

---

# HORizontaal Mathematiseren: Jong Geleerd, Oud Gedaan?

---

DRS. TEUN VAN DE KROL, NOANI MEIJBOOM MSC, CASPER ZELISSEN MSC

UNIVERSITEIT UTRECHT, IVLOS LERARENOPLEIDING, BÈTACLUSTER START FEB. 2010

DECEMBER, 2010

---

## SAMENVATTING

---

*Docenten klagen dat bovenbouwleerlingen onvoldoende in staat zijn om een realistisch verhaaltje te vertalen naar een wiskundig probleem: het zogenaamde horizontaal mathematiseren. In ons kwalitatieve onderzoek proberen wij, door middel van interviews met zowel docenten als leerlingen, er achter te komen of de aansluiting onderbouw-bovenbouw bij wiskunde als slecht wordt ervaren en waar het probleem precies zit met betrekking tot horizontaal mathematiseren. We concluderen dat docenten een grote overgang ervaren van onderbouw naar bovenbouw met betrekking tot horizontaal mathematiseren en ook bezig zijn oplossingen hiervoor te verzinnen. De leerlingen ervaren echter geen aansluitingsprobleem.*

---

## INLEIDING

---

Het wiskundeonderwijs heeft de afgelopen jaren een enorme verandering doorgemaakt. Volgens Ter Heege (2008) worden vaardigheden zoals cijferen, die eerst werden bijgebracht tijdens het wiskundeonderwijs, in de maatschappij steeds vaker geautomatiseerd, bijvoorbeeld door rekenmachine- en computergebruik. Hierdoor worden deze vaardigheden als minder belangrijk ervaren met als gevolg dat het realistisch wiskundeonderwijs werd ontwikkeld.

Bij realistisch wiskundeonderwijs worden contexten gebruikt die de opgave betekenis moeten geven, waardoor het wiskundig nadenken op gang wordt gebracht. De leerlingen leren hierdoor de wiskunde zelf te ontdekken, meer inzicht te ontwikkelen en de wiskundekennis toe te passen.

Door betekenis te geven aan een opgave is het de bedoeling dat de leerling gemotiveerder is voor het oplossen van de opgave. Ook zal de leerling hierdoor eerder inzien dat wiskunde overall is en kan de leerling de oplossing beter reflecteren. Gravemeijer (2005) beschrijft dat het wel van belang is dat de context van een wiskundig probleem voldoende authentiek is. Is het probleem niet authentiek genoeg, dan kan het probleem gekunsteld (een zogenaamd "dressed-up problem") overkomen en wordt het juiste doel niet bereikt.

Gravemeijer beschrijft dat een realistische rekenopgave uit drie onderdelen bestaat:

- De vertaling naar een wiskundig probleem
- Het uitvoeren van wiskundige bewerkingen
- Het mathematiseren (soms generaliseren) van de wiskundige bewerkingen

Het eerste onderdeel, waarbij een realistisch probleem wordt vertaald naar een wiskundig probleem met wiskundige termen, heet horizontaal mathematiseren. De laatste twee onderdelen, waarbij naar een oplossing toe wordt gewerkt door middel van het mathematiseren of door het generaliseren van de wiskundige bewerkingen, heet verticaal mathematiseren.

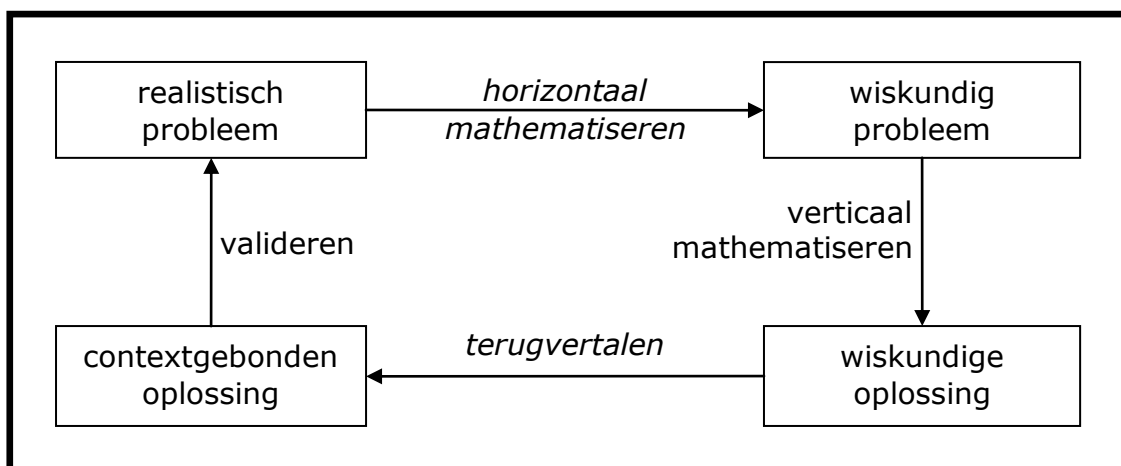
Freudenthal omschrijft horizontaal en verticaal mathematiseren als volgt:

*Horizontal mathematisation leads from the world of life to the world of symbols. In the world of life one lives, acts (and suffers); in the other one symbols are shaped, reshaped, and manipulated, mechanically, comprehendingly, reflectingly; this is vertical mathematisation.* (Freudenthal, 1991, 41-42)

Een andere omschrijving van Freudenthal over het horizontaal en verticaal mathematiseren:

*Horizontal mathematising may just as often mean a jump from reality to fresh mathematics and vertical mathematising a mere routine, as well as vice versa.* (Freudenthal, 1991, 101)

Horizontaal en verticaal mathematiseren vormen samen de basis van het realistisch wiskundeonderwijs. In afbeelding 1 staat een schematische weergave voor het oplossen van een realistisch probleem.



AFBEELDING 1 SCHEMATISCHE WEERGAVE VOOR HET OPLOSSEN VAN EEN REALISTISCH PROBLEEM

In dit artikel gebruiken we de volgende definitie van horizontaal mathematiseren: het realistische probleem vertalen naar een wiskundig probleem.

