

Mentale representaties bij drie aanbiedingsvormen van hoeveelheden

Een onderzoek bij leerlingen in groep 4 en 7 in het reguliere basisonderwijs

Marieke Zwols, MSc

0450863

Juni 2010

Universiteit Utrecht

Masterthesis Orthopedagogiek

Eerste beoordelaar: mw. I. van den Bos, MSc

Tweede beoordelaar: mw. dr. E.H. Kroesbergen

ABSTRACT

In this research, estimation of children in Dutch primary education was examined. According to the multiple representations hypothesis, both children and adults have and use multiple representations of numbers. The shape of these representations can be logarithmic or linear. As children become older and have more mathematics experience, they are more likely to choose a linear representation. According to the triple code model numbers can be mentally presented in a visual, a verbal or an analogue manner. The aim of this research was to examine whether mental representations have the same degree of logarithmic and linear explained variance when quantities are presented in the three different ways according to the triple code model; by Arabic numbers, verbal numbers and visual dots. For both grade 2 ('groep 4', N=34) and grade 5 ('groep 7', N=41) it appeared that participants do not process numbers in the same way, as was expected. For both grades the degree of linear explained variance per way of presenting numbers differed significantly. For grade 7 the degree of logarithmic explained variance also differed per way of presenting numbers. The second research question related to the use of linear representations. Just as expected older children appeared to generate more linearly shaped representations than younger children, irrespective of the way the numbers were presented.

Keywords: mathematics, mental number line, estimation, representation, logarithmic, linear, triple-code model

THEORETISCH KADER

Schatten is een fundamentele vaardigheid die frequent vereist is om problemen in diverse situaties op te lossen (Ebersbach, Luwel, Frick, Onghena & Verschaffel, 2008; Siegler & Booth, 2004). Hierbij gaat het om uiteenlopende problemen, waarbij sommige kennis van meeteenheden vereisen, zoals bij het schatten van een afstand of bedrag. Andere problemen vereisen bijvoorbeeld voorkennis van de eigenschappen van hetgeen dat wordt geschat, bijvoorbeeld bij het schatten van een inwoneraantal (Siegler & Booth, 2004). Booth en Siegler (2006) en Siegler en Booth (2004) geven aan dat wanneer iemand gebrek heeft aan tijd, middelen en/of motivatie om de precieze waarden te berekenen, schatten een uitkomst kan bieden.

Schatten lijkt een reflectie te zijn van interne representaties van getallen op een mentale getallenlijn (Siegler & Booth, 2004). Op deze getallenlijn worden getallen of hoeveelheden van links naar rechts geordend; kleinere hoeveelheden staan aan de linkerkant van de lijn en grotere getallen aan de rechterkant (Hevia & Spelke, 2009; Schneider, Grabner & Paetsch, 2009; Moeller, Pixner, Kaufmann & Nuerk, 2009; Laski & Siegler, 2007). Er bestaan verschillende theorieën over de vorm van representaties en de hoeveelheid representaties waarover mensen beschikken. Toonaangevend is de 'multiple

representations hypothesis', waarbij zowel kinderen als volwassenen meerdere representaties van getallen kennen en gebruiken (Siegler & Booth, 2004; Siegler & Opfer, 2003). Deze representaties kunnen zowel logaritmisch als lineair van vorm zijn. Al vanaf jonge leeftijd zijn kinderen in staat tot het gebruik van *logaritmische* representaties (Moeller et al., 2009; Dehaene, Izard, Spelke & Pica, 2008). Bij deze representatievorm nemen waargenomen afstanden tussen nabijgelegen getallen op een mentale getallenlijn af naarmate getallen groter worden. De afstand tussen acht en tien wordt bijvoorbeeld als groter ervaren dan de afstand tussen vijftig en tweeënvijftig. Het schatten door oudere kinderen wordt daarentegen het beste weergegeven door een *lineaire* representatievorm: de waarde van getallen wordt minder belangrijk en waargenomen afstanden tussen getallen worden meer gelijk (Moeller et al., 2009).

Ervaringen met het formele, numerieke systeem bij het tellen en rekenen leiden ertoe dat kinderen meer lineaire representaties ontwikkelen (Ebersbach et al., 2008; Opfler & Siegler, 2007; Siegler & Booth, 2004). Deze representatievorm is volgens Siegler en Booth (2006) fundamenteel voor het begrijpen van rekenkunde, algebra, decimalennotatie en andere aspecten van rekenen. Opfer en Siegler (2007) geven aan dat kinderen tijdens hun ontwikkeling informatie tegenkomen die niet congruent is met hun logaritmische representaties van getallen. Indien kinderen al lineaire representaties toepassen in sommige contexten, bijvoorbeeld bij een laag getalbereik, kunnen dergelijke ervaringen ertoe leiden dat ze analogieën zien tussen de verschillende contexten. Op deze manier breiden ze hun lineaire representaties uit naar getallen waarbij ze voorheen nog een logaritmische representatie gebruikten.

