Free Choice disjuncties door speltheoretische analyse

Florian Venderbosch

Eindwerkstuk Bachelor Kunstmatige Intelligentie
7,5 ECTS

Utrecht University

Begeleider: Dr. R.W.F. Nouwen
Tweede Beoordelaar: Dr. G.J. Wijnholds
Universiteit Utrecht
2 juli 2021

1. Introductie

Binnen modale logica bestaat een probleem met het interpreteren van een zin met een vrije keuze, een *Free Choice* zin. Kamp (1974) toonde dit probleem als eerste aan in zijn paper "Free Choice Permission". Met behulp van modale logica zou je uit *Free Choice* zinnen verkeerde conclusies trekken ten op zichte van hoe men deze zinnen standaard zou interpreteren. Dit soort zinnen tonen dus een tekortkoming aan binnen modale logica. Dit probleem wordt het *Free Choice* probleem genoemd. Verscheidene theorieën over oplossingen van het *Free Choice* probleem zijn voorgesteld door onderzoekers, maar geen theorie lijkt een bevredigende oplossing te hebben op het probleem of antwoorden te hebben op de vraag waarom de klassieke modale logica tekort schiet bij het interpreteren van een *Free Choice* zin.

Binnen de kunstmatige intelligentie is dit probleem relevant voor intelligente systemen die modale logica gebruiken voor het representeren van kennis, en beslissingen maken op basis van inferenties. Ook agents met het doel om natuurlijke taal te begrijpen en juist te interpreteren zullen baat hebben bij een oplossing op het *Free Choice* probleem.

Dit paper zal zich vooral richten op een recente theorie waar speltheorie wordt toegepast om het *Free Choice* probleem op te lossen. Een dergelijke oplossing zou een bevredigend antwoord kunnen geven omdat hierbij toch aan delen van de klassieke modale logica wordt vastgehouden en omdat het wellicht een reëel model omschrijft die vergelijkbaar is met onze intuïtieve interpretatie van een *Free Choice* zin. Één zo'n speltheoretische oplossing wordt al gegeven door Franke (2010), maar in een paper van Katzir & Fox (2020) tonen zij aan dat zijn methode enkel werkt voor binaire disjuncties. Zij tonen echter niet aan dat dit voor speltheoretische methoden in het algemeen geldt, maar enkel voor deze specifieke speltheoretische benadering. Het doel van dit paper zal dan ook zijn om precies dit te onderzoeken; of er toch een speltheoretische implementatie bestaat zo dat het ook correcte interpretaties van *Free Choice* zinnen met meerdere disjuncties geeft. Mijn onderzoeksvraag is dan ook als volgt:

> "Is een 'free choice' interpretatie van een zin met meerdere disjuncten onder existentiële modale operatoren mogelijk door speltheoretische analyse?"

Ik zal onderzoeken of hier een oplossing voor te vinden is door te kijken welke keuzes er al dan niet impliciet gemaakt worden door danwel Franke, danwel

Katzir/Fox, binnen hun speltheoretische methode, die wellicht ook anders hadden gekund. Ik zal onderzoeken wat het effect is van het veranderen van bepaalde impliciete keuzes binnen het model, en proberen met deze informatie een alternatief model op te stellen dat wel werkt voor een zin met meerdere disjuncten.

In hoofdstuk 2 zal ik achtergrond geven over het *Free Choice* probleem en de speltheoretische oplossing van Franke. In hoofdstuk 3 zal ik het probleem met deze methode illustreren. Vervolgens zal ik een voorstel doen voor een oplossing op dit probleem en tot slot zal een discussie volgen.

2. Achtergrond

2.1 Free Choice Probleem

Een disjunctie binnen een zin in de natuurlijke taal geeft aan dat ten minste één van de disjuncten waar zijn. Dit betekent dat je niet met zekerheid kan spreken over de waarheid van één van de individuele disjuncten. Neem bijvoorbeeld de volgende zin:

(1) Joost nam een appel of een peer.

Hieruit kan men onmogelijk conclusies trekken of Joost danwel een appel, danwel een peer genomen heeft. De zinnen (2) en (3) zijn daarom onjuiste gevolgtrekkingen uit (1).

(2) Joost nam een appel.
(3) Joost nam een peer.

In logische termen kunnen wij dus het volgende constateren:

(4) $(A \vee B) \not\Rightarrow A$
(5) $(A \vee B) \not\Rightarrow B$

Een probleem onstaat echter bij zinnen met een *Free Choice* (FC) disjunctie, zoals in (6).