## DE TAAL IN DE WISKUNDE

---

Door de invoering van realistische wiskunde speelt taal een rol in het wiskundeonderwijs van nu. Prenger (2005) beschrijft in haar proefschrift de rol van taal in de wiskunde. Het realistisch wiskundeonderwijs moet de wiskunde juist begrijpelijker maken voor de leerlingen en ook de taalvaardigheid vergroten. Prenger geeft echter aan dat de docent wel aandacht moet besteden aan de taal binnen de wiskunde. Prenger concludeerde dat vooral taalzwakke leerlingen problemen hebben met het vertalen van een probleem. Dit komt doordat leerlingen eerst het probleem moeten begrijpen en interpreteren, voordat een realistisch probleem vertaald kan worden naar een wiskundig probleem. Prenger concludeerde verder dat er in de wiskundeboeken veel hedendaagse woorden, die tegenwoordig niet vaak gebruikt worden, voorkomen. Hierdoor kunnen niet alle leerlingen de tekst begrijpen en dit kan voor problemen zorgen bij het vertalen naar een wiskundig probleem. Verder worden nieuwe wiskundebegrippen vaak in een context geïntroduceerd of juist heel bondig geformuleerd. Hoewel op deze manier de taal wordt beperkt, zorgt dit toch ook voor problemen bij taalzwakke leerlingen.

Van Eerde et al. (2002) beschrijven dat interactie tijdens de lessen van essentieel belang is voor het realistisch wiskundeonderwijs. Wanneer de docent en de leerlingen hun denkwijzen verwoorden, bediscussiëren en vragen stellen, ontwikkelen de leerlingen zich op het gebied van realistische wiskunde en leren ze hun denkwijzen te verwoorden en te reflecteren. Ook blijkt dat een herkenbaar realistisch probleem de leerlingen eerder uitdaagt en dat groepsopdrachten ook bijdragen aan de ontwikkeling van de leerlingen op het gebied van realistische wiskunde.

## ONDERZOEKSVRAGEN EN HYPOTHESE

---

Realistische wiskunde speelt een grote rol binnen het hedendaagse wiskundeonderwijs. De literatuur beschrijft (zie boven) dat de wiskunde steeds taliger wordt en dat dit voor problemen kan zorgen. Een aantal docenten van één van de scholen waar wij zelf werkzaam zijn klaagt dat zij een breuk ervaren tussen de onderbouw en bovenbouw met betrekking tot horizontaal mathematiseren. Ook vanuit de wandelgangen van andere scholen bereiken ons dergelijke signalen. Dit heeft ons geïnspireerd tot dit onderzoek. Maar zorgt het horizontaal mathematiseren wel echt voor problemen of is er maar een kleine groep leerlingen die hier moeite mee heeft of zijn er andere problemen?

De onderzoeksvraag luidde daarom:

*Hoe wordt de aansluiting onderbouw-bovenbouw met betrekking tot horizontaal mathematiseren in wiskundeonderwijs ervaren?*

Om de onderzoeksvraag te kunnen onderbouwen is deze opgebouwd uit drie deelvragen:

1. *Hoe ervaren havo/vwo leerlingen uit klassen 4 en 5 de aansluiting onderbouw-bovenbouw met betrekking tot horizontaal mathematiseren in wiskundeonderwijs?*
2. *Hoe ervaren docenten de aansluiting onderbouw-bovenbouw met betrekking tot horizontaal mathematiseren in wiskundeonderwijs bij havo en vwo?*
3. *Zijn de bovenstaande ervaringen op één lijn?*

Onze verwachtingen zijn dat wiskundedocenten een breuk ervaren tussen de onderbouw en bovenbouw met betrekking tot het horizontaal mathematiseren. We verwachten dat bovenbouwleerlingen hiervan ook problemen ondervinden. We verwachten voornamelijk dat er problemen zijn met het begrijpend lezen.

Onze verwachtingen worden onder andere ondersteund door onze eigen ervaringen met lesgeven. In de wiskundeboeken staan veel opgaven waarbij alleen maar verticaal mathematiseren wordt gevraagd (de vaardigheidsopgaven). Daarnaast zijn er ook enkele opgaven in de vorm van een verhaal, waarbij horizontaal mathematiseren nodig is (de contextopgaven). Een aantal leerlingen geeft bij het zien van contextopgaven al meteen aan dat ze het niet snappen. Wanneer de docent het verhaal dan hardop voorleest, snappen de meeste leerlingen wat er moet gebeuren. Maar het enige wat de docent heeft gedaan, is het verhaal hardop voorlezen en mogelijk de juiste punten benadrukken. Dit geeft aan dat de leerlingen al meteen worden afgeschrikt bij het zien van een opgave met een context. Wij denken dat leerlingen afgeschrikt worden, omdat ze niet vertrouwd zijn met contextopgaven en omdat ze geen plan van aanpak hebben bij het oplossen van een contextopgave. Dit zorgt ervoor dat leerlingen moeite hebben met het horizontaal mathematiseren. In de boeken zien we dat er in de bovenbouw grotere contexten worden gebruikt, dus verwachten we dat de overgang van onder- naar bovenbouw groot zal zijn met betrekking tot horizontaal mathematiseren.

---

## ONDERZOEKSMETHODE

---

### KWALITATIEF VS. KWANTITATIEF

---

In eerste instantie dachten wij door middel van enquêtes bij een grote groep docenten en leerlingen onze hoofd- en deelvragen met harde cijfers te kunnen beantwoorden. Uiteindelijk hebben wij gekozen voor een kwalitatief onderzoek. De belangrijkste reden voor deze keuze was dat er vrijwel niets in de literatuur te vinden is over specifiek de aansluiting van onderbouw naar bovenbouw. Hierdoor hebben wij te weinig voorkennis om valide en betrouwbare enquêtevragen op te kunnen stellen. Bovendien is de onderzoeksvariabele "ervaring naar de aansluiting" een te open en breed begrip om op een juiste manier te vangen in enquêtevragen. Ten slotte zijn wij dit onderzoek met een open blik ingegaan, nog een aanwijzing om voor een kwalitatief onderzoek te kiezen (Baarda, 2009).