Logaritmische en lineaire representaties bestaan naast elkaar en contextvariabelen hebben invloed op de representatie die wordt gekozen in een bepaalde situatie (Siegler & Booth, 2004; Siegler & Opfer, 2003). Naarmate kinderen ouder worden en meer numerieke ervaring hebben, zijn ze beter in staat een meer geschikte representatie te kiezen voor de betreffende situatie (Siegler & Booth, 2004). Siegler en Opfer (2003) geven bovendien aan dat kinderen steeds meer vertrouwen op formeel geschikte, lineaire representaties in plaats van op intuïtieve, logaritmische representaties. Er vindt dus een progressie plaats van het gebruik van logaritmische naar lineaire representaties (Booth & Siegler, 2006).

Uit het onderzoek van Siegler en Opfer (2003) bleek dat bijna alle leerlingen in de second grade (groep 4) vertrouwden op een logaritmische representatie wanneer ze een getal moesten plaatsen op een getallenlijn van 0 tot 1000. Leerlingen in de sixth grade (groep 8) gebruikten daarentegen vaker een lineaire representatie. Wanneer de taak echter bestond uit het plaatsen van een getal op een getallenlijn van 0 tot 100, bleek bijna de helft van de leerlingen in de second grade in staat een lineaire representatie te genereren (Booth en Siegler, 2006). De verklaring die hiervoor gegeven kan worden, is dat deze leerlingen meer in aanraking zijn gekomen met de getallenlijn van 0 tot 100 dan met het bereik tot 1000.

Naast ervaring blijkt ook de inhoud van de taak van invloed te zijn op de representatiekeuze. Bij het plaatsen van een getal op een getallenlijn genereerden veel minder leerlingen een lineaire representatie dan bij het noemen van een getal behorende bij een streepje op een getallenlijn. De representaties die leerlingen gebruiken variëren dus niet alleen naar leeftijd, ervaring en context, maar ook naar de inhoud van de taak (Siegler & Booth, 2004; Siegler & Opfer, 2003).

Booth en Siegler (2006) geven aan dat kinderen die vaardig zijn in schatten meer conceptueel begrip van rekenen, betere tel- en rekenvaardigheden en een grotere capaciteit van het werkgeheugen hebben dan kinderen die minder goed kunnen schatten. Daarnaast correleert schatten positief met rekenprestaties en specifieke numerieke processen, zoals het vergelijken van getallen en hoeveelheden. Uit onderzoek naar de ontwikkeling van schattingsvaardigheden komt echter naar voren dat jonge kinderen niet erg vaardig zijn in schatten (Opfler & Siegler, 2007). Derhalve dient binnen het rekenonderwijs voldoende aandacht besteed te worden aan het ontwikkelen en verbeteren van schattingsvaardigheden.

In het Nederlandse reguliere basisonderwijs is schattend tellen en rekenen een van de kerndoelen van rekenen/wiskunde voor het primair onderwijs (Ministerie van Onderwijs, Cultuur en Wetenschap, 2006). Noteboom (2009) geeft aan dat leerlingen aan het einde van de basisschool getallen tot ongeveer tienduizend globaal en precies moeten kunnen plaatsen op een getallenlijn. Ruijsenaars, Van Luit en Van Lieshout (2004) zijn specifiek; de auteurs geven aan dat schattend rekenen tot en met groep 4 gaat om het op het oog inschatten van grootheden en hoeveelheden. Bovendien worden leerlingen in groep 4 in staat geacht getallen tot 100 te positioneren op een lege getallenlijn. De basis voor echt schattend rekenen en tellen wordt volgens Ruijsenaars, Van Luit en Van Lieshout gelegd in groep 5 en 6. In deze groepen leren leerlingen in het gebied tot 1000 te opereren. Het gaat daarbij om 'ongeveer'-rekenen met ronde getallen, waarbij gebruik gemaakt wordt van bekende getalrelaties en rekeneigenschappen.

Naast de logaritmische of lineaire vorm van mentale representaties kan ook worden stilgestaan bij de getallen in de representaties. Bij het mentaal representeren van getallen spreekt Dehaene (2001) van een 'triple-code model'. In dit model wordt verondersteld dat er drie categorieën van mentale representaties zijn, waarin getallen gemanipuleerd kunnen worden in de hersenen. Ten eerste is er de *visuele* code, waarin getallen gerepresenteerd worden volgens het Arabische numerieke systeem. De input bestaat uit het lezen van de Arabische cijfers en de output bestaat uit het schrijven van deze cijfers, zoals het getal '52'. De visuele code wordt gebruikt bij meercijferige bewerkingen en het bepalen van de pariteit van een getal. Ten tweede is er de *auditieve verbale* code: getallen worden gerepresenteerd als een syntactisch georganiseerde volgorde. Het getal '52' bestaat bijvoorbeeld uit 'tientallen [5] eenheden [2]'. Met deze code is het mogelijk hardop te tellen en optel- en vermenigvuldigingstabellen te

maken. Zowel de input als de output kan auditief of geschreven zijn. De visuele en auditieve codes bevatten echter geen semantische informatie. De betekenis van getallen wordt gerepresenteerd in de *analoge* code. In deze code wordt een gegeven getal geassocieerd met een bepaalde hoeveelheid of sterkte en kan het in relatie worden gebracht met andere numerieke kwantiteiten. Met deze code is het mogelijk om te vergelijken, schatten en berekenen bij benadering. Daarnaast is er sprake van directe getalherkenning (Dehaene & Cohen, 1995).