(6) Je mag een appel of een peer nemen.

Hier krijgt de ontvanger van deze zin een vrije keuze tussen een peer of een appel. Men zou uit zin (6) de conclusies in (7) en (8) trekken:

(7) Je mag een appel nemen.
(8) Je mag een peer nemen.

Deze gevolgtrekking lijkt juist te zijn, maar deze is niet geldig volgens het raamwerk van de klassieke modale logica. Deze gevolgtrekking is echter wel gewenst, aangezien deze wel klopt volgens onze intuïtieve interpretatie van de zin. Beschouw de notatie van deze FC gevolgtrekking in modale logica in (9) en (10). Hier zien we dat we een FC disjunctie krijgen door het toevoegen van een modale operator.

(9) $\Diamond(A \vee B) \Rightarrow \Diamond A$
(10) $\Diamond(A \vee B) \Rightarrow \Diamond B$

Deze keer lijkt de disjunctie zich anders te gedragen dan wat wij eerder geconstateerd hebben in 4 en 5. Door het toevoegen van een modale operator aan een disjunctie lijkt de disjunctie zich te gedragen als een conjunctie, omdat uit $\Diamond(A \vee B)$ nu $(\Diamond A \wedge \Diamond B)$ volgt.

Als we $\Diamond(A \vee B)$ interpreteren volgens de klassieke modale logica constateren we dat $\Diamond(A \vee B)$ geldt als $(A \vee B)$ mogelijk is. Dit zou bijvoorbeeld gelden als er een mogelijkheid is op enkel A (en dus niet B), dus als $(\Diamond A \wedge \neg\Diamond B)$ waar is. Dit zou dus betekenen dat (9) en (10) niet geconstateerd mogen worden. Volgens deze logica zou je dus de conclusie trekken dat (6) waar is als je alleen een appel mag nemen en geen peer, maar dat is dus niet het geval. De klassieke logica schiet dus te kort bij het interpreteren van een FC zin. Dit probleem zullen we het FC-probleem noemen.

Franke (2010) stelt een oplossing voor dit probleem voor, waarbij hij een speltheoretische methode gebruikt. Hierbij ziet hij de interpretatie van de FC-zin als een soort spel tussen twee spelers.

2.2 Speltheoretische aanpak van Franke

Franke (2010) beschrijft in zijn paper een model voor een bepaald type spel dat hij een *interpretation game* noemt. Dit spel bedraagt twee 'spelers'; een boodschapper en een ontvanger. De boodschapper kan een boodschap doorgeven aan de ontvanger en de ontvanger kan hier een interpretatie aan toeschrijven. Het doel is dat de boodschapper de juiste boodschap stuurt op basis van de werkelijke intentie van de boodschapper, en dat de ontvanger deze boodschap de juiste interpretatie geeft zó dat de intentie van de boodschapper en de interpretatie van de ontvanger overeenkomen.

Op dit spel wordt een model toegepast wat Franke het *Iterated Best Response* (IBR) model noemt. Hierbij redeneren beide spelers over het gedrag van hun tegenstander in een stap-voor-stap wijze, en kiezen altijd de beste respons op basis van de speler in de vorige stap. De spelers redeneren over elkaars hypothetische gedrag totdat een equilibrium in hun strategieën is bereikt, wat wil zeggen dat de spelers niet meer veranderen van strategie op basis van de speler in de vorige stap. Pas als dit equilibrium bereikt is vindt de echte correspondentie tussen de boodschapper en de ontvanger plaats. Dit model bereikt het doel als volgt:

Als eerste gaat de boodschapper er vanuit dat de ontvanger voor elke boodschap alle interpretaties die deze boodschap waar maken aan deze boodschap toeschrijft. Hij kiest op basis daarvan de boodschap die het meeste kans heeft de juiste interpretatie te krijgen volgens zijn intentie. Deze kans is gebaseerd op de hoeveelheid interpretaties die de ontvanger per boodschap toeschrijft. In de volgende stap kiest de ontvanger op zijn beurt voor elke boodschap de interpretatie die het meeste kans heeft om bij deze boodschap te horen volgens de kansverdeling in de vorige stap. Deze kansverdeling is weer gebaseerd op de hoeveelheid boodschappen die de boodschapper per interpretatie toeschrijft. De boodschapper redeneert op zijn beurt weer over deze vorige stap en kiest weer de beste boodschap op basis van hoe deze in de vorige stap geïnterpreteerd zou worden. Dit proces gaat door totdat een equilibrium is bereikt.