Natuurlijk zijn wij door signalen van docenten-“er is een aansluitingsprobleem”-enigszins beïnvloed, maar deze signalen kwamen van één enkele school. Bovendien hadden wij nog geen idee hoe leerlingen tegen deze kwestie aankijken. Daardoor stonden wij als onderzoekers volstrekt open voor uitkomsten die tegen onze hypotheses in zouden gaan.

## INSTRUMENTEN, RESPONDENTEN

---

Als meetinstrument voor een kwalitatief onderzoek ligt het interview voor de hand. Omdat wij iets wilden zeggen over zowel docenten als leerlingen hebben wij interviews gehouden met respondenten uit beide groepen. Wij hebben ervoor gekozen eerst docenten te interviewen en daarna pas leerlingen. Wij schatten in dat docenten een helderder mening hebben over horizontaal mathematiseren, en deze ook beter kunnen verwoorden dan leerlingen. Door hen eerst te bevragen geeft ons dat extra input die wij weer kunnen gebruiken bij het maken van de vragen voor de leerlinginterviews.

Op de drie verschillende scholen waar wij zelf werkzaam zijn, hebben wij in totaal zeven wiskundedocenten geïnterviewd (verdeling 2-2-3). Achtergrondinformatie over de drie scholen staat in bijlage 1. Als selectiecriteria hanteerden wij dat de docent voldoende ervaring in zowel onderbouw als bovenbouw moet hebben (om de aansluiting goed te kunnen beoordelen). Relevante achtergrondinformatie van elke geïnterviewde docent staat in bijlage 2.

Later hebben wij ieder 3 bovenbouwleerlingen geïnterviewd, in totaal dus 9 leerlingen. Hiervan hebben wij er 8 gebruikt voor ons onderzoek; het eerste leerlinginterview heeft als pilot gefungeerd. Het doen van een pilot bleek nuttig: zoals verwacht praten leerlingen minder gemakkelijk over een onderwerp waar zij niet dagelijks over nadenken, en wij zijn hierdoor nog eens gewezen op het belang van expliciet doorvragen. We hebben er bewust voor gekozen geen eigen leerlingen te bevragen, aangezien anders het risico bestaat dat de leerling toch net iets andere antwoorden geeft door de dan aanwezige leerling-docent-relatie. Verder hebben wij ervoor gekozen alleen wiskunde A leerlingen te interviewen, omdat zij het meeste met horizontaal mathematiseren te maken hebben. Bij het selecteren van leerlingen hebben we ervoor gezorgd dat we geen hele goede of hele slechte leerlingen hebben gekozen. Bij hele goede leerlingen verwachten we namelijk weinig problemen, bij hele slechte leerlingen zouden er nog allerlei andere problemen kunnen spelen (bijvoorbeeld een achterstand in rekenvaardigheid) die onze resultaten ongewenst zouden kunnen beïnvloeden. Relevante achtergrondinformatie van elke geïnterviewde leerling staat in bijlage 3.

## OPBOUW INTERVIEWS

---

Beide interviews hebben ruwweg dezelfde opbouw (zie bijlagen 4 en 5), en beginnen met een uitgeschreven inleiding, waarin wordt uitgelegd wat we aan het onderzoeken zijn, en hoe ons onderzoek in elkaar zit. Voor de leerlingen hebben we de term 'horizontaal mathematiseren' wat inzichtelijker gemaakt door middel van voorbeeldopgaven. In de leerlinginterviews wordt deze term overigens niet gebruikt; we spreken met hen over verhaaltjessommen, om bij het jargon van de leerlingen zelf aan te sluiten. Bij de leerlingen hebben we ook expliciet naar hun aanpak gevraagd, omdat docenten aangaven dat leerlingen niet echt een duidelijke aanpak hebben.

Vervolgens vragen we naar de ervaring met horizontaal mathematiseren in het algemeen. Van de docenten willen we weten of ze het een belangrijke vaardigheid vinden voor leerlingen, en op welke manieren deze vaardigheid wordt aangeleerd. De leerlingen beantwoorden vragen over op welke manier zij met verhaaltjessommen in aanraking komen, wat zij van dit soort opgaven vinden, en welk onderdeel van het oplossen ervan een probleem vormt (indien de leerling een probleem hiermee ervaart).

Dan gaan we specifiek in op een eventueel verschil tussen onderbouw en bovenbouw. Zowel leerlingen als docenten vragen we naar verschillen in wat er van leerlingen wordt gevraagd op het gebied van horizontaal mathematiseren. Ook vragen we naar verschillen in de manier waarop deze vaardigheid wordt aangeleerd, en of leerlingen in de onderbouw voldoende zijn voorbereid op wat er in de bovenbouw van hen wordt verwacht.

Ten slotte gaan we in op mogelijke verbeteringen van de situatie (indien nodig), en de effecten van maatregelen die al van kracht zijn. Ook is er de gelegenheid voor verdere vragen of opmerkingen.

Natuurlijk is iedere vraag weer opgesplitst in verschillende onderdelen, die de verschillende aspecten van het betreffende onderwerp moeten belichten. Zo vragen we bijvoorbeeld door naar verschillen tussen wiskunde A en wiskunde B leerlingen, en maken we onderscheid in wat er via boeken of door de docent zelf wordt aangeleerd. Een gemiddeld interview duurde ruim 20 minuten.

## ANALYSE

---

Voor een goede transparante verifieerbare verwerking van de interviews hebben we zoveel mogelijk gebruik gemaakt van het volgende stappenplan:

1. Geluidsopname van het interview
2. Letterlijk uittypen wat er is gezegd

3. Samenvatten in eigen woorden (eventueel terugkoppelen naar de geïnterviewde)
4. Antwoorden categoriseren
5. Frequenties per categorie tellen en hieruit opvallende zaken als resultaat beschouwen

Het terugkoppelen van onze samenvattingen van de interviews hebben we bij een aantal docenten gedaan, maar hier kwam geen reactie op. Dit kan betekenen dat de samenvattingen gewoon goed waren, of dat de docenten te weinig tijd hadden om er nog naar te kijken. Bij de leerlingen hebben we deze stap achterwege gelaten.

