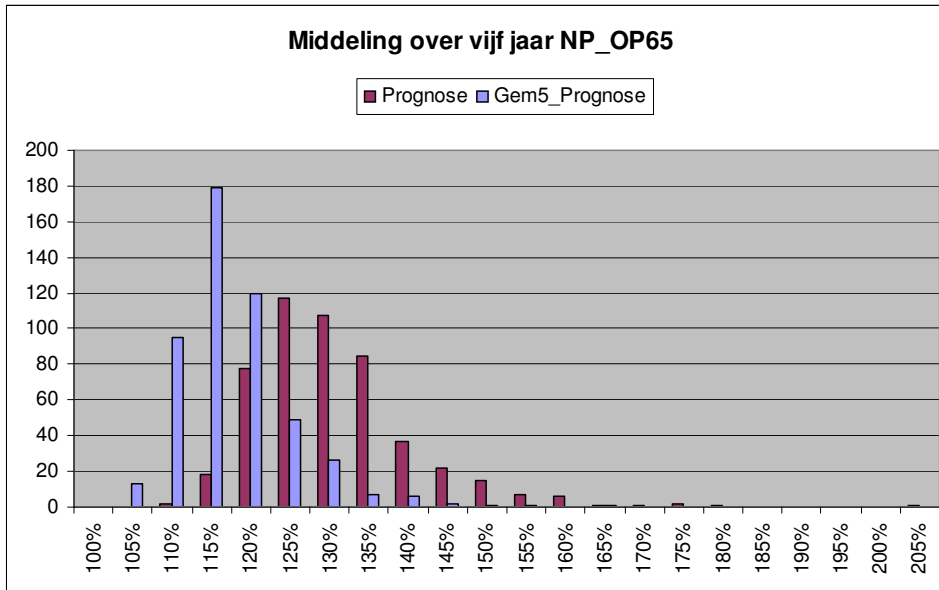


Zonder middeling is de maximale uitruilfactor tussen NP en OP 65 rond de 115%-135% van de minimale uitruilfactor. Bij middeling over drie jaar ligt dit rond de 110%-125%. Het meest extreme geval is afgenomen van 200%-205% naar 175%-180% en we zien dat door de middeling over een periode van drie jaar de onzekerheid voor de deelnemer afneemt.

Wanneer wordt gekeken naar de verschillen per simulatie tussen de maximale en minimale uitruilfactor voor uitruil tussen NP en OP 65, welke over de periode van vijf jaar is gemiddeld, geeft dit de volgende tabel voor de 500 simulaties:

	<i>Prognose</i>	<i>Gem5_Prognose</i>		<i>Prognose</i>	<i>Gem5_Prognose</i>
<i>Categorie</i>	<i>Aantal</i>	<i>Aantal</i>	<i>Categorie</i>	<i>Aantal</i>	<i>Aantal</i>
Tot 100%	0	0	155%-160%	6	0
100%-105%	0	13	160%-165%	1	1
105%-110%	2	95	165%-170%	1	0
110%-115%	18	179	170%-175%	2	0
115%-120%	78	120	175%-180%	1	0
120%-125%	117	49	180%-185%	0	0
125%-130%	107	26	185%-190%	0	0
130%-135%	85	7	190%-195%	0	0
135%-140%	37	6	195%-200%	0	0
140%-145%	22	2	200%-205%	1	0
145%-150%	15	1	Meer	0	0
150%-155%	7	1			

Het bijbehorende histogram ziet er als volgt uit:



Zonder middeling is de maximale uitruilfactor tussen NP en OP 65 rond de 115%-135% van de minimale uitruilfactor tussen NP en OP 65. Bij middeling over een periode van vijf jaar ligt dit rond de 105%-120%. Het meest extreme geval is afgenomen van 200%-205% naar 160%-165% en we zien duidelijk dat door de middeling over een periode van vijf jaar de onzekerheid voor de deelnemer sterk afneemt.

8.5 Pensioenfondsen en de prognosetafel

Wanneer de toekomstige ontwikkeling van de overlevingskansen wordt meegenomen in de berekening van de uitruilfactoren, kunnen deze sterk gaan fluctueren. Vooral bij uitruil tussen NP en OP 65 constateren we grote verschillen tussen de maximale uitruilfactor en de minimale uitruilfactor bij de 500 simulaties. Wanneer een pensioenfonds de uitruilfactoren berekent aan de hand van de prognosetafel en dus de verwachte toekomstige ontwikkeling in de overlevingskansen meeneemt, wordt er bij middeling achter de feiten aangelopen. Middeling kan echter wel worden toegepast om het renterisico voor de deelnemers te verlagen. Wanneer een pensioenfonds rentemiddeling toepast, lijkt het wel verstandig om rekening te houden met het effect van de prognose. Dit kan door middel van een toeslag die deelnemers moeten betalen of door te rekenen met toekomstige uitruilfactoren, waardoor het financieel risico voor een pensioenfonds afneemt.

8.6 Samenvatting

Het model met behulp van de prognosetafel neemt de toekomstige ontwikkeling van de overlevingskansen mee in het berekenen van de factoren. Dit heeft tot gevolg dat de factoren voor het OP stijgen en de factoren voor het NP dalen. Hierdoor kunnen grote verschillen ontstaan in de uitruilfactoren. Dit zien we vooral bij uitruil tussen NP en OP 65. Wanneer de uitruilfactoren worden gemiddeld neemt het risico voor de deelnemers af, maar door de grote verschillen in de uitruilfactoren gaan pensioenfondsen hierdoor een groot risico lopen. Doordat de gemiddelde uitruilfactoren met behulp van de prognosetafel achter de feiten aanlopen, zal een pensioenfonds hiervoor bijvoorbeeld een opslag kunnen rekenen.