De code waarin de getallen aangeboden worden, is bepalend voor de eerste representatiecode die opgeroepen wordt (Dehaene & Cohen, 1995). Een van de veronderstellingen die hoort bij het 'triple-code model' is dat omzettingprocedures het mogelijk maken om informatie direct te vertalen van de ene code in de andere code (Dehaene, 2001). Wanneer leerlingen een visuele of verbale code aangeboden krijgen en deze moeten plaatsen op een getallenlijn, vindt waarschijnlijk een snelle wisseling plaats van de visuele of verbale code naar de analoge code om de positie van het getal ten opzichte van andere getallen te bepalen. Vanuit wetenschappelijk oogpunt is het interessant, en daarnaast ook uniek, om te onderzoeken of deze veronderstelling weergegeven wordt door onderling gelijke logaritmische en lineaire representatievormen. Statistisch gezien houdt dit in dat de mate van logaritmisch en lineair verklaarde variantie niet significant van elkaar verschilt. Dit leidt tot de eerste vraagstelling van dit onderzoek: hebben mentale representaties dezelfde mate van logaritmisch en lineair verklaarde variantie wanneer hoeveelheden in een verbale, visuele of analoge code aangeboden worden?

Verwacht wordt dat wanneer de verbale of visuele code aangeboden wordt, er een snelle omzetting plaatsvindt naar de analoge code om betekenis te geven aan de getallen. Dit betekent dat de mate van logaritmisch en lineair verklaarde variantie bij de verbale en visuele aanbiedingsvorm niet significant verschilt van de mate van logaritmisch en lineair verklaarde variantie bij de analoge aanbiedingsvorm. Wanneer er vanuit de verbale en/of visuele code echter geen of weinig sprake is van omzetting naar de analoge code, resulteert dit in significante verschillen en wordt de hypothese verworpen.

Naast deze onderzoeksvraag zal vanuit wetenschappelijk oogpunt getoetst worden of leerlingen uit groep 7 inderdaad meer gebruik maken van lineaire representaties bij een getalbereik van 1 tot 100 dan leerlingen uit groep 4, zoals verondersteld op basis van het theoretisch kader. Het is nog onduidelijk of dit genoemde verschil voor zowel de verbale, de visuele als de analoge code geldt. Derhalve zal bij de analyses onderscheid gemaakt worden naar de drie codes. De hypothese wordt verworpen als er geen significant verschil in representatiegebruik is tussen beide groepen.

METHODE

Participanten

Twee reguliere basisscholen zijn benaderd en bereid gevonden om deel te nemen aan dit onderzoek. Ouders hebben vervolgens schriftelijke toestemming verleend voor de deelname van hun kind(eren) aan dit onderzoek. In totaal hebben 74 participanten deelgenomen; 34 participanten uit groep 4 (17 jongens en 17 meisjes) en 41 participanten uit groep 7 (29 jongens en 12 meisjes).

Instrumenten

Er is gebruikt gemaakt van een 'number to position task' (getallenlijntaak; Siegler & Opfler, 2003), welke is vormgegeven met behulp van het computerprogramma e-prime. De participanten uit beide groepen maakten drie taken, waarin de drie codes werden aangeboden met een getalbereik van 1 tot 100. Iedere taak bestond uit tien items; de items behorende bij de visuele en analoge code werden at random aangeboden. De verbale items werden in vaste volgorde aangeboden. De taken werden uitgevoerd op een laptop, waarbij gebruik werd gemaakt van een optische muis. Bij de taken waarbij de visuele en analoge code werden aangeboden, waren op het scherm van de laptop de hoeveelheid en de lege getallenlijn zichtbaar. Aan beide uiteinden van de getallenlijn werd het bereik van de schaal weergegeven; door middel van Arabische cijfers of stippen. Bij de verbale aanbidding was er enkel een lege getallenlijn zichtbaar. De participanten kregen als taak een met de muis te verplaatsen schuifmaat naar de plek te brengen waar de hoeveelheid thuishoort. Deze schuifmaat bevond zich telkens aan de linkerkant van de lijn. De taak waarbij de analoge code werd aangeboden, werd voor de participanten begrijpelijk gemaakt door een bekende auto uit een kinderfilm te laten zien. Vervolgens werd aan de participanten gevraagd hoever deze auto kan rijden als hij een bepaald aantal benzinedruppels krijgt.

Een getallenlijntaak is volgens Siegler en Booth (2004) een valide instrument. Ten eerste is het een relatief zuivere meting van numeriek schattingen, omdat het geen kennis van meeteenheden en entiteiten vereist. Ten tweede treft men in veel klaslokalen getallenlijnen aan en gebruiken veel leerkrachten getallenlijnen bij het aanleren van numerieke concepten.