Het maken van de categorieën is gebeurd nadat de interviews zijn samengevat, aangezien we toen pas een goed overzicht hadden van de mogelijke antwoorden. Wij hebben elkaar gecontroleerd bij het correct plaatsen van de antwoorden in de juiste categorie. Door simpelweg te tellen hoeveel antwoorden in een categorie vallen zijn we aan onze resultaten gekomen. De categorisering van de antwoorden van zowel docenten als leerlingen zijn inclusief frequenties te vinden in bijlagen 6 en 7.

## ERVARINGEN VAN DOCENTEN

---

Om de ervaringen van de docenten te peilen, zijn een aantal docenten geïnterviewd. De interviewvragen voor de docenten zijn te vinden in bijlage 4. In totaal zijn er zeven docenten geïnterviewd die ervaring hebben met het lesgeven in zowel de onder- als bovenbouw. Voor achtergrondinformatie over de geïnterviewde docenten verwijzen we naar bijlage 2. Een overzicht van de gecategoriseerde antwoorden van de docenten met frequenties vindt u in bijlage 6.

Eén van de geïnterviewde docenten heeft een interessante metafoor voor zaken die spelen rondom horizontaal mathematiseren. Hij gebruikt hiervoor een gereedschapskist. *Je kunt verschillende stukken gereedschap zien als de wiskundige technieken die leerlingen tot hun beschikking hebben. Dit is echter niet genoeg: het is leuk dat een leerling een hamer heeft, maar niet elk probleem is een spijker. Om een probleem goed op te kunnen lossen heb je dus overzicht nodig over je gereedschap. Je moet de juiste tool kiezen, gegeven een situatie.*

De meeste docenten (6 van 7) vinden horizontaal mathematiseren een belangrijke vaardigheid die alle leerlingen moeten leren beheersen. Als motivatie geven de docenten aan dat het goed is voor de algemene ontwikkeling (4 van 6) en dat de leerlingen het voor de examens nodig hebben (2 van 6). Eén van de docenten vindt echter dat horizontaal mathematiseren een belangrijke vaardigheid is voor leerlingen met wiskunde A om het nut van wiskunde in te zien, maar vindt het niet noodzakelijk voor wiskunde B leerlingen omdat deze leerlingen het nut van wiskunde al inzien.

Alle docenten leren de vaardigheden voor het vertalen van een realistisch probleem naar een wiskundig probleem aan met behulp van de methode. De meeste docenten (6 van 7) geven aan dat ook de eigen inbreng tijdens de lessen wordt gebruikt bij het aanleren van de vaardigheden. Wel moet worden opgemerkt dat de meeste docenten zich in de rest van het interview beperken tot wiskunde A, omdat horizontaal mathematiseren hoofdzakelijk bij wiskunde A speelt.

Docenten zien een duidelijk verschil tussen de onderbouw en bovenbouw met betrekking tot horizontaal mathematiseren. Dit verschil is met name te zien in de methode die gebruikt wordt. In de bovenbouw zijn de opgaven complexer.

Over de vraag of bovenbouwleerlingen deze vaardigheid voldoende beheersen om op een redelijke manier het bovenbouwprogramma te volgen (met andere woorden of er een aansluitingsprobleem is) zijn er geen eenduidige antwoorden. De meeste docenten (5 van 7) geven aan dat de bovenbouwleerlingen de vaardigheid voor het vertalen van een probleem niet voldoende beheersen. Echter, de docenten zijn het er over eens dat bij horizontaal mathematiseren vooral de leesvaardigheid ofwel het begrijpend lezen voor problemen zorgt. Ook zorgt de complexe context voor problemen. Een aantal docenten geeft aan dat er leerlingen zijn die tot het eind moeite hebben met het horizontaal mathematiseren, maar dat is niet voor alle leerlingen het geval.

Er worden verschillende oplossingen aangeboden om de situatie met betrekking tot horizontaal mathematiseren te verbeteren:

- Structurele aanpak
- Meer oefenen en indien nodig bijles
- Al in de derde klas beginnen met complexe opgaven en probleemaanpak
- Een leerlijn voor probleemaanpak
- Ontdekkender de technieken aanleren (dan hebben leerlingen een beter overzicht over hun gereedschapskist)
- Bundel met contextopgaven naast de methode

De meeste docenten (6 van 7) zijn op verschillende manieren bezig om de leerlingen het horizontaal mathematiseren aan te leren buiten de methode. De werkwijze voor het aanleren van horizontaal mathematiseren verschilt per docent:

- Leesvaardigheid aanpakken
- Probleemaanpak in de onderbouw
- Combineren van hoofdstukken in de onderbouw
- Meer klassikaal aandacht aan besteden (expliciet)
- Na Pasen aandacht voor wiskunde A en B, zodat de leerlingen weten wat ze kunnen verwachten in de bovenbouw.



## ERVARINGEN VAN LEERLINGEN

---

Om de ervaringen van de leerlingen te peilen, werd een aantal leerlingen geïnterviewd. De interviewvragen voor de leerlingen zijn te vinden in bijlage 5. Na een succesvol pilotinterview zijn er 8 leerlingen geïnterviewd uit de bovenbouw. Een overzicht van de gecategoriseerde antwoorden van de leerlingen met frequenties vindt u in bijlage 7.

Van deze leerlingen waren de meeste (6 van 8) zonder andere richting of zitten blijven in hun huidige leerjaar terecht gekomen. Vijf van deze leerlingen zitten in VWO 4. Drie leerlingen zijn bezig met hun havo 5 examenjaar. Al deze leerlingen volgen het wiskunde A programma. Voor verdere achtergrondinformatie over de geïnterviewde leerlingen verwijzen we naar bijlage 3.