Bij dit proces wordt nog één regel toegevoegd voor het geval dat de ontvanger een boodschap ontvangt die niet als mogelijke optie wordt gegeven in de strategie van de boodschapper in de vorige stap. Dit noemt Franke een *surprise message*. Dit kan voorkomen als een boodschap vervalt in de beurt van de boodschapper als deze boodschap in geen van de interpretaties gekozen wordt door de boodschapper. Als de ontvanger toch deze boodschap ontvangt kiest hij hiervoor dezelfde interpretatie(s) als in zijn vorige strategie.

Nu zullen we zien hoe we dit proces op onze FC zin kunnen toepassen om de juiste interpretatie te krijgen.

We zullen eerst de verschillende interpretaties en boodschappen definiëren. De mogelijke interpretaties voor beide spelers zijn t_A, t_B en t_{AB}, waarbij t_A

staat voor de interpretatie dat de ontvanger enkel een appel mag nemen, t_B dat de ontvanger enkel een peer mag nemen en t_{AB} dat de ontvanger een peer en een appel mag nemen. De boodschappen die de boodschapper kan sturen zijn $\Diamond A$, $\Diamond B$ en $\Diamond(A \vee B)$. We willen dat $\Diamond A$ verstuurd wordt als de boodschapper de interpretatie t_A als intentie heeft, en dat de ontvanger deze boodschap als t_A interpreteert. Hetzelfde geldt voor $\Diamond B$ en t_B, en voor $\Diamond(A \vee B)$ en t_{AB}.
Hieronder volgt stap voor stap het proces dat de ontvanger en boodschapper doorlopen totdat een equilibrium is bereikt:

$Ontvanger_0$		
Boodschap	Interpretatie	Kansverdeling
$\Diamond(A \vee B)$	t_{AB}, t_A, t_B	1/3, 1/3, 1/3
$\Diamond A$	t_{AB}, t_A	1/2, 1/2
$\Diamond B$	t_{AB}, t_B	1/2, 1/2

De ontvanger gaat eerst uit van alle interpretaties die de boodschap waar maken volgens de klassieke modale logica. Bij de boodschap $\Diamond(A \vee B)$ zien we bijvoorbeeld dat alle mogelijke interpretaties deze boodschap waar maken, omdat enkel één van de twee disjuncten waar hoeft te zijn om de boodschap waar te maken.

De kansverdeling staat voor de kans dat een interpretatie bij deze boodschap hoort, en de boodschapper zal deze gebruiken om boodschappen te kiezen bij de interpretaties.

$Boodschapper_1$		
Interpretatie	Boodschap	Kansverdeling
t_{AB}	$\Diamond A, \Diamond B$	1/2, 1/2
t_A	$\Diamond A$	1
t_B	$\Diamond B$	1

Hier zien we dat de boodschapper bij elke interpretatie kiest voor de boodschappen $\Diamond A$ en/of $\Diamond B$. Dit is omdat deze een gunstigere kans hebben volgens de kansverdeling in de vorige stap ($1/2 > 1/3$). Voor t_A en t_B heeft dit als resultaat dat de juiste boodschappen worden gekozen voor deze interpretaties. Voor t_{AB} betekent dit dat de juiste boodschap $\Diamond(A \vee B)$ überhaubt niet gekozen wordt als optie. Dit is echter geen probleem, omdat deze boodschap hierdoor in de volgende stap een *surprise message* zal zijn.

$Ontvanger_2$		
Boodschap	Interpretatie	Kansverdeling
$\Diamond(A \vee B)$	t_{AB}, t_A, t_B	1/3, 1/3, 1/3
$\Diamond A$	t_A	1
$\Diamond B$	t_B	1

Hier zien we wat er gebeurt bij de *surprise message* $\Diamond(A \vee B)$; de ontvanger kiest dezelfde interpretaties zoals deze in stap 0 omschreven waren. De boodschappen $\Diamond A$ en $\Diamond B$ krijgen nu de juiste interpretaties t_A en t_B door de kansverdeling in de vorige stap.