Conclusies

- Actuariële factoren reageren op gelijke wijze op renteveranderingen. Wanneer de factor voor het ouderdomspensioen stijgt, stijgt ook de factor voor het nabestaandenpensioen.
- Het renterisico voor deelnemers bij uitruilen is het gevolg van de schommelingen van de uitruilfactoren door de veranderingen in de rente.
- Actuariële factoren reageren niet op gelijke wijze op veranderingen in de overlevingskansen. Bij een toename van de toekomstige levensverwachtingen stijgt de factor voor het ouderdomspensioen, maar daalt de factor voor het nabestaandenpensioen.
- Het risico voor deelnemers bij gebruik van de prognosetafel is groter dan bij gebruik van de GBMV 2000-2005 tafel, aangezien er niet alleen sprake is van renterisico, maar ook van een stijging in de toekomstige overlevingskansen.
- Middeling van uitruilfactoren verlaagt het renterisico voor deelnemers, maar heeft tot gevolg dat pensioenfondsen een financieel risico lopen. Pensioenfondsen moeten deze risico's tegen elkaar afwegen.
- Hoe langer de periode waarover gemiddeld wordt, des te lager het renterisico van de deelnemers, maar des te hoger het risico voor pensioenfondsen.
- Wanneer middeling van uitruilfactoren wordt toegepast bij gebruik van de prognosetafel loopt een pensioenfonds achter de feiten aan. Een pensioenfonds zou dan een toeslag kunnen berekenen aan de deelnemers of zou gebruik kunnen maken van toekomstige uitruilfactoren.
- Wanneer pensioenfondsen geen rekening houden met de stijging van de toekomstige overlevingskansen, nemen pensioenfondsen met uitruil van nabestaandenpensioen in een ander pensioensoort een groot risico.

Aanbevelingen

- Er kan worden gekeken naar de effecten van veranderingen in de verwachting van de toekomstige overlevingskansen. Dit kan worden gedaan door de gebruikte groeifactor aan te passen.
- Er kan worden gekeken naar het verschil in de uitkomsten bij gebruik van de reële rente in plaats van de nominale rente. Dus wanneer er wordt gecorrigeerd naar inflatie.
- Er kan worden gekeken naar wat voor pensioenfondsen de optimale frequentie is om de uitruilfactoren vast te stellen. Is dit jaarlijks of bijvoorbeeld alleen bij rentewijzigingen.

Bijlage Hoofdstuk 1

Voorziening pensioenverplichtingen

De voorziening pensioenverplichtingen (VPV) moet volgens DNB als volgt worden bepaald:

- De VPV moet prospectief worden bepaald als de som van de verwachtingswaarde van de uit de verplichtingen voortkomende kasstromen en een marktconforme opslag ter dekking van onvermijdbare risico's. Tevens dient de VPV te worden gewaardeerd op basis van de nominale markttrente.

Hierin is de verwachtingswaarde van de uit de verplichtingen voortkomende kasstromen voor de deelnemers (de werknemers, arbeidsongeschikten, gepensioneerden en nabestaanden) als volgt gedefinieerd:

1. Werknemers:
$$C_1 = \sum_{q_1} (OP_t \cdot {}_{65-x}\bar{a}_x + NP_t \cdot \bar{a}_{x/y})$$
2. Arbeidsongeschikten:
$$C_2 = \sum_{q_2} (OP_t \cdot {}_{65-x}\bar{a}_x + NP_t \cdot \bar{a}_{x/y} + AOP_t \cdot \bar{a}_{x:65-x})$$
3. Gepensioneerden:
$$C_3 = \sum_{q_3} (OP_t \cdot \bar{a}_x + NP_t \cdot \bar{a}_{x/y})$$
4. Nabestaanden:
$$C_4 = \sum_{q_4} (NP_t \cdot \bar{a}_y)$$

In deze formules staan q_1, \dots, q_4 voor het aantal deelnemers in de categorieën 1 t/m 4. OP_t , NP_t en AOP_t staan respectievelijk voor de toegekende aanspraken van het ouderdomspensioen, nabestaandenpensioen en arbeidsongeschiktheidspensioen op tijdstip t . ${}_{65-x}\bar{a}_x$, $\bar{a}_{x/y}$, $\bar{a}_{x:65-x}$ en \bar{a}_x zijn de factoren voor de verschillende pensioenen.³⁴ In deze berekening wordt uitgegaan van de veronderstelling dat het pensioen op 65-jarige leeftijd ingaat en dat een echtpaar bestaat uit een man en een vrouw. Hierbij eist de DNB dat een pensioenfonds de omvang van de verwachte uitgaande kasstromen vaststelt op basis van verwachte marktontwikkelingen en voor het pensioenfonds prudente verzekeringstechnische grondslagen (waaronder de voorzienbare trend in overlevingskansen). Het totaal van de verwachte kasstroom is gelijk aan de som van de vier verschillende kasstromen en wordt gegeven door:

$$C_{\text{totaal}} = C_1 + C_2 + C_3 + C_4$$

Waarbij de kasstromen kunnen worden gezien als de opgebouwde aanspraken van de deelnemers vermenigvuldigt met een actuariële factor.