Voor alle leerlingen geldt dat zij noch een hekel hebben aan wiskunde, noch er veel plezier aan beleven. Qua motivatie is er wel verschil: De helft (4 van 8) heeft geen motivatie voor het vak. Een kleine minderheid (3 van 8) is gedeeltelijk gemotiveerd, waarvan 2 goede cijfers als motivatie hebben. Eén leerling noemt de vervolgopleiding als duidelijke motivatie.

Alle 8 leerlingen komen verhaaltjessommen tegen in zowel boeken, lessen als in toetsen. Het is hen ook allemaal duidelijk wat er met horizontaal mathematiseren bedoeld wordt in relatie tot deze verhaaltjessommen.

In de onderbouw zijn alle 8 ook verhaaltjessommen tegen gekomen, waarbij de helft (4 van 8) aangeeft dat het wel minder was. Daarbij wordt door 3 personen opgemerkt dat ze nu in de bovenbouw moeilijker en langer zijn.

De helft (4 van 8) vindt deze verhaaltjessommen leuk en de anderen niet. Vier leerlingen vinden deze opgaven nuttig, 2 van de 8 zien het nut van verhaaltjessommen totaal niet.

Een kleine minderheid (3 van 8) vindt dat verhaaltjessommen aansluiten bij hun leefwereld. De anderen vinden van niet. Opvallend is dat de drie respondenten die positief antwoorden op deze vraag allen van dezelfde school komen. Het is door ons niet te duiden hoe dit komt.

Het maken van verhaaltjessommen gaat de helft (4 van 8) goed af. De andere helft (4 van 8) vindt het af en toe moeilijk. Van deze vier geven drie personen aan dat het per opgave verschilt. Eén wijdt het aan de hoeveelheid concentratie die nodig is om de informatie te bevatten.

Welke aanpak wordt er door deze leerlingen gebruikt? Een kwart (2 van 8) kan geen aanpak benoemen. Eén leerling daarentegen heeft een hele duidelijk methode voor probleemaanpak, die hij tot in detail kan geven. De helft (4 van 8) geeft aan dat ze eerst de opgave doorlezen. Onderstrepen of opschrijven van belangrijke informatie wordt door de

helpt aangegeven (4 van 8). Ook is er een leerling die alles in het hoofd doet: gegevens onthouden en methode bedenken.

Een kleine meerderheid (5 van 8) geeft aan dat ze het lastigste vinden de juiste informatie te filteren. Een leerling formuleerde het als volgt: "Het is lastig om kritisch de juiste gegevens te pakken. Ook wil ik weleens vergeten het antwoord naar de vraag terug te vertalen. Ik vind het meestal niet moeilijk de juiste wiskundige techniek te kiezen." Problemen met terugvertalen en het kiezen van juiste wiskundige techniek worden allebei maar een keer aangegeven.

Het verschil tussen onder- en bovenbouw zit volgens de meerderheid (5 van 8) in het niveau van de vragen. Ook vinden vier van deze vijf het een stuk complexer. De meesten (6 van 8) hebben in de onderbouw niet geleerd om met verhaaltjes om te gaan. De twee die er wel iets al mee gedaan hebben in de onderbouw geven aan dat de docent daar verantwoordelijk voor was. Van de zes die dit niet geleerd hebben in de onderbouw geven twee aan dat ze het ook niet nodig vonden. Twee hadden in de onderbouw wel graag iets op het gebied van horizontaal mathematiseren geleerd.

De helft (4 van 8) geeft aan dat hen het omgaan met verhaaltjessommen in de bovenbouw is geleerd. Waarbij twee keer expliciet probleemaanpak genoemd wordt. De andere helft heeft het dus niet expliciet geleerd, waarvan één het wel graag zou willen. De andere drie zijn van mening dat het door oefenen wel goed komt.

Twee leerlingen hebben nog aanbevelingen:

- Maak aan het eind van de derde de opgaven complexer met nog wel een duidelijke techniek
- Maak verhaaltjes met voorbeelden van klasgenoten

---

## CONCLUSIE/DISCUSSIE

---

---

### ERVARING DOCENTEN

---

Docenten zijn van mening dat de stap tussen onderbouw en bovenbouw groot is op het gebied van horizontaal mathematiseren.

Ondanks dat de meningen en aanpakken van de docenten verschillen, leeft het wel op de scholen. Er worden verschillende oplossingen aangedragen en de meeste docenten zijn al bezig om de situatie te verbeteren.

---

### ERVARING LEERLINGEN

---

Leerlingen geven aan dat ze een probleem hebben met informatie filteren. Ze ervaren niet echt een leerlijn van onder- naar bovenbouw. Hier en daar is er behoefte aan een leerlijn vanuit de onderbouw. Maar hoofdzakelijk

kunnen we concluderen dat de leerlingen geen aansluitingsprobleem ervaren.

In de literatuur verwacht men problemen met begrijpend lezen. Dit geven leerlingen echter niet aan als probleem bij het horizontaal mathematiseren.

---

### ERVARINGEN IN LIJN?

---

Uit het bovenstaande kunnen we afleiden dat er een discrepantie is tussen de ervaring van de docenten en van leerlingen. De docent ervaart een aansluitingsprobleem. De leerling is zich daar niet van bewust.

We benadrukken dat de conclusies gebaseerd zijn op een kleine steekproef. We hebben de leerlingen niet expliciet gevraagd of met name begrijpend lezen voor problemen zorgt bij horizontaal mathematiseren, terwijl een antwoord hierop wel van belang is voor het verbeteren van de situatie met betrekking tot horizontaal mathematiseren.

---

### ADVIES

---

Het zou goed zijn al er een leerlijn wordt ontwikkeld met betrekking tot horizontaal mathematiseren. Hier voor zijn enkele argumenten te geven.

Ten eerste geven de docenten aan dat er op dit gebied nog veel te verbeteren valt.