Procedure

Er was sprake van één meetmoment, waarin de getallenlijntaken in vaste volgorde individueel werden afgenomen. De testafname duurde ongeveer vijftien minuten per participant en vond plaats in een stille ruimte binnen de school. De testleider startte de taken op en verzorgde de verbale instructies, welke gestandaardiseerd waren in een testhandleiding. In tegenstelling tot participanten uit groep 7, die zelf de muis bedienden, werd aan de participanten uit groep 4 gevraagd hun vinger op de juiste plek op het beeldscherm te leggen. De testleider bediende vervolgens de muis. Tevens gaf de testleider antwoord

op vragen van de participanten. Enkele kinderen stelden een vraag over de hoeveelheid opdrachten die ze moesten maken. Ook werd enkele keren gevraagd of de opdrachten een tijdslimiet hadden. Enkele kinderen gaven aan de instructie bij een taak niet geheel te begrijpen. Derhalve werd voor aanvang van de testopgaven extra instructie gegeven.

Analyses

Het programma SPSS 15.0 is gebruikt voor het uitvoeren van de analyses. Per participant is een curve estimation uitgevoerd. Met de verkregen waarden is een repeated measures analysis of variance uitgevoerd, waarbij de contrasten handmatig zijn ingevoerd in de syntax. Tevens is een multivariate analysis of variances (MANOVA) uitgevoerd.

RESULTATEN

Beschrijvende statistieken

Voordat de resultaten van de hierboven genoemde analyses worden vermeld, worden in Tabel 1 enkele beschrijvende statistieken weergegeven. Voor zowel groep 4 als groep 7 wordt het gemiddelde en de standaardafwijking per aanbiedingsvorm en per model weergegeven.

Tabel 1

Gemiddelde en standaardafwijking logaritmisches en lineair verklaarde variantie per aanbiedingsvorm groep 4 (N=34) en groep 7 (N=41)

Aanbiedingsvorm	Logaritmisches M (SD)		Lineair M (SD)	
	Groep 4	Groep 7	Groep 4	Groep 7
Verbaal	,796 (.140)	,856 (.057)	,897 (.128)	,978 (.025)
Visueel	,792 (.146)	,858 (.039)	,860 (.169)	,976 (.029)
Analoog	,770 (.135)	,803 (.100)	,813 (.129)	,882 (.095)

Onderzoeksvraag 1

Voor het beantwoorden van de eerste onderzoeksvraag, of mentale representaties dezelfde mate van logaritmisches en lineair verklaarde variantie hebben wanneer hoeveelheden in een verbale, visuele of analoge code aangeboden worden bij een getallenlijntaak, is een repeated measures analysis of variance uitgevoerd (zie Tabel 2 en 3). Voor groep 4 blijkt uit de analyse dat er geen sprake is van een significant verschil in de mate van logaritmisches verklaarde variantie. Bij de verbale aanbieding wijkt de mate van logaritmisches verklaarde variantie niet significant af van de mate bij de visuele en analoge

aanbieding ($F(33)=,09$, $p=.50$). Ook wanneer het de mate van logaritmisch verklaarde variantie bij de visuele aanbieding betreft, is er geen sprake van een significant verschil ten opzichte van de mate bij de verbale en analoge aanbieding ($F(33)=,48$, $p=.76$). Daarnaast verschilt de analoge aanbieding niet significant van de verbale of visuele aanbieding ($F(33)=,62$, $p=.48$).

Er is echter wel sprake van significante verschillen wanneer de mate van lineair verklaarde variantie met elkaar vergeleken wordt. De mate van lineair verklaarde variantie bij de verbale aanbieding verschilt significant van de mate bij de visuele en analoge aanbieding. De effectgrootte is gering ($F(33)=6,81$, $p=.01$, $\eta_p^2=.00$). Er is eveneens sprake van significant verschil wanneer het de analoge aanbieding betreft; de mate van lineair verklaarde variantie bij deze aanbiedingsvorm wijkt significant af van de mate bij de verbale en visuele aanbieding. Er is sprake van een grote effectgrootte ($F(33)=4,87$, $p=.03$, $\eta_p^2=.17$). De visuele aanbieding verschilt niet significant van de verbale of analoge aanbieding ($F(33)=,03$, $p=.86$). Uit de analyses van groep 4 blijken dus twee significante verschillen; specifiek gaat het daarbij om de mate van lineair verklaarde variantie bij de verbale en analoge aanbieding.

Tabel 2

Vergelijking mate van verklaarde variantie tussen aanbiedingsvormen groep 4 (N=34)

Aanbiedingsvorm	Model	df	F	Sig.	η_p^2
Verbaal versus visueel/analoog	Logaritmisch	1	,094	,496	,003
Visueel versus verbaal/analoog	Logaritmisch	1	,475	,761	,014
Analoog versus verbaal/visueel	Logaritmisch	1	,615	,438	,018
Verbaal versus visueel/analoog	Lineair	1	6,813*	,014	,001
Visueel versus verbaal/analoog	Lineair	1	,031	,861	,171
Analoog versus verbaal/visueel	Lineair	1	4,872*	,034	,129

* $p < .05$, tweezijdig.