³⁴ Zie Hoofdstuk 4 Factoren

Methodes berekening vereiste buffer

De methodes om de hoogte van de vereiste buffer van een pensioenfonds te berekenen zijn:

- De gestandaardiseerde methode
- De vereenvoudigde methode
- De interne methode

De gestandaardiseerde methode

Deze methode mag door ieder pensioenfonds worden toegepast en onderscheidt negen risicocategorieën waarvan er zes worden gebruikt voor het berekenen van de buffer, namelijk:

- Renterisico: De vereiste solvabiliteit voor mogelijke waardedalingen door de rente noemt men S_1 . De rente beïnvloedt zowel de beleggingen als de verplichtingen. Het renterisico is het effect van de meest ongunstige wijziging van de rente.
- Zakelijke waarden risico: De vereiste solvabiliteit voor mogelijke waardedalingen van het vermogen dat is geïnvesteerd in aandelen en onroerend goed noemt men S_2 .
- Valutarisico: De vereiste solvabiliteit voor mogelijke waardedalingen van het vermogen door valuta's noemt men S_3 .
- Grondstoffenrisico: De vereiste solvabiliteit voor mogelijke waardedalingen in de waarde van beleggingen in grondstoffen noemt men S_4 .
- Commodities: De vereiste solvabiliteit voor mogelijke waardedalingen door het verlenen van krediet noemt men S_5 . In feite komt het kredietrisico erop neer dat rekening wordt gehouden met mogelijke faillissementen van bedrijven/instellingen die krediet hebben geleend.
- Verzekeringstechnisch risico: De vereiste solvabiliteit voor verzekeringstechnische risico's noemt men S_6 . Dit is een kleine post die afhangt van de grootte en gemiddelde leeftijd van het deelnemersbestand.

De totale vereiste solvabiliteit wordt door DNB bepaald aan de hand van de volgende formule:

$$S = \sqrt{S_1^2 + S_2^2 + 2 \cdot 0,5 \cdot S_1 \cdot S_2 + S_3^2 + S_4^2 + S_5^2 + S_6^2}$$

Hierbij representeert 0,5 de correlatie tussen S_1 en S_2 . Voor alle overige risicofactoren wordt uitgegaan van volledige diversificatie tussen de risicofactoren, oftewel een correlatie gelijk aan nul.

De vereenvoudigde methode

Een pensioenfonds mag gebruik maken van een vereenvoudigd model indien deze toestemming heeft van de Pensioen- en Verzekeringskamer (PVK, tegenwoordig opgegaan in DNB) en het voldoet aan de volgende eisen:

- De pensioenregeling moet eenvoudig en eenduidig zijn.
- Het beleggingsbeleid moet eenvoudig en risicomijdend zijn.
- Het eigen vermogen dient tenminste 30% van de technische voorzieningen bedragen.
- De bedrijfsvoering moet eenvoudig zijn.

DNB kan echter extra voorwaarden aan deze toestemming verbinden.

De interne methode

Pensioenfondsen die de interne methode gebruiken bepalen het vereiste eigen vermogen op basis van een eigen model. Dit model moet aan de volgende eisen voldoen:

- Het interne model moet een integraal onderdeel van het risicomanagement vormen.
- Er moet een (actuariel) stochastisch model van de kansverdeling van de actuele waarde van het eigen vermogen worden opgesteld voor een periode van 1 jaar. Hierbij moet rekening worden gehouden met de samenhang tussen beleggingen en verplichtingen.

Een pensioenfonds dat gebruik maakt van de interne methode moet zodra er verschillen bestaan met voorgaande jaren, aangeven aan DNB waar deze verschillen uit bestaan. Bovendien moet eens in de drie jaar alsnog een analyse aan de hand van de hierboven beschreven gestandaardiseerde methode worden uitgevoerd. Ook hier kan DNB nog extra voorwaarden aan deze methode verbinden en hierdoor wordt de interne methode in de praktijk (nog) weinig gebruikt.

Bijlage Hoofdstuk 3

Sterftequotiënten

Sterftetekansen worden uitgedrukt als kansen over een vast tijdsinterval (meestal 1 jaar). Een sterftequotiënt is de continue functie die aan de sterftetekansen ten grondslag ligt. Het CBS berekent de sterftequotiënten uit de gegevens over het aantal overledenen en overlevenden in een periode van vijf jaar. Deze gegevens worden verkregen met behulp van de Gemeentelijke Basis Administraties (GBA) en hebben betrekking op de leeftijd en het geslacht van het aantal levenden, het aantal levendgeborenen, het aantal sterfgevallen van de in de GBA opgenomen personen, het migratiesaldo en overige correcties. Hiermee worden vervolgens overlevingstafels vastgesteld. Dit gebeurt door voor zowel mannen als vrouwen het aantal 0-jarigen op 100.000 te stellen en op basis van de gegevens vervolgens het aantal levenden voor elke opvolgende leeftijd te bepalen. Door langs deze punten een continue curve te maken met behulp van een bestfit model, worden de ruwe sterftequotiënten afgeleid. Als gevolg van deze methode en de korte waarnemingsperiode is er sprake van een onregelmatig verloop van de sterftequotiënten die door het CBS worden gepubliceerd en hierdoor vertonen ook de overlevingstafels een onregelmatig verloop. Voor actuariële toepassingen is het gewenst dat de overlevingstafels een regelmatig verloop vertonen en daarom worden overlevingstafels afgerond. Dit gehele proces werkt als volgt:

De gegevens over het aantal overlevenden en overledenen per leeftijd worden per geslacht over een periode van vijf jaar gemiddeld en dit levert voor elke leeftijd voor zowel mannen als vrouwen waargenomen sterftetekansen qr_x op. Deze sterftetekansen worden omgezet naar ruwe sterftequotiënten met behulp van de volgende relatie:

$$\mu_x = -\ln(1 - qr_x)$$

Deze ruwe sterftequotiënten worden afgerond zodat ze een regelmatig verloop vertonen. Dit gebeurt echter niet rechtstreeks op de ruwe sterftequotiënten, maar op een transformatie daarvan:

$$fr(x) = \ln[\mu_x]$$

Als af te ronden functie wordt $fr(x)$ nu benaderd door:

$$f(x) = a + bx + cx^2$$

Vervolgens worden de variabelen a, b en c voor iedere x opgelost met behulp van de kleinste kwadratenmethode:

$$\text{Min}_{f(x)} \sum_{k=-5}^5 [f(x) - fr(x+k)]^2$$

Hier wordt dus voor het bepalen van de afgeronde functie voor de leeftijd x gebruik gemaakt van de transformatie van de ruwe sterftequotiënten voor de leeftijden $x-5$ t/m $x+5$, oftewel van 11 waarnemingen. Dit aantal is gebaseerd op proefberekeningen van het AG (Actuarieel Genootschap) waaruit blijkt dat bij dit aantal het meest regelmatige verloop van de sterftekansen wordt bereikt.