$Boodschapper_3$		
Interpretatie	Boodschap	Kansverdeling
t_{AB}	$\Diamond(A \vee B)$	1
t_A	$\Diamond A$	1
t_B	$\Diamond B$	1

Nu zien we dat de boodschapper eindelijk de juiste boodschap $\Diamond(A \vee B)$ verstuurt bij de interpretatie t_{AB}, omdat deze interpretatie alleen nog maar bij de boodschap $\Diamond(A \vee B)$ was overgebleven in de vorige stap. De boodschapper kiest bij elke interpretatie nu dus de juiste boodschap.

$Ontvanger_4$		
Boodschap	Interpretatie	Kansverdeling
$\Diamond(A \vee B)$	t_{AB}	1
$\Diamond A$	t_A	1
$\Diamond B$	t_B	1

De ontvanger kan nu alleen nog maar de juiste interpretaties kiezen voor de boodschappen, en vanaf hier is het equilibrium bereikt omdat geen van de spelers meer hun strategie zal aanpassen, dus stopt het algoritme en is de juiste oplossing bereikt.

3. Probleem met IBR

Toch blijkt er een probleem te zijn met deze specifieke benadering van Franke. In hun paper over oplossingen van het FC-probleem tonen Katzir & Fox (2020) aan dat deze methode alleen met een oplossing komt voor een FC zin met een binaire disjunctie. Een FC zin met meerdere disjuncties zoals (11) levert met het IBR model van Franke dus niet de gevolgtrekkingen (12), (13) en (14) op.

(11) Je mag een appel, een peer, of een banaan nemen. $\Diamond(A \vee B \vee C)$

(12) Je mag een appel nemen. $\Diamond A$
(13) Je mag een peer nemen. $\Diamond B$
(14) Je mag een banaan nemen. $\Diamond C$

Om aan te tonen dat het IBR model van Franke hier niet op werkt, zullen we kijken hoe het IBR model op dezelfde manier deze FC zin met drie disjuncties aanpakt.

De mogelijke interpretaties zijn in dit geval t_A, t_B, t_C, t_{AB}, t_{AC}, t_{BC} en t_{ABC}. Hier betekent t_A wederom dat de ontvanger enkel een appel mag nemen (en dus geen peer of banaan), t_{AB} betekent nu dat de ontvanger enkel een appel en een peer mag nemen (en dus geen banaan), en t_{ABC} betekent dat de ontvanger alle drie mag nemen. De mogelijke boodschappen hierbij zijn $\Diamond A$, $\Diamond B$, $\Diamond C$, $\Diamond(A \vee B)$, $\Diamond(A \vee C)$, $\Diamond(B \vee C)$ en $\Diamond(A \vee B \vee C)$.

Hieronder volgt het proces die de ontvanger en boodschapper volgen om tot een verkeerde oplossing te komen.

$Ontvanger_0$		
Boodschap	Interpretatie	Kansverdeling
$\Diamond(A \vee B \vee C)$	$t_{ABC}, t_{AB}, t_{AC}, t_{BC}, t_A, t_B, t_C$	1/7, 1/7, 1/7, 1/7, 1/7, 1/7, 1/7
$\Diamond(A \vee B)$	$t_{ABC}, t_{AB}, t_{AC}, t_{BC}, t_A, t_B$	1/6, 1/6, 1/6, 1/6, 1/6, 1/6
$\Diamond(A \vee C)$	$t_{ABC}, t_{AB}, t_{AC}, t_{BC}, t_A, t_C$	1/6, 1/6, 1/6, 1/6, 1/6, 1/6
$\Diamond(B \vee C)$	$t_{ABC}, t_{AB}, t_{AC}, t_{BC}, t_B, t_C$	1/6, 1/6, 1/6, 1/6, 1/6, 1/6
$\Diamond A$	$t_{ABC}, t_{AB}, t_{AC}, t_A$	1/4, 1/4, 1/4, 1/4
$\Diamond B$	$t_{ABC}, t_{AB}, t_{BC}, t_B$	1/4, 1/4, 1/4, 1/4
$\Diamond C$	$t_{ABC}, t_{AC}, t_{BC}, t_C$	1/4, 1/4, 1/4, 1/4

$Boodschapper_1$		
Interpretatie	Boodschap	Kansverdeling
t_{ABC}	$\Diamond A, \Diamond B, \Diamond C$	1/3, 1/3, 1/3
t_{AB}	$\Diamond A, \Diamond B$	1/2, 1/2
t_{AC}	$\Diamond A, \Diamond C$	1/2, 1/2
t_{BC}	$\Diamond B, \Diamond C$	1/2, 1/2
t_A	$\Diamond A$	1
t_B	$\Diamond B$	1
t_C	$\Diamond C$	1