Voor groep 7 blijken alle aanbiedingsvormen significant van elkaar te verschillen, zowel bij de mate van lineair verklaarde variantie als bij de mate van logaritmisch verklaarde variantie. Bij de verbale aanbieding wijkt de mate van logaritmisch verklaarde variantie significant af van de mate bij de visuele en analoge aanbieding ($F(39)=6,82$, $p=.03$, $\eta_p^2=.41$). Bij de visuele aanbieding verschilt de mate van logaritmisch verklaarde variantie significant van de mate bij de verbale en analoge aanbieding ($F(39)=5,02$, $p=.01$, $\eta_p^2=.43$). Ook verschilt de mate van logaritmisch verklaarde variantie bij de analoge aanbieding significant van de mate bij de verbale en visuele aanbieding ($F(39)=10,46$, $p=.00$, $\eta_p^2=.50$). Bij alle drie aanbiedingsvormen is er sprake van een grote effectgrootte.

De mate van lineair verklaarde variantie bij de verbale aanbieding verschilt significant van de mate

bij de visuele en analoge aanbieding ($F(39)=29,93$, $p=.000$, $\eta_p^2=.15$). Hiernaast verschilt de mate van lineair verklaarde variantie bij de visuele aanbieding van de mate bij de verbale en analoge aanbieding ($F(39) = 27,90$, $p=.000$, $\eta_p^2=.11$). Bij de analoge aanbieding verschilt de mate van lineair verklaarde variantie significant van de mate bij de verbale en visuele aanbieding ($F(39) = 40,21$, $p=.00$, $\eta_p^2=.21$). Er is dus wederom sprake van significante verschillen tussen alle aanbiedingsvormen. De effectgrootte is groot te noemen bij alle drie aanbiedingsvormen.

Tabel 3

Vergelijking mate van verklaarde variantie tussen aanbiedingsvormen groep 7 (N=41)

Aanbiedingsvorm	Model	df	F	Sig.	η_p^2
Verbaal versus visueel/analoog	Logaritmisch	1	6,815*	,031	,411
Visueel versus verbaal/analoog	Logaritmisch	1	5,024*	,013	,428
Analoog versus verbaal/visueel	Logaritmisch	1	10,464**	,002	,501
Verbaal versus visueel/analoog	Lineair	1	29,925***	<,001	,146
Visueel versus verbaal/analoog	Lineair	1	27,904***	<,001	,112
Analoog versus verbaal/visueel	Lineair	1	40,206***	<,001	,207

* $p<.05$, tweezijdig. ** $p<.01$, tweezijdig. *** $p<.001$, tweezijdig.

Onderzoeksvraag 2

Om te bepalen of participanten uit groep 7 meer gebruik maken van lineaire representaties bij een getalbereik van 1 tot 100 dan leerlingen uit groep 4, is een MANOVA uitgevoerd (zie Tabel 4). Wanneer de mate van lineair verklaarde variantie bij elke aanbiedingsvorm vergeleken wordt tussen groep 4 en 7, blijkt er sprake te zijn van significante verschillen ($F(3,71)=2,11$, $p<.001$). Participanten uit groep 7 hebben een hogere mate van lineair verklaarde variantie dan participanten uit groep 4. Dit geldt zowel voor de verbale aanbieding ($F(1,73)=15,66$, $p<.001$, $\eta_p^2=.18$), de visuele aanbieding ($F(1,73)=16,67$, $p=.001$, $\eta_p^2=.20$) als de analoge aanbieding ($F(1,73)=7,09$, $p=.01$, $\eta_p^2=.09$). Bij de verbale en visuele aanbieding is de effectgrootte groot, bij de analoge aanbieding is de effectgrootte middelmatig.

Tabel 4

Vergelijking mate van lineair verklaarde variantie per aanbiedingsvorm tussen groep 4 en 7 (N=75)

Aanbiedingsvorm	M		SD		df	F	Sig.	η^2
	Groep 4	Groep 7	Groep 4	Groep 7				
Verbaal	,897	,978	,128	,025	1	15,660**	<,001	,177
Visueel	,860	,976	,169	,029	1	18,670**	<,001	,204
Analoog	,813	,882	,129	,095	1	7,087*	,010	,088

* $p < .05$, tweezijdig. ** $p < .001$, tweezijdig.