De kleinste kwadratenmethode wordt toegepast voor de leeftijden x van 6 tot en met 100 voor mannen en voor de leeftijden y van 6 tot en met 101 voor vrouwen. In feite wordt uitgegaan van een soort voortschrijdend gemiddelde bij het gladstrijken.

Als laatste worden de afgeronde sterftekansen q_x geschat met:

$$q_x = 1 - e^{-e^{f(x)}}$$

De formule van Gompertz geldt wanneer de ontwikkeling van de sterftequotiënten zich gedraagt naar de formule:

$$\mu_{x+t} = \beta\gamma^{x+t} \text{ met } t > 0 \text{ en met } \beta, \gamma \text{ constanten.}$$

Wanneer voor de sterftequotiënten de formule van Gompertz geldt, sluit $fr(x)$, de transformatie van de sterftequotiënten, bij benadering aan op $f(x)$ met $c = 0$. Deze benadering is als volgt te rechtvaardigen:

Stel $\mu_x = -\ln(1 - qr_x)$ en $pr_x = (1 - qr_x)$ gegeven. Hier representeert pr_x de eenjarige waargenomen overlevingskans van een x -jarige en is gelijk aan $(1 - qr_x)$, waarbij qr_x de eenjarige waargenomen sterftekans van een x -jarige is.

Vanwege het continue karakter van de ruwe sterftequotiënten μ_x en het stapsgewijze karakter van de eenjarige overlevingskansen, wordt de eenjarige overlevingskans van een x -jarige gegeven door:

$$p_x = e^{-\int_0^1 \mu_{x+s} ds}$$

De afgeronde functie wordt gegeven door:

$$fr(x) = \ln[-\ln(1 - q_x)] = \ln[-\ln(p_x)] = \ln\left[-\ln\left(e^{-\int_0^1 \mu_{x+s} ds}\right)\right] = \ln\left[-1\left(-\int_0^1 \mu_{x+s} ds\right)\right] = \ln\left(\int_0^1 \mu_{x+s} ds\right)$$

En er geldt:

$$e^{fr(x)} = e^{\ln\left(\int_0^1 \mu_{x+s} ds\right)} = \int_0^1 \mu_{x+s} ds$$

Wanneer de formule van Gompertz geldt, geldt er:

$$\mu_{x+s} = \beta\gamma^{x+s}$$

En hieruit volgt:

$$e^{fr(x)} = \int_0^1 \mu_{x+s} ds \approx \frac{\mu_x + \mu_{x+1}}{2} = \frac{\beta\gamma^x + \beta\gamma^{x+1}}{2} = \beta' \gamma^x = e^{\ln(\beta' \gamma^x)} = e^{\ln(\beta') + x \ln(\gamma)}$$

met

$$\beta' = \frac{\beta(1 + \gamma)}{2}$$

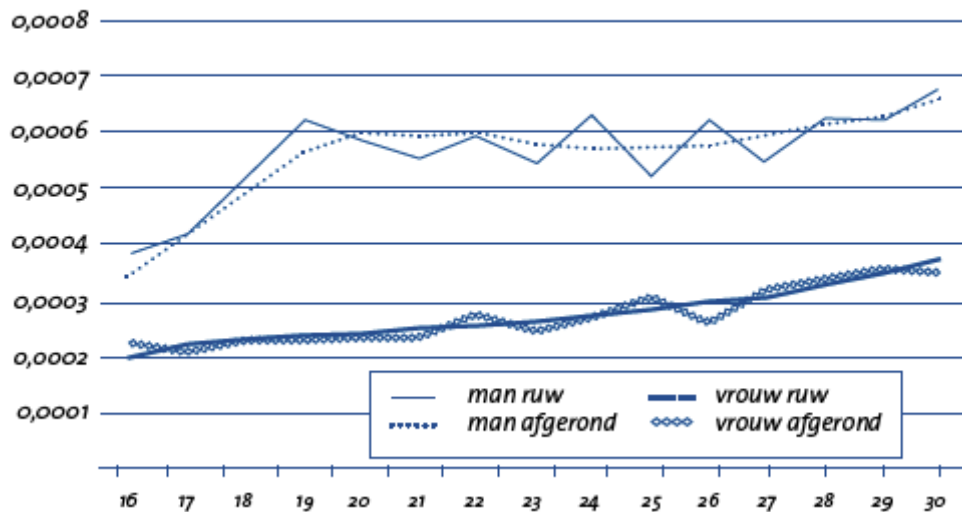
Er geldt:

$$fr(x) \approx \ln(\beta') + x \ln(\gamma) = \ln(\beta') + \ln(\gamma) \cdot x$$

Wanneer de formule van Gompertz geldt, kan $fr(x)$ worden benaderd door een lineaire functie van x en wordt de juiste benadering gegeven door:

$$f(x) = a + bx$$

Om een beeld te schetsen van de gevolgen van deze afronding is hieronder een plaatje weergegeven van de ruwe en afgeronde sterftequotiënten voor zowel mannen als vrouwen in de leeftijd van 16 tot en met 30 jaar.