$Ontvanger_2$		
Boodschap	Interpretatie	Kansverdeling
$\Diamond(A \vee B \vee C)$	$t_{ABC}, t_{AB}, t_{AC}, t_{BC}, t_A, t_B, t_C$	1/7, 1/7, 1/7, 1/7, 1/7, 1/7, 1/7
$\Diamond(A \vee B)$	$t_{ABC}, t_{AB}, t_{AC}, t_{BC}, t_A, t_B$	1/6, 1/6, 1/6, 1/6, 1/6, 1/6
$\Diamond(A \vee C)$	$t_{ABC}, t_{AB}, t_{AC}, t_{BC}, t_A, t_C$	1/6, 1/6, 1/6, 1/6, 1/6, 1/6
$\Diamond(B \vee C)$	$t_{ABC}, t_{AB}, t_{AC}, t_{BC}, t_B, t_C$	1/6, 1/6, 1/6, 1/6, 1/6, 1/6
$\Diamond A$	t_A	1
$\Diamond B$	t_B	1
$\Diamond C$	t_C	1

$Boodschapper_3$		
Interpretatie	Boodschap	Kansverdeling
t_{ABC}	$\Diamond(A \vee B), \Diamond(A \vee C), \Diamond(B \vee C)$	1/3, 1/3, 1/3
t_{AB}	$\Diamond(A \vee B), \Diamond(A \vee C), \Diamond(B \vee C)$	1/3, 1/3, 1/3
t_{AC}	$\Diamond(A \vee B), \Diamond(A \vee C), \Diamond(B \vee C)$	1/3, 1/3, 1/3
t_{BC}	$\Diamond(A \vee B), \Diamond(A \vee C), \Diamond(B \vee C)$	1/3, 1/3, 1/3
t_A	$\Diamond A$	1
t_B	$\Diamond B$	1
t_C	$\Diamond C$	1

$Ontvanger_4$		
Boodschap	Interpretatie	Kansverdeling
$\Diamond(A \vee B \vee C)$	$t_{ABC}, t_{AB}, t_{AC}, t_{BC}, t_A, t_B, t_C$	1/7, 1/7, 1/7, 1/7, 1/7, 1/7, 1/7
$\Diamond(A \vee B)$	$t_{ABC}, t_{AB}, t_{AC}, t_{BC}$	1/4, 1/4, 1/4, 1/4
$\Diamond(A \vee C)$	$t_{ABC}, t_{AB}, t_{AC}, t_{BC}$	1/4, 1/4, 1/4, 1/4
$\Diamond(B \vee C)$	$t_{ABC}, t_{AB}, t_{AC}, t_{BC}$	1/4, 1/4, 1/4, 1/4
$\Diamond A$	t_A	1
$\Diamond B$	t_B	1
$\Diamond C$	t_C	1

Boodschapper$_5$		
Interpretatie	Boodschap	Kansverdeling
t_{ABC}	$\Diamond(A \vee B), \Diamond(A \vee C), \Diamond(B \vee C)$	1/3, 1/3, 1/3
t_{AB}	$\Diamond(A \vee B), \Diamond(A \vee C), \Diamond(B \vee C)$	1/3, 1/3, 1/3
t_{AC}	$\Diamond(A \vee B), \Diamond(A \vee C), \Diamond(B \vee C)$	1/3, 1/3, 1/3
t_{BC}	$\Diamond(A \vee B), \Diamond(A \vee C), \Diamond(B \vee C)$	1/3, 1/3, 1/3
t_A	$\Diamond A$	1
t_B	$\Diamond B$	1
t_C	$\Diamond C$	1

Zoals eerder schrijft de ontvanger in stap 0 voor elke boodschap alle mogelijke interpretaties die de boodschap waar maken toe.