CONCLUSIE

In dit onderzoek werd de vraag gesteld of mentale representaties dezelfde mate van logaritmisch en lineair verklaarde variantie hebben wanneer hoeveelheden in een verbale, visuele of analoge code aangeboden worden bij een getallenlijntaak. Verondersteld werd dat wanneer de verbale of visuele code aangeboden zou worden, er een snelle omzetting plaats zou vinden naar de analoge code om betekenis te geven aan de getallen. Dit zou moeten resulteren in een gelijke mate van logaritmisch en lineair verklaarde variantie tussen de drie codes. De resultaten wijzen echter niet eenduidig in die richting. Wanneer gekeken wordt naar de mate van logaritmisch verklaarde variantie van groep 4, is er geen sprake van significante verschillen tussen de drie aanbiedingsvormen. Dit betekent dat de hypothese voor deze groep aangenomen wordt wat betreft de mate van logaritmisch verklaarde variantie. Dit geldt echter niet voor de mate van lineair verklaarde variantie. Er is sprake van een significant verschil tussen de mate van lineair verklaarde variantie bij de verbale aanbieding en de mate bij de analoge aanbieding. Alleen bij de visuele aanbieding is er geen sprake van een significant verschil; de mate van lineair verklaarde variantie wijkt niet significant af van de verbale en analoge aanbieding. Wat betreft de mate van lineair verklaarde variantie wordt de hypothese dus verworpen.

Voor groep 7 is er uitsluitend sprake van significante verschillen, zowel bij de mate van logaritmisch verklaarde variantie als bij de mate van lineair verklaarde variantie. Bij de verbale aanbieding wijkt de mate van logaritmisch en lineair verklaarde variantie significant af van de mate bij de visuele en analoge aanbieding. Hetzelfde geldt wanneer de mate van logaritmisch en lineair verklaarde variantie bij de visuele aanbieding vergeleken worden met de mate bij de verbale en analoge aanbieding. Tevens wijkt de mate van logaritmisch en lineair verklaarde variantie bij de analoge aanbieding af van de mate bij de verbale en visuele aanbieding. De drie aanbiedingsvormen leiden dus niet tot dezelfde mate van logaritmisch en lineair verklaarde variantie. De hypothese wordt derhalve verworpen voor groep 7.

Tevens werd in dit onderzoek de vraag gesteld of participanten uit groep 7 meer gebruik maken van

lineaire representaties bij een getalbereik van 1 tot 100 dan leerlingen uit groep 4, zoals verondersteld wordt in de literatuur. In dit onderzoek is bij de analyses onderscheid gemaakt naar de verschillende codes. Geconcludeerd kan worden dat de mate van lineair verklaarde variantie significant hoger is voor participanten uit groep 7 dan uit groep 4, zowel bij de verbale, de visuele als de analoge aanbieding. De hypothese wordt derhalve aangenomen. De resultaten vormen niet alleen een bevestiging van eerdere resultaten, maar voegen eraan toe dat het verschil voor alle drie de aanbiedingsvormen geldt.

DISCUSSIE

Wetenschappelijke bijdrage

Vanuit wetenschappelijk oogpunt is het vrij uniek om de drie afzonderlijke codes binnen het kader van één onderzoek aan te bieden en vervolgens onderzoek te doen naar de mate van logaritmisch en lineair verklaarde variantie. Verwacht werd dat de mate van logaritmisch en lineair verklaarde variantie bij de verbale en visuele aanbiedingsvorm niet significant zou verschillen van de mate van logaritmisch en lineair verklaarde variantie bij de analoge aanbiedingsvorm. Verrassend genoeg bleek er wel degelijk sprake te zijn van significante verschillen, zowel voor groep 4 als groep 7.

Naarmate leerlingen ouder worden en meer ervaring hebben met rekenen neemt de mate van lineair verklaarde variantie inderdaad significant toe, hetgeen een bevestiging is van resultaten uit eerder onderzoek. Eenzelfde trend is waarneembaar wanneer het gaat om verschillen in mate van logaritmisch en lineair verklaarde variantie tussen de verbale, visuele en analoge code; ook hier lijkt toename in leeftijd en ervaring een rol te spelen. Wanneer het de mate van logaritmisch verklaarde variantie bij jongere leerlingen betreft, verschillen de codes niet significant van elkaar. Voor deze groep leerlingen is bij de mate van lineair verklaarde variantie echter al wel enig verschil merkbaar; er is sprake van twee significante verschillen. Alleen de mate van lineair verklaarde variantie bij de visuele aanbiedingsvorm verschilt niet van de mate bij de verbale en analoge aanbiedingsvorm. Uit de beschrijvende statistieken (Tabel 1) is af te leiden dat het gemiddelde van de mate van lineair verklaarde variantie bij de visuele aanbiedingsvorm zich bevindt tussen de andere twee gemiddelden. Het gemiddelde van de mate van lineair verklaarde variantie bij de analoge aanbiedingsvorm ligt hierbij telkens lager. Voor de oudere leerlingen is er enkel sprake van significante verschillen, waarbij de mate van verklaarde variantie bij de analoge aanbiedingsvorm wederom lager ligt.