Afronding bij hoge en lage leeftijden

Omdat voor de berekening van de afgeronde functie 11 waarnemingen nodig zijn, kan deze niet voor de zeer lage leeftijden worden toegepast. Daarom wordt voor de leeftijden $x=0$ en $x=1$ de afgeronde sterftekans q_x gelijk gesteld aan de waargenomen sterftekans qr_x . Voor de leeftijden $x=2$ tot en met $x=5$ wordt bij het afrondingsalgoritme in plaats van 11 waarnemingen, gebruik gemaakt van $2a+1$ waarnemingen waarbij $a=x-1$ en volgt hieruit de afgeronde sterftekans q_x .

Het afrondingsalgoritme zoals hierboven beschreven werkt ook niet goed voor de hogere leeftijden omdat daar vaak sprake is van een te grillig verloop van de ruwe sterftequotiënten. Bovendien kan het door het beperkte aantal gegevens over die leeftijden voorkomen dat de waargenomen sterftekans gelijk is aan 0 of 1, waardoor de transformatie van de waargenomen sterftekans niet kan worden toegepast. Voor het bepalen van de afgeronde sterftequotiënten bij de hogere leeftijden worden de waargenomen sterftekans qr_x omgezet in waargenomen overlevingskans $pr_x = 1 - qr_x$. Voor deze hogere leeftijden wordt aangenomen dat de formule van Gompertz voor de ontwikkeling van de sterftequotiënten geldt.

Er geldt dan:

$$\mu_{x+t} = \beta\gamma^{x+t} \text{ met } t > 0$$

Ook hier maken we gebruik van de transformatie van de waargenomen sterftekansen in ruwe sterftequotiënten:

$$\mu_x = -\ln(1 - qr_x) = -\ln(pr_x)$$

Deze sterftequotiënten worden gerelateerd aan het sterftequotiënt van x_0 , de hoogste leeftijd waarvoor het algemene afrondingsalgoritme wordt gebruikt en wel op de volgende wijze:

$$\frac{\ln(p'_x)}{\ln(p'_{x_0})} = \frac{-\ln(p'_x)}{-\ln(p'_{x_0})} = \frac{\mu_x}{\mu_{x_0}} = \frac{\beta\gamma^x}{\beta\gamma^{x_0}} = \frac{\gamma^x}{\gamma^{x_0}} = \gamma^{(x-x_0)} = e^{\alpha(x-x_0)}$$

met $\alpha = \ln \gamma$

Merk op dat hier bij de kansen gebruik wordt gemaakt van een accent om aan te geven dat deze kansen afhankelijk zijn van de gekozen waarde van x_0 , dit vanwege het feit dat wordt aangenomen dat de formule van Gompertz geldt.

Nu geldt voor iedere $x \geq x_0$ dat de afgeronde sterftekans benaderd wordt door:

$$q'_x = 1 - e^{-e^{\alpha(x-x_0)} \cdot \ln(p'_{x_0})}$$

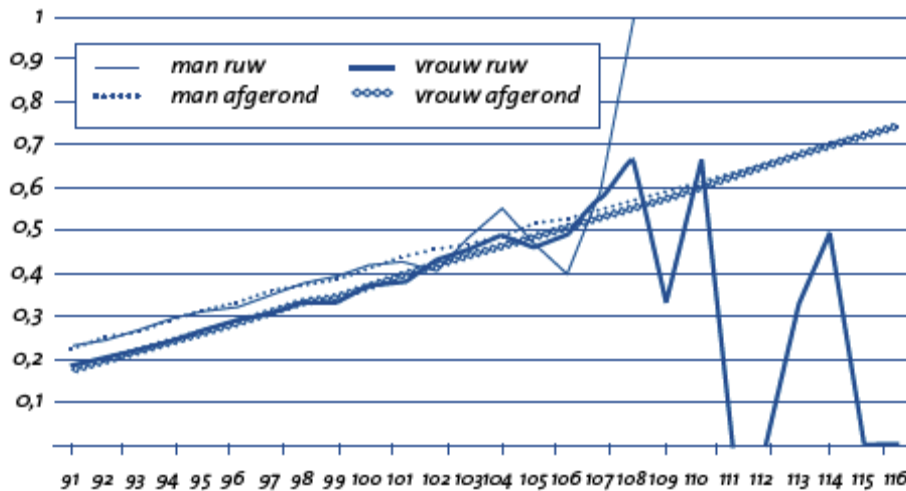
Dit wordt gedaan voor de waarden van x_0 tussen 90 en 105 jaar.

Om de waarde van α te bepalen, wordt de gemiddelde levensduur voor iedere leeftijd x_0 bepaald aan de hand van de formule van Gompertz en aan de hand van de ruwe sterftequotiënten en worden deze aan elkaar gelijk gesteld. Met de aanname dat de formule van Gompertz geldt, wordt hiermee voor iedere x_0 voor zowel mannen als voor vrouwen een rij ruwe sterftequotiënten bepaald, waarna deze worden afgerond volgens het hierboven beschreven principe. Ten slotte wordt de optimale waarde van x_0 geselecteerd met behulp van

de kleinste kwadraten methode. Voor deze geselecteerde x_0 is de waarde $\sqrt{\sum_{x=0}^{105} (q_x - qr_x)^2}$ dus

minimaal. Het onderzoek van het AG resulteerde in $x_0 = 97$ voor mannen en $x_0 = 101$ voor vrouwen.

Om een beeld te schetsen van de gevolgen van deze afronding is hieronder een plaatje weergegeven van de ruwe en afgeronde sterftequotiënten voor zowel mannen als vrouwen in de leeftijd van 91 tot en met 116 jaar.