Ten tweede is duidelijk dat leerlingen op dit moment in de bovenbouw, hoewel ze zich meestal wel redden, niet zijn toegerust om structureel bezig te zijn met horizontaal mathematiseren.

Ten derde wordt horizontaal mathematiseren gezien als een belangrijke vaardigheid voor in de maatschappij en zal dan ook terug blijven komen in het examenprogramma.

Een mogelijke leerlijn kan er als volgt uitzien:

- In alle leerjaren van de onderbouw aandacht schenken aan probleemaanpak
- Veel klassikale aandacht voor horizontaal mathematiseren
- Aandacht voor leesvaardigheid, met name begrijpend lezen
- Ontdekkender de technieken aanleren, zodat leerlingen een beter overzicht over hun gereedschapskist krijgen
- Context van de opgaven langzaam opbouwen: kort/lang en simpel/complex
- Context van de wiskundige problemen zijn voldoende authentiek en sluiten aan op de leefwereld van de leerlingen
- Aandacht voor het valideren van je uitkomst

Wij merken op dat er meer onderzoek nodig is voor het ontwikkelen van een goede leerlijn met betrekking tot horizontaal mathematiseren.

## VERVOLG ONDERZOEK

---

De conclusies zijn gebaseerd op een kleine steekproef. Het is nu interessant om te kijken in hoeverre dit probleem te kwantificeren is over een veel grotere groep respondenten. Dit kan door een enquête op te stellen en deze onder een grote groep leerlingen af te laten nemen. De belangrijkste vraag is of leerlingen moeite hebben met horizontaal mathematiseren. Zo ja, dan is een belangrijke vraag waar leerlingen moeite mee hebben als het gaat om horizontaal mathematiseren. Hebben leerlingen bijvoorbeeld moeite met het begrijpend lezen, met het filteren van informatie of is er een ander probleem? Ook kunnen meer docenten geïnterviewd worden met de specifieke vraag waar leerlingen moeite mee hebben bij horizontaal mathematiseren. Als dit helder is, dan kan er ook echt nagedacht worden over een goede aanpak voor het aanleren van horizontaal mathematiseren.

Een onderzoek dat hier mooi op aansluit heeft betrekking op een aparte leerlijn voor horizontaal mathematiseren. Mogelijke vragen die hierbij gesteld kunnen worden zijn:

- Gaat een leerlijn bijdragen tot een betere vaardigheid bij leerlingen in horizontaal mathematiseren?
- Hoe moet deze leerlijn er precies gaan uitzien?
- Welke concepten moeten de leerling voor de bovenbouw worden bijgebracht om succesvol te zijn in het horizontaal mathematiseren?

Nadat deze vragen beantwoord zijn, kan er een leerlijn worden ontwikkeld. In ons advies staat hiervoor een suggestie.

Niet alleen wiskunde wordt taliger, maar ook in andere bètavakken komt steeds meer taal voor. Het onderzoek kan dus breder getrokken worden, want horizontaal mathematiseren is ook een vaardigheid die nodig is om contextopgaven te maken bij andere bètavakken. Het enige verschil is dat daar andere vakkennis vereist is. Met behulp van docenteninterviews kan worden nagedacht over een overkoepelende aanpak voor het vertalen van een contextopgave die bij ieder vak gebruikt kan worden. Het voordeel van een gezamenlijke aanpak is dat de leerlingen steeds dezelfde aanpak gebruiken en hierdoor mogelijk eerder het licht zien met betrekking tot het vertalen van een contextopgave.

*Drs. Teun van de Krol, Noani Meijboom MSc en Casper Zelissen MSc zijn docent-in-opleiding voor het schoolvak wiskunde aan het IVLOS te Utrecht. In het kader van hun opleiding tot eerste-gradsdocent verrichtten zij een onderzoek naar de aansluiting tussen onder- en bovenbouw met betrekking tot horizontaal mathematiseren. De resultaten van dit praktijkgericht onderzoek (pgo) en de aanbevelingen die zij naar aanleiding hiervan doen, vormen de basis van bovenstaand artikel.*

## LITERATUURLIJST

---

Baarda, B. (2009). *Dit is onderzoek!-Handleiding voor kwantitatief en kwalitatief onderzoek.*

Doorman, M. en Gravemeijer, K. (1999). *Modelleren als organiserende activiteit in het wiskundeonderwijs.* Tijdschrift voor didactiek der  $\beta$ -wetenschappen 16(1), 38-55.

Eerde, D. van, Hajer, M., Koole, T. en Prenger, J. (2002). *Betekenisconstructie in de wiskundeles. De samenhang tussen interactief wiskunde- en taalonderwijs.* Pedagogiek 22(2), 134-147.

Freudenthal, H. (1991). *Revisiting Mathematics Education, China Lectures,* 41-42, 101.

Gravemeijer, K. (2005). *Revisiting "Mathematics education revisited".* Freudenthal 100, 106-113.

Heege, J. ter (2008). *Wat is realistisch rekenonderwijs? Een voordracht van Koeno Gravemeijer.* Panama-Post 27(3/4), 3-7.

Prenger, J. (2005). *Taal telt! Een onderzoek naar de rol van taalvaardigheid en tekstbegrip in realistisch wiskundeonderwijs.* Proefschrift, Universiteit Groningen.

## BIJLAGEN

### BIJLAGE 1: ACHTERGRONDINFORMATIE SCHOLEN

<b>school</b>	<b>schoolsoort</b>
1	Protestants Christelijke school HAVO, VWO, GYMNASIUM 860 leerlingen De school staat in een stad en de meeste leerlingen hebben Nederlands als moedertaal.
2	Protestant Christelijke school HAVO, VWO, GYMNASIUM 1400 leerlingen De school staat in een stad en fungeert als regio-school. De meeste leerlingen hebben Nederlands als moedertaal.
3	Katholieke school HAVO, VWO, TWEETALIG VWO, GYMNASIUM 1800 leerlingen De school staat in een stad en de meeste leerlingen hebben Nederlands als moedertaal.