Gezien het 'triple-code model' is het opvallend dat het gemiddelde bij de analoge aanbiedingsvorm bij beide groepen lager ligt dan de andere gemiddelden, terwijl dit juist de code is waarin er betekenis wordt gegeven aan getallen. Een hogere mate van abstractie bij de analoge code kan hiervoor mogelijk een verklaring bieden. Bij de verbale en visuele aanbiedingsvorm worden exacte getallen aangeboden,

die participanten direct kunnen gebruiken bij het schatten van de plaats op de getallenlijn. Ook worden de getallen aan beide uiteinden van de lijn exact weergegeven. Bij de analoge aanbiedingsvorm dient daarentegen eerst een schatting gemaakt te worden van de hoeveelheid. Vervolgens moet de plaats van deze geschatte hoeveelheid op de getallenlijn geschat worden. De uiteinden van de getallenlijn zijn echter ook vormgegeven als vrij abstracte hoeveelheden, hetgeen nog een extra denkstap oplevert. De accuratesse van de schatting van de plaats van de hoeveelheid op de getallenlijn lijkt ten koste te gaan door deze extra denkstappen, hetgeen zichtbaar is in een mindere mate van lineair verklaarde variantie.

Verder blijkt uit dit onderzoek dat er inderdaad een toename is in de mate waarin leerlingen lineaire representaties genereren naarmate zij ouder worden en meer ervaring hebben. De mate van lineair verklaarde variantie is voor participanten uit groep 7 significant hoger dan voor participanten uit groep 4, zowel bij de verbale, de visuele als de analoge aanbieding. Dit betekent dat de bestaande theoretische kennis omtrent dit onderwerp bevestigd wordt voor leerlingen in het Nederlandse basisonderwijs.

Maatschappelijke bijdrage

Dit onderzoek heeft een bijdrage geleverd aan de ontwikkeling van een vollediger beeld van de manier waarop leerlingen in het basisonderwijs hoeveelheden mentaal verwerken. Meer theoretische kennis omtrent dit onderwerp leidt tot verfijning van rekenmethoden en aanwijzingen ter verbetering van de didactische aanbiedingswijze van rekenstof door de leerkracht. Dit zou moeten resulteren in het behalen van betere rekenprestaties door leerlingen, hetgeen maatschappelijk wensbaar is.

Vervolgonderzoek

Het mentaal verwerken van aangeboden hoeveelheden blijkt dus niet op dezelfde manier te verlopen. Zowel bij groep 4 als groep 7 liggen de gemiddelden van de mate van logaritmisch en lineair verklaarde variantie bij de analoge aanbiedingswijze lager dan de andere gemiddelden. Zoals hiervoor aangegeven kan dit worden veroorzaakt door extra denkstappen in het schattingsproces van analoge hoeveelheden. Mogelijk worden deze extra denkstappen gereflecteerd in de schattingsstrategieën die de participanten toepassen bij getallenlijntaken. Nader onderzoek naar deze theoretische implicaties kan aanbevelingen opleveren ten behoeve van het verbeteren van de didactiek van schattingsstrategieën.

Beperkingen van dit onderzoek

Gezien de beschikbare middelen voor dit onderzoek is ervoor gekozen twee reguliere basisscholen te benaderen. In het ideale geval waren uit alle basisscholen voor regulier onderwijs in Nederland twee scholen at random getrokken. Nog beter zou het geweest zijn om de leerlingen at random te trekken uit

de gehele leerlingenpopulatie van het Nederlandse reguliere basisonderwijs. Dit had tot gevolg gehad dat de onderzoeksresultaten gegeneraliseerd konden worden naar de gehele leerlingenpopulatie.

Tevens zou het ideaal geweest zijn als de ratio jongens en meisjes evenwichtiger was verdeeld in groep 7. Deze groep bestond in dit onderzoek uit 70,3% jongens en 29,7% meisjes. Het is mogelijk dat deze verdeling invloed heeft gehad op de in dit onderzoek verkregen significante resultaten. Kraemer, Janssen, Van der Schoot en Hemker (2005) en Noteboom, Van der Schoot, Janssen en Veldhuijzen (2000) concluderen na de derde en vierde Periodieke Peiling van het Onderwijsniveau dat halverwege het basisonderwijs (groep 5) de rekenprestaties van meisjes significant lager liggen dan die van jongens. Ook aan het eind van de basisschool (groep 8) is er sprake van significante verschillen in rekenprestaties tussen jongens en meisjes (Janssen, Van der Schoot, Hemker & Verhelst, 1999; Janssen, Van der Schoot & Hemker, 2005). Hieruit kan opgemaakt worden dat de resultaten verkregen uit dit onderzoek mogelijk positief gekleurd zijn door het feit dat er meer jongens in groep 7 zaten dan meisjes. Wellicht waren de conclusies minder sterk geweest als de ratio jongens en meisjes beter verdeeld was. In een eventueel vervolg- of herhalingsonderzoek wordt aangeraden deze geslachtsratio evenwichtiger te verdelen.

Daarnaast wordt aangeraden de meetinstrumenten anders vorm te geven bij een vervolg- of herhalingsonderzoek. Hierbij gaat het specifiek om het veranderen van de verplaatsbaarheid van de schuifmaat. In de hier gebruikte getallenlijntaken gaven leerlingen hun schatting aan zodra ze de muisknop loslieten. Hierdoor hadden de leerlingen geen mogelijkheid om hun schatting bij te stellen. Daarnaast lieten enkele leerlingen de muisknop op een verkeerd moment los, waardoor er geen juiste schatting verkregen werd. Indien de meetinstrumenten aangepast worden, zal de dataset waarschijnlijk minder missende waarden bevatten

Ondanks bovenstaande beperkingen heeft dit onderzoek een bijdrage geleverd aan de ontwikkeling van een volledig beeld van de manier waarop leerlingen in het basisonderwijs hoeveelheden mentaal verwerken. Het onderzoek heeft niet alleen bestaande theoretische kennis bevestigd, maar ook nieuwe kennis opgeleverd door enkele theorieën op unieke wijze te combineren en onderzoeken.