Om te kijken of het afronden met de gebruikte methode goed werkt, zijn er meerdere toetsen die men kan gebruiken. Het is van belang om een vergelijking te maken tussen de gemiddelde levensduur voor alle leeftijden x op basis van de gegevens voor afronding en die op basis van de gegevens na afronding. Ook moet gekeken worden naar de standaardafwijking voor het leeftijdsinterval $[0, x_0]$ en het aantal tekenwisselingen bij de gegevens voor afronding en die na afronding. De standaardafwijking voor het leeftijdsinterval $[0, x_0]$ wordt bepaald door:

$$\sqrt{\frac{1}{x_0} \sum_{x=0}^{x_0} (q_x - qr_x)^2}$$

Als laatste wordt gekeken in hoeverre het verloop van de ruwe sterftequotiënten overeenkomt met die van de afgeronde sterftequotiënten. Hierbij wordt gebruik gemaakt van de som van de kwadraten van de derde verschillen.

Bijlage Hoofdstuk 6

IAS-model

Het IAS-model is een model volgens de International Accounting Standards (IAS) en wordt gebruikt voor het berekenen van pensioenverplichtingen volgens de PUC methode (Projected Unit Credit). Dit is een methode welke rekening houdt met ontwikkelingen wat betreft carrière, inflatie, indexatie, ontslag, arbeidsongeschiktheidskansen en overlijden. Deze berekeningen moeten plaatsvinden op basis van de actuele marktrente en daarom wordt gebruik gemaakt van rentetermijnstructuren.

Dit model heeft als basis gediend voor het model waarmee in mijn scriptie de actuariële factoren worden berekend op basis van rentetermijnstructuren en overlevingskansen.

Rentetermijnstructuren

Tabel voor de gegenereerde rentetermijnstructuren van simulatie 1 voor berekeningsjaren 1 tot en met 15:

Simulatie 1	Berekenings- jaar	1	2	3	4	5	6	7
Looptijd in jaren								
1		3,267%	3,305%	1,835%	1,568%	3,180%	3,993%	3,709%
2		3,640%	3,605%	2,515%	2,360%	3,548%	3,941%	3,826%
3		3,934%	3,841%	3,051%	2,984%	3,837%	3,900%	3,918%
4		4,164%	4,027%	3,473%	3,475%	4,065%	3,867%	3,990%
5		4,346%	4,173%	3,804%	3,861%	4,244%	3,842%	4,047%
6		4,489%	4,288%	4,065%	4,164%	4,385%	3,822%	4,091%
7		4,601%	4,378%	4,270%	4,403%	4,495%	3,806%	4,126%
8		4,689%	4,449%	4,431%	4,590%	4,582%	3,794%	4,154%
9		4,759%	4,505%	4,558%	4,738%	4,651%	3,784%	4,176%
10		4,813%	4,549%	4,657%	4,853%	4,705%	3,776%	4,193%
11		4,856%	4,584%	4,735%	4,944%	4,747%	3,770%	4,206%
12		4,890%	4,611%	4,797%	5,016%	4,780%	3,766%	4,217%
13		4,916%	4,632%	4,845%	5,072%	4,806%	3,762%	4,225%
14		4,937%	4,649%	4,883%	5,116%	4,827%	3,759%	4,232%
15		4,954%	4,662%	4,912%	5,150%	4,843%	3,757%	4,237%
16		4,966%	4,672%	4,936%	5,177%	4,856%	3,755%	4,241%
17		4,977%	4,681%	4,954%	5,198%	4,866%	3,753%	4,244%
18		4,984%	4,687%	4,968%	5,215%	4,873%	3,752%	4,247%
19		4,991%	4,692%	4,980%	5,228%	4,880%	3,751%	4,249%
20		4,996%	4,696%	4,988%	5,238%	4,884%	3,751%	4,250%
21		4,999%	4,699%	4,995%	5,246%	4,888%	3,750%	4,251%
22		5,002%	4,702%	5,001%	5,253%	4,891%	3,750%	4,252%
23		5,005%	4,703%	5,005%	5,257%	4,894%	3,749%	4,253%
24		5,007%	4,705%	5,008%	5,261%	4,895%	3,749%	4,254%
25		5,008%	4,706%	5,011%	5,264%	4,897%	3,749%	4,254%
26		5,009%	4,707%	5,013%	5,267%	4,898%	3,749%	4,254%
27		5,010%	4,708%	5,014%	5,268%	4,899%	3,749%	4,255%
28		5,011%	4,708%	5,016%	5,270%	4,899%	3,749%	4,255%
29		5,011%	4,709%	5,017%	5,271%	4,900%	3,748%	4,255%
30		5,012%	4,709%	5,017%	5,272%	4,900%	3,748%	4,255%
31		5,012%	4,709%	5,018%	5,272%	4,901%	3,748%	4,255%