### BIJLAGE 2: ACHTERGRONDINFORMATIE DOCENTEN

<b>docent</b>	<b>ervaring</b>
1	32 jaar leservaring in alle richtingen
2	5 jaar leservaring, alle richtingen, behalve examenklassen
3	31 jaar leservaring (ook in MBO), nu VMBO 2/3 en HAVO 3/4/5 (zowel wiskunde A als B)
4	38 jaar leservaring (ook tijd directeur geweest), nu VWO 3 en HAVO 2/3/4/5 (alleen wiskunde A)
5	12,5 jaar leservaring, eerst onderbouw, nu alleen bovenbouw
6	24 jaar leservaring, eerst alleen onderbouw, nu ook HAVO 4 (wiskunde A)
7	Ruim 6 jaar leservaring, altijd onderbouw, laatste 4 jaar ook bovenbouw: 4VWO, 4HAVO (zowel wiskunde A als B)

### BIJLAGE 3: ACHTERGRONDINFORMATIE LEERLINGEN

---

leerling	richting	cijfer	blijven zitten ja/nee
1	HAVO 5	6	Nee
2	VWO 4	7	Nee
3	VWO 4	7,5	Nee
4	VWO 4	7	Nee
5	VWO 4	7,5	Nee
6	VWO 4	6	Nee
7	HAVO 5	6	Ja
8	HAVO 5	7	Ja

### BIJLAGE 4: INTERVIEWVRAGEN DOCENTEN

---

#### **Inleiding**

Ik ben samen met twee medestudenten bezig met een praktijk gericht onderzoek voor onze studie. Ons onderzoek gaat over de aansluiting van onderbouw naar bovenbouw met betrekking tot horizontaal mathematiseren in het wiskundeonderwijs bij havo en vwo. Horizontaal mathematiseren is een realistisch probleem vertalen naar een wiskundig probleem dat leerlingen kunnen oplossen.

Ons onderzoek zal in de komende maanden uitgevoerd worden. Wij zullen er een artikel over schrijven en eind november presenteren op de universiteit. Uw interview zal vertrouwelijk worden behandeld en anoniem verwerkt worden. (Heeft u er bezwaar tegen als het interview wordt opgenomen?).

#### **Achtergrond docent**

- Intro, vragen naar achtergrond docent (hoe lang docent, welke klassen geeft u nu les en welke klassen vorig jaar, etc.)

#### **Horizontaal mathematiseren**

- Vindt u horizontaal mathematiseren een belangrijke vaardigheid die leerlingen moeten leren?

- Voor alle leerlingen (ABCD, toekomstplannen) of beperkte groep?
  - Waarom wel? (Algemene ontwikkeling? Nodig voor later? Overige redenen?)
  - Waarom niet? (Niet nodig in later leven? Overige redenen?)
- Op welke manieren wordt deze vaardigheid de leerlingen aangeleerd (door u)?
  - Stof in boeken?
  - Proefwerken, examens?
  - Eigen inbreng docent?
  - Bij andere vakken?
  - In welke leerjaren?
- Ziet u een duidelijk verschil in wat er van leerlingen wordt gevraagd op het gebied van h.m. tussen onderbouw en bovenbouw?
  - Bij alle richtingen (ABCD)?
  - Waar zit hem dat verschil (boeken, examens/proefwerken, andere vakken etc.)?
- Vindt u dat bovenbouwleerlingen deze vaardigheid voldoende beheersen om op een redelijke manier het bovenbouwprogramma te volgen (m.a.w. is er een probleem)?
  - Bij alle richtingen (ABCD)?
  - Zo ja, hoe komt dat? (voldoende getraind? weinig vaardigheid nodig?)
  - Zo nee, hoe komt dat? (te weinig getraind? Gewoon lastig onderdeel? Plotselinge toename in bovenbouw (zie vorige vraag)?
- Hoe denkt u dat (indien nodig) de situatie op dit gebied zou kunnen worden verbeterd?
  - Andere methode, inhoud boek?
  - Inhoud lessen, andere opgaven?
  - Meer lessen? Extra trainingen?
  - Vakdidactische opmerkingen?
  - Overig
- Wat gebeurt er op dit moment op uw school om de situatie op dit gebied te verbeteren?
  - Niets
  - Iets, heeft dit effect?
  - Geen effect, hoe komt dat?

Bedankt voor het interview. De resultaten zullen eind november bekend zijn en als er interesse is, kan ik ter zijner tijd de resultaten aan u kenbaar maken. Heeft u nog vragen of opmerkingen?



### **Introductie**

Ik ben samen met twee medestudenten bezig met een praktisch gericht onderzoek voor onze studie. Ons onderzoek gaat over de aansluiting van onderbouw naar bovenbouw met betrekking tot verhaaltjesopgaven. Het vertalen van zo'n verhaaltje naar de benodigde wiskundige technieken heet horizontaal mathematiseren. We zullen straks nog wat voorbeelden bekijken om het allemaal nog wat duidelijker te maken.

Wij hebben eerst een aantal docenten hierover geïnterviewd, en nu zijn we bezig ook leerlingen om hun mening te vragen. Wij zullen er een artikel over schrijven en eind november presenteren op de universiteit. Dit interview zal vertrouwelijk worden behandeld en anoniem verwerkt worden. Heb je er bezwaar tegen als het interview wordt opgenomen? Is tot zover alles duidelijk?

### **Wat is horizontaal mathematiseren?**

[Aan de hand van voorbeeldopgaven duidelijk maken waar het over gaat].  
Alles duidelijk?

### **Achtergrond leerling**

- Welke klas? HAVO/VWO? Wiskunde A/B? Voortraject (bv. blijven zitten?).
- Goed in wiskunde (cijfer?)? Plezier in wiskunde? Motivatie (vervolgopleiding)?

### **Ervaring met verhaaltjessommen**

- Kom je ze regelmatig tegen?
  - In boeken? lessen? Toetsen?
  - Op dit moment? In de onderbouw?
- Wat vind je van dit soort opgaven?
  - Leuk ja/nee? Waarom?
  - Nuttig ja/nee? Waarom?
  - Sluit aan bij leefwereld ja/nee? Waarom?