In stap 1 worden bij de interpretaties t_A, t_B en t_C al gauw de juiste boodschappen $\Diamond A$, $\Diamond B$ en $\Diamond C$ gekozen. We kunnen dit verklaren als we bedenken dat deze drie boodschappen alleen maar iets zeggen over de waarheid van één disjunct. Dit betekent dat er minder interpretaties aan toe te schrijven zijn die per definitie waar zijn voor deze boodschap. Hierdoor krijgen de interpretaties onder de boodschappen met minder disjuncten meer kans gekozen te worden. Dit zorgt er ook voor dat de interpretaties met twee en drie disjuncten in stap 1 door de ontvanger de boodschappen met een enkele disjunct krijgen toegeschreven. Dit was ook het geval in ons probleem met een binaire disjunctie in hoofdstuk 2.2, en dit betekent dat de boodschappen met twee en drie disjuncten in de volgende stap *surprise messages* zijn, omdat ze niet meer voorkomen in stap 1. In het binaire disjunctie probleem in hoofdstuk 2.2 zorgde dit ervoor dat de boodschap met twee disjuncten dezelfde interpretaties kreeg toegeschreven als in de voorgaande stap van de ontvanger. Het resultaat hiervan was dat de boodschap met twee disjuncten als enige boodschap nog de interpretie met twee disjuncten toegeschreven kreeg, waardoor deze in de volgende stap wel gekozen moest worden door de boodschapper.

Hier is echter het probleem dat er geen één, maar drie interpretaties met twee disjuncten zijn. Dit zorgt ervoor dat de boodschapper in stap 3 alledrie de boodschappen met twee disjuncten kiest voor de interpretaties met twee of meer disjuncten. Volgens het systeem dat het model in hoofdstuk 2.2 lijkt te volgen, had dit de stap moeten zijn waar de interpretaties met twee disjuncten de juiste boodschappen toegeschreven hadden moeten worden. Idealiter willen we dat het model in elke stap van de boodschapper één 'niveau' van disjuncties hoger de juiste boodschappen toeschrijft aan de interpretaties.

4. Oplossing

4.1 Uitputtende interpretatie

Mijn oplossing bedraagt het aanpassen van de manier waarop de ontvanger de boodschappen interpreteert. In plaats van de standaard interpretatie van een zin als $\Diamond A$ waarbij er alleen naar de mogelijkheid op A wordt gekeken, kan de ontvanger ook gebruik maken van de uitputtende interpretatie. Hierbij kijkt de ontvanger dus niet alleen naar de mogelijkheid op A, maar houdt hij ook rekening met de onbenoemde alternatieven van deze boodschap.

Als er bijvoorbeeld in een bepaalde context sprake is van een appel en een peer, is in de zin “Je mag een appel nemen.” het alternatief dat je een peer mag nemen. Aangezien deze optie niet benoemd is, kan je als ontvanger van deze zin er vanuit gaan dat deze niet het geval is. De ontvanger bedenkt dus dat als hij ook een peer had mogen nemen, dat de boodschapper dit dan wel in de boodschap had meegegeven. Dit heet de uitputtende interpretatie omdat er dus naar alle mogelijkheden gekeken wordt, en niet alleen de benoemde mogelijkheden.

Bij de boodschap $\Diamond A$, waarbij er ook sprake is van B, interpreteert de ontvanger deze boodschap eigenlijk als $\Diamond A \wedge \neg\Diamond B$, en als er ook nog sprake was van C, dan interpreteert hij het als $\Diamond A \wedge \neg\Diamond B \wedge \neg\Diamond C$.

4.2 IBR met uitputtende interpretatie bij binaire disjunctie

Deze nieuwe interpretatie voor de ontvanger zullen we toepassen op ons eerdere IBR model om tot een oplossing te komen voor een FC zin.

$Ontvanger_0$		
Boodschap	Interpretatie	Kansverdeling
$\Diamond(A \vee B)$	t_{AB}, t_A, t_B	1/3, 1/3, 1/3
$\Diamond A$	t_A	1
$\Diamond B$	t_B	1

We zien in deze stap dat de interpretaties voor $\Diamond A$ en $\Diamond B$ zijn aangepast. Als we het vergelijken met de eerdere tabellen in hoofdstuk 2.2, zijn we dat bij deze beide boodschappen de interpretatie t_{AB} mist. Dit komt omdat bij de boodschap $\Diamond A$ nu $\neg\Diamond B$ geldt, dus zou t_{AB} deze boodschap onwaar maken, en hetzelfde geldt voor $\Diamond B$. Dit zorgt ervoor dat deze boodschappen al vanaf het begin de juiste interpretaties krijgen.

Boodschapper$_1$		
Boodschap	Interpretatie	Kansverdeling
t_{AB}	$\Diamond(A \vee B)$	1
t_A	$\Diamond A$	1
t_B	$\Diamond B$	1

Hier zien we dat de boodschapper op basis van deze nieuwe interpretaties van de ontvanger al gelijk de juiste boodschappen kiest voor de interpretaties.