Berekeningsjaar	8	9	10	11	12	13	14	15
Looptijd in jaren								
1	7,917%	3,149%	5,465%	4,666%	6,937%	7,548%	3,375%	4,841%
2	7,053%	3,535%	5,446%	4,696%	6,429%	7,136%	3,754%	5,101%
3	6,374%	3,839%	5,431%	4,719%	6,030%	6,812%	4,052%	5,305%
4	5,840%	4,078%	5,419%	4,737%	5,716%	6,557%	4,286%	5,466%
5	5,421%	4,267%	5,410%	4,751%	5,469%	6,356%	4,471%	5,592%
6	5,090%	4,415%	5,403%	4,762%	5,274%	6,198%	4,616%	5,692%
7	4,830%	4,531%	5,397%	4,771%	5,121%	6,074%	4,730%	5,770%
8	4,625%	4,622%	5,393%	4,778%	5,001%	5,976%	4,820%	5,831%
9	4,463%	4,694%	5,389%	4,784%	4,906%	5,899%	4,890%	5,880%
10	4,336%	4,751%	5,386%	4,788%	4,831%	5,839%	4,946%	5,918%
11	4,236%	4,795%	5,384%	4,791%	4,773%	5,791%	4,989%	5,948%
12	4,157%	4,830%	5,382%	4,794%	4,726%	5,753%	5,023%	5,971%
13	4,095%	4,858%	5,381%	4,796%	4,690%	5,724%	5,050%	5,990%
14	4,046%	4,879%	5,380%	4,798%	4,661%	5,700%	5,072%	6,004%
15	4,007%	4,896%	5,379%	4,799%	4,639%	5,682%	5,088%	6,016%
16	3,977%	4,909%	5,378%	4,800%	4,621%	5,668%	5,101%	6,025%
17	3,952%	4,920%	5,378%	4,801%	4,607%	5,656%	5,111%	6,032%
18	3,933%	4,928%	5,377%	4,801%	4,596%	5,647%	5,120%	6,037%
19	3,918%	4,935%	5,377%	4,802%	4,587%	5,640%	5,126%	6,042%
20	3,907%	4,940%	5,377%	4,802%	4,580%	5,635%	5,131%	6,045%
21	3,897%	4,944%	5,377%	4,803%	4,575%	5,630%	5,135%	6,048%
22	3,890%	4,947%	5,377%	4,803%	4,570%	5,627%	5,138%	6,050%
23	3,884%	4,949%	5,376%	4,803%	4,567%	5,624%	5,140%	6,051%
24	3,879%	4,951%	5,376%	4,803%	4,564%	5,622%	5,142%	6,053%
25	3,876%	4,953%	5,376%	4,803%	4,562%	5,620%	5,144%	6,054%
26	3,873%	4,954%	5,376%	4,803%	4,561%	5,619%	5,145%	6,055%
27	3,870%	4,955%	5,376%	4,804%	4,559%	5,618%	5,146%	6,055%
28	3,869%	4,955%	5,376%	4,804%	4,558%	5,617%	5,146%	6,056%
29	3,867%	4,956%	5,376%	4,804%	4,557%	5,616%	5,147%	6,056%
30	3,866%	4,956%	5,376%	4,804%	4,557%	5,616%	5,147%	6,056%
31	3,865%	4,957%	5,376%	4,804%	4,556%	5,615%	5,148%	6,057%

GBMV 2000-2005 tafel

Sterftetafel		
GBMV 2000-2005		
Leeftijd	lx	ly
0	10.000.000	10.000.000
1	9.945.646	9.956.559
2	9.941.366	9.952.623
3	9.938.401	9.950.669
4	9.936.247	9.949.095
5	9.934.428	9.947.860
6	9.932.861	9.946.872
7	9.931.454	9.945.938
8	9.930.138	9.945.013
9	9.928.872	9.944.098
10	9.927.572	9.943.189
11	9.926.248	9.942.191
12	9.924.846	9.941.135
13	9.923.275	9.939.934
14	9.921.454	9.938.618
15	9.919.265	9.937.121
16	9.916.538	9.935.376
17	9.913.085	9.933.388
18	9.908.911	9.931.224
19	9.903.996	9.928.911
20	9.898.451	9.926.546
21	9.892.542	9.924.144
22	9.886.700	9.921.672
23	9.880.799	9.919.131
24	9.875.079	9.916.538
25	9.869.458	9.913.845
26	9.863.801	9.911.014
27	9.858.095	9.908.071
28	9.852.228	9.905.009
29	9.846.181	9.901.727
30	9.840.027	9.898.278
31	9.833.526	9.894.565
32	9.826.757	9.890.472
33	9.819.623	9.886.087
34	9.812.166	9.881.289
35	9.804.341	9.876.004
36	9.796.005	9.870.132
37	9.787.095	9.863.693
38	9.777.411	9.856.635
39	9.766.992	9.848.752
40	9.755.593	9.840.077

Leeftijd	lx	ly
41	9.742.926	9.830.350
42	9.728.710	9.819.499
43	9.713.106	9.807.368
44	9.695.698	9.793.665
45	9.676.456	9.778.129
46	9.655.045	9.760.577
47	9.631.529	9.740.966
48	9.605.684	9.719.515
49	9.577.202	9.695.860
50	9.545.529	9.670.392
51	9.510.674	9.642.900
52	9.472.108	9.613.712
53	9.430.178	9.582.583
54	9.384.063	9.548.971
55	9.333.272	9.512.631
56	9.277.671	9.473.602
57	9.216.487	9.431.783
58	9.149.200	9.386.770
59	9.075.707	9.338.109
60	8.994.924	9.285.727
61	8.906.634	9.229.190
62	8.809.769	9.168.949
63	8.703.800	9.103.852
64	8.587.524	9.033.565
65	8.459.349	8.957.562
66	8.318.517	8.875.312
67	8.163.593	8.785.595
68	7.993.986	8.686.964
69	7.809.172	8.578.675
70	7.606.789	8.459.510
71	7.386.352	8.328.317
72	7.147.969	8.184.511
73	6.891.021	8.026.514
74	6.615.613	7.854.103
75	6.321.150	7.664.968
76	6.008.634	7.458.004
77	5.679.058	7.231.390
78	5.332.973	6.984.638
79	4.971.682	6.715.171
80	4.597.653	6.421.936
81	4.213.637	6.103.858
82	3.824.941	5.761.055

Sterftetafel		
GBMV 2000-2005		
Leeftijd	lx	ly
83	3.435.121	5.394.349
84	3.049.326	5.004.402
85	2.670.704	4.593.277
86	2.306.420	4.165.786
87	1.960.563	3.727.215
88	1.636.849	3.285.463
89	1.341.455	2.847.832
90	1.078.181	2.422.886
91	847.970	2.019.134
92	651.102	1.646.585
93	487.774	1.310.213
94	356.471	1.016.140
95	253.030	765.554
96	174.553	561.230
97	116.530	399.185
98	74.929	276.140
99	46.990	185.433
100	28.837	120.569
101	16.919	75.037
102	9.615	44.937
103	5.282	26.000
104	2.800	14.501
105	1.429	7.776
106	701	3.999
107	329	1.967
108	148	922
109	63	411
110	26	174
111	10	69
112	4	26
113	1	9
114	0	3
115	0	1
116	0	0
117	0	0
118	0	0
119	0	0
120	0	0