### **Moeilijk?**

- Hoe gaat het maken van de verhaaltjessommen?
  - Ik vind het moeilijk: meer moeite dan met 'normale' sommen?
  - Waar zit de moeilijkheid?
    - Taal?
    - Filteren van informatie?
    - Goede wiskundige techniek kiezen?

- De wiskundige stappen?
- De terugvertaling van je wiskundige oplossing naar de context van het verhaaltje?
- Ik ben er goed in / heb er geen moeite mee:
  - Hoe pak je een verhaaltjessom aan, gebruik je een bepaalde aanpak?
  - Krijg je bijles?

### **Aansluiting onderbouw-bovenbouw**

- Heb je een duidelijk verschil gemerkt tussen wat er in de onderbouw en in de bovenbouw van je gevraagd wordt op dit gebied?
  - Waar zit dat verschil?
    - Hoeveelheid verhaaltjessommen?
    - Lengte van verhaaltjessommen?
    - Niveau van verhaaltjessommen?
    - In boeken? toetsen? lessen?
- Heb je in de onderbouw geleerd hoe je met verhaaltjes kan omgaan?
  - Zo ja, hoe dan? (in boeken, lessen, training?)
  - Zo nee, had je dat graag gewild (op welke manier?), was dat nuttig geweest?
- Heb je (tot nu toe) in de bovenbouw geleerd hoe je met verhaaltjes kan omgaan?
  - Zo ja, hoe dan? (in boeken, lessen, training?)
  - Zo nee, vind je dat dat nog moet komen? Op welke manier?

### **Ideeën**

- Heb je nog ideeën hoe de situatie verbeterd zou kunnen worden?
- Heb je nog andere opmerkingen of vragen?

**Vind u horizontaal mathematiseren een belangrijke vaardigheid die leerlingen moeten leren?**

- Ja, niet beperkt ABCD
  - Algemene ontwikkeling (57%)
  - Nodig voor later (29%)
  - Overig (0%)
- Ja, beperkt ABCD
  - Algemene ontwikkeling (14%)
  - Nodig voor later (14%)
  - Overig (14%)
- Nee (14%)

**Op welke manieren wordt deze vaardigheid de leerlingen aangeleerd door u?**

- Ja
  - Methode/boek (100%)
  - Eigen inbreng docent (86%)
  - Andere vakken (14%)
  - Overig (14%)
- Nee (0%)

**Ziet u een duidelijk verschil in wat er van leerlingen wordt gevraagd op het gebied van horizontaal mathematiseren tussen onderbouw en bovenbouw?**

- Ja
  - Methode/boek (100%)
  - Examens/proefwerken (29%)
  - Andere vakken (0%)
  - Overig (100%)
- Nee (0%)

**Vind u dat bovenbouwleerlingen deze vaardigheid voldoende beheersen om op een redelijke manier het bovenbouwprogramma te volgen?**

- Ja (29%)
- Nee
  - Te weinig oefening/geen leerlijn (29%)
  - Gewoon lastig (43%)
  - Overig (71%)

**Hoe denkt u dat de situatie op dit gebied zou kunnen worden verbeterd (indien nodig)?**

- Extra training/meer aandacht op school (71%)
- Andere methode/boek (0%)
- Wijziging in methode (57%)
- Inhoud les (14%)
- Overig (57%)

**Wat gebeurt er op dit moment op uw school om de situatie op dit gebied te verbeteren?**

- Niets (14%)
- Bezinnend stadium (57%)
- Actie met effect (29%)
- Actie zonder effect (0%)
- Overig (0%)

## BIJLAGE 7: CATEGORIEËN EN RESULTATEN LEERLINGINTERVIEWS

---

### Welke klas?

- HAVO 4 (0%)
- HAVO 5 (37,5%)
- VWO 4 (62,5%)
- VWO 5 (0%)

**Cijfer wiskunde:** zie bijlage 3

### Blijven zitten?

- Ja (25%)
- Nee (75%)

### Plezier in Wiskunde?

- Ja (0%)
- Gedeeltelijk (100%)
- Nee (0%)

### Motivatie?

- Veel (12,5%)
- Gedeeltelijk (37,5%)
- Geen (50%)

### Ervaring verhaaltjessommen in

- Boek
  - Ja (100%)
  - Nee (0%)
- Lessen
  - Ja (100%)
  - Nee (0%)
- Toetsen
  - Ja (100%)
  - Nee (0%)

### Wat vind je dit soort opgaven?

- Leuk
  - Ja (50%)
  - Nee (50%)
- Nuttig
  - Ja (50%)
  - Nee (25%)
  - Geen antwoord (25%)

### Sluit aan bij leefwereld?

- Ja (37,5%)
- Nee (62,5%)

### Hoe gaat het maken van een verhaaltjessommen?

- Goed (50%)

- Redelijk (50%)
- Slecht (0%)

**Heb je een bepaalde aanpak?**

- Ja (75%)
- Nee (25%)

**Lastig?**

- Ja (12,5%)
- Nee (12,5%)
- Geen antwoord (75%)

**Wat is er lastig?**

- Niveau (door 1 genoemd)
- Hoeveelheid (door 1 genoemd)
- Complexiteit (door niemand genoemd)
- Filteren informatie (door 5 genoemd)
- Techniek kiezen (door 1 genoemd)
- Terugvertalen (door 1 genoemd)

**Wat is het verschil tussen boven en onderbouw?**

- Niveau (door 6 genoemd)
- Hoeveelheid (door 1 genoemd)
- Complexiteit (door 5 genoemd)
- Filteren informatie (door niemand genoemd)
- Techniek kiezen (door 1 genoemd)
- Terugvertalen (door niemand genoemd)

**Heb je in de onderbouw geleerd met verhaaltjessommen om te gaan?**

- Ja (25%)
- Nee (75%)

**Heb je in de bovenbouw geleerd met verhaaltjessommen om te gaan?**

- Ja (50%)
- Nee (50%)