Ontvanger$_2$		
Boodschap	Interpretatie	Kansverdeling
$\Diamond(A \vee B)$	t_{AB}	1
$\Diamond A$	t_A	1
$\Diamond B$	t_B	1

Hier kiest de ontvanger op zijn beurt weer voor de juiste interpretatie van de boodschap $\Diamond(A \vee B)$, en hier bereiken de spelers een equilibrium, dus stop het IBR model.

4.2 IBR met uitputtende interpretatie bij drie disjuncten

Nu zullen we aantonen dat deze methode nog steeds werkt bij een FC zin met drie disjuncten.

Ontvanger$_0$		
Boodschap	Interpretatie	Kansverdeling
$\Diamond(A \vee B \vee C)$	$t_{ABC}, t_{AB}, t_{AC}, t_{BC}, t_A, t_B, t_C$	1/7, 1/7, 1/7, 1/7, 1/7, 1/7, 1/7
$\Diamond(A \vee B)$	t_{AB}, t_A, t_B	1/3, 1/3, 1/3
$\Diamond(A \vee C)$	t_{AC}, t_A, t_C	1/3, 1/3, 1/3
$\Diamond(B \vee C)$	t_{BC}, t_B, t_C	1/3, 1/3, 1/3
$\Diamond A$	t_A	1
$\Diamond B$	t_B	1
$\Diamond C$	t_C	1

In deze eerste stap zien we dat de boodschappen met één individuele disjunct al gelijk de juiste interpretaties toegeschreven krijgen. Ook de hoeveelheid interpretaties bij de boodschappen met binaire disjuncties zijn minder dan voorheen omdat alle andere interpretaties iets zeggen over de waarheid van het derde disjunct, en deze is in onze nieuwe interpretatie dus onwaar.

$Boodschapper_1$		
Interpretatie	Boodschap	Kansverdeling
t_{ABC}	$\Diamond(A \vee B \vee C)$	1
t_{AB}	$\Diamond(A \vee B)$	1
t_{AC}	$\Diamond(A \vee C)$	1
t_{BC}	$\Diamond(B \vee C)$	1
t_A	$\Diamond A$	1
t_B	$\Diamond B$	1
t_C	$\Diamond C$	1

De boodschapper kiest in deze stap wederom al meteen de juiste boodschappen voor alle interpretaties.

$Ontvanger_2$		
Boodschap	Interpretatie	Kansverdeling
$\Diamond(A \vee B \vee C)$	t_{ABC}	1
$\Diamond(A \vee B)$	t_{AB}	1
$\Diamond(A \vee C)$	t_{AC}	1
$\Diamond(B \vee C)$	t_{BC}	1
$\Diamond A$	t_A	1
$\Diamond B$	t_B	1
$\Diamond C$	t_C	1

Tot slot kiest de ontvanger de juiste interpretaties voor alle boodschappen, en aangezien de spelers een equilibrium bereikt hebben, stopt het IBR model en slaagt het dit keer om de FC zin juist te interpreteren.

We zien dus dat door middel van deze uitputtende interpretatie het IBR proces nog steeds de juiste oplossing vindt, ook voor een FC zin met meer dan twee disjuncten.

5. Discussie

Met deze uitputtende interpretatie lijkt het probleem van meerdere disjuncties in een FC zin te zijn opgelost. Door deze interpretatie wordt er binnen twee iteraties van het IBR model van Franke al de juiste interpretatie bij de problematische zin gevonden.

Deze aangepaste methode werkt dus snel en effectief voor het vinden van de juiste oplossing. Ook zou het geen onlogische gedachte zijn dat deze methode vergelijkbaar is met de manier waarop mensen in het echt redeneren over deze, of vergelijkbare zinnen, bewust of onbewust. Dit zou nog een interessant vervolgonderzoek kunnen zijn.

Toch zijn er nog een paar onbeantwoorde vragen en punten van kritiek. Een nadeel van deze oplossing is dat de pure klassieke logica niet meer als beginpunt wordt genomen, zoals met het originele systeem van Franke, maar dat de logica wordt uitgebreid door middel van een nieuwe manier van interpreteren. De uitputtende interpretatie vraagt meer van de ontvanger dan als er enkel klassieke logica gebruikt zou worden, omdat je deze vraagt ook al het onbenoemde