Literatuurlijst

Hoofdstuk 1 Financieel toetsingskader (FTK)

1. Besluit van 18 december 2006, houdende regels met betrekking tot het financiële toetsingskader op grond van de Pensioenwet en de Wet verplichte beroepspensioenregeling (Besluit financieel toetsingskader pensioenfondsen), Staatsblad van het Koninkrijk der Nederlanden, 2006, nr. 710
2. Hoofdlijnen voor een nieuwe Pensioenwet, Tweede Kamer, vergaderjaar 2005-2006, 28 294, nr. 11
3. Wet van 7 december 2006 houdende regels betreffende pensioenen (Pensioenwet), Staatsblad van het Koninkrijk der Nederlanden, 2006, nr. 705
4. Memorie van toelichting "Regels betreffende pensioenen (Pensioenwet)" Tweede Kamer, vergaderjaar 2005-2006, 30 413, nr. 3
5. Advies inzake onderbouwing parameters FTK, De Nederlandse Bank (DNB), oktober 2006
6. Regeling Pensioenwet en Wet verplichte beroepspensioenregeling, Ministerie van Sociale Zaken en Werkgelegenheid, 19 december 2006
7. Regeling parameters pensioenfondsen, Ministerie van Sociale Zaken en Werkgelegenheid, 19 december 2006
8. Nadere uitwerking financiële toezicht op pensioenfondsen, Ministerie van Sociale Zaken en Werkgelegenheid, oktober 2004
9. Levensverzekeringswiskunde en pensioencomputaties, D.P.G. van As, J. Klouwen, L.J. van de Leur, 1998, Academic Service, Schoonhoven
10. Afstudeerscriptie Paul van den Berg, De lange termijn effecten van het FTK, Watson Wyatt B.V., september 2005
11. Afstudeerscriptie Eliena van der Velde, De gevolgen van het FTK voor de financiële opzet van pensioenfondsen, Watson Wyatt B.V., oktober 2004

Hoofdstuk 2 Rentetermijnstructuren

1. Levensverzekeringswiskunde en pensioencomputaties, D.P.G. van As, J. Klouwen, L.J. van de Leur, 1998, Academic Service, Schoonhoven
2. Parsimonious Modeling of Yield Curves, Charles R. Nelson, Andrew F. Siegel, Journal of Business, 1987, Vol.60, No.4, p. 473-489

3. The structure of interest rates, F.A. Lutz, Quarterly Journal of Economics, 1940, Vol.55, No.1, p. 36-63
4. Introductory Econometrics, A Modern Approach, Third Edition, Jeffrey M. Wooldridge, 2006, Tomson South-Western
5. Econometric Methods, Fourth Edition, Jack Johnston, John DiNardo, 1997, McGraw-Hill
6. Afstudeerscriptie Eliena van der Velde, De gevolgen van het FTK voor de financiële opzet van pensioenfondsen, Watson Wyatt B.V., oktober 2004
7. Afstudeerscriptie Michel Iglesias del Sol, Asset Liability Management, Watson Wyatt B.V., mei 1999
8. Methods of Mathematical Physics, third edition, H. Jeffreys, 1988, Cambridge University Press
9. Website DNB (www.dnb.nl)

Hoofdstuk 3 Sterfte

1. Levensverzekeringswiskunde en pensioencalculaties, D.P.G. van As, J. Klouwen, L.J. van de Leur, 1998, Academic Service, Schoonhoven
2. Life Insurance Mathematics, Third Edition, Hans U. Gerber, 1997, Springer
3. Over sterfte en overleven, werkgroep Actuarieel Genootschap, 2007 Actuarieel Genootschap
4. Pensioentafel 2006 houdt rekening met trends, Drs. Ir. J.H. Tornij, artikel in De Actuaris, mei 2006
5. Sterftetafels, sterftcijfers en generatietafels, Ir. F.W. 't Hooft, De Economist, Vol.77, No. 1, p. 511-535, 1928, Springer Netherlands

Hoofdstuk 4 Factoren

1. Levensverzekeringswiskunde en pensioencalculaties, D.P.G. van As, J. Klouwen, L.J. van de Leur, 1998, Academic Service, Schoonhoven
2. Bedrijfsanalyse en embedded value, C.L. Smid, H. Wolthuis, 2001, Instituut voor Actuarieel en Econometrie (IAE)
3. Modern Portfolio Theory And Investment Analysis, Fifth Edition, Edwin J. Elton, Martin J. Gruber, 1995, John Wiley & Sons
4. Riemann-Stieltjesintegratie en Toepassingen in de Levensverzekeringswiskunde, H. Wolthuis, Instituut voor Actuarieel en Econometrie (IAE)
5. Actuariële wiskunde; Een inleiding, 2001, Watson Wyatt B.V.

6. Afstudeerscriptie Saskia Donker, Gelijke behandeling in collectieve pensioenen, Watson Wyatt B.V., december 2001

Hoofdstuk 5 Uitrustfactoren

1. Afstudeerscriptie Saskia Donker, Gelijke behandeling in collectieve pensioenen, Watson Wyatt B.V., december 2001

Hoofdstuk 6 Model voor uitrustfactoren

1. Geen

Hoofdstuk 7 Middeling van uitrustfactoren

1. Geen

Hoofdstuk 8 Prognosetafel

1. Geen