LITERATUUR

- Booth, J. L., & Siegler, R. S. (2006). Developmental and individual differences in pure numerical estimation. *Developmental Psychology, 41*, 189-201.
- Dehaene, S. (2001). Précis of the number sense. *Mind & Language, 16*, 16-36.
- Dehaene, S., & Cohen, L. (1995). Towards an anatomical and functional model of number processing. In: B. Butterworth (Red.). *Mathematical cognition* (pag. 83-120). Hove: Psychology Press.

- Dehaene, S., Izard, V., Spelke, E., & Pica, P. (2008). Log or linear? Distinct intuitions of the number scale in Western and Amazonian indigene cultures. *Science*, *320*, 1217-1220.
- Ebersbach, M., Luwel, K., Frick, A., Onghena, P., & Verschaffel, L. (2008). The relationship between the shape of the mental number line and familiarity with numbers in 5- to 9-year old children: Evidence for a segmented linear model. *Journal of Experimental Child Psychology*, *99*, 1-17.
- Hevia, M. de, & Spelke, E. S. (2009). Spontaneous mapping of number and space in adults and young children. *Cognition*, *110*, 198–207.
- Janssen, J., Schoot, F. van der, & Hemker, B. (2005). *Balans [32] van het reken-wiskundeonderwijs aan het einde van de basisschool 4. Uitkomsten van de vierde peiling in 2004*. Geraadpleegd op 31 mei 2010: http://www.cito.nl/share/PPON/Cito_pponbalans_32.pdf
- Janssen, J., Schoot, F. van der, Hemker, B., Verhelst, N. (1999). *Balans van het reken-wiskundeonderwijs aan het einde van de basisschool 3. Uitkomsten van de derde peiling in 1997*. Geraadpleegd op 31 mei 2010: http://www.cito.nl/share/PPON/Cito_pponbalans_13.pdf
- Kraemer, J.-M., Janssen, J., Schoot, F. van der, & Hemker, B. (2005). *Balans [31] van het reken-wiskundeonderwijs halverwege de basisschool 4. Uitkomst van de vierde peiling in 2003*. Geraadpleegd op 31 mei 2010: http://www.cito.nl/share/PPON/Cito_pponbalans_31.pdf
- Laski, E. V., & Siegler, R. S. (2007). Is 27 a big number? Correlational and causal connections among numerical categorization, number line estimation, and numerical magnitude comparison. *Child Development*, *78*, 1723-1743.
- Ministerie van Onderwijs, Cultuur en Wetenschap (2006). *Kerndoelen Primair Onderwijs*. Geraadpleegd op 12 maart 2010: <http://www.minocw.nl/documenten/kerndoelenboekje.pdf>
- Moeller, K., Pixner, S., Kaufmann, L., & Nuerk, H. C. (2009). Children's early mental number line: Logarithmic or decomposed linear? *Journal of Experimental Child Psychology*, *103*, 503-515.
- Noteboom, A. (2009). *Fundamentele doelen rekenen wiskunde*. Geraadpleegd op 12 maart 2010: <http://www.slo.nl/primair/leergebieden/rekenen/minimumdoelen/>
- Noteboom, A, Schoot, F. van der, Janssen, J., & Veldhuijzen, N. (2000). *Balans van het reken-wiskundeonderwijs halverwege de basisschool 3. Uitkomst van de vierde peiling in 1997*. Geraadpleegd op 31 mei 2010: http://www.cito.nl/share/PPON/Cito_pponbalans_15.pdf.
- Opfer, J. E., & Siegler, R. S. (2007). The development of numerical estimation: Evidence for multiple representations of numerical quantity. *Psychology Science*, *14*, 237-243.
- Ruijsenaars, A. J. J. M., Luit, J. E. H. van, & Lieshout, E. C. D. M. van (2004). *Rekenproblemen en dyscalculie. Theorie, onderzoek, diagnostiek en behandeling*. Rotterdam: Lemniscaat.

- Schneider, M., Grabner, R.H., & Paetsch, J. (2009). Mental number line, number line estimation, and mathematical achievement: Their interrelations in grades 5 and 6. *Journal of Educational Psychology, 101*, 359-372.
- Siegler, R. S., & Booth, J. L. (2006). Developmental and individual differences in pure numerical estimation. *Developmental Psychology, 41*, 189-201.
- Siegler, R. S., & Booth, J. L. (2004). Development of numerical estimation in young children. *Child Development, 75*, 428- 444.
- Siegler, R. S., & Opfer, J. E. (2003). The development of numerical estimation. Evidence for multiple representations of numerical quantity. *Psychology Science, 14*, 237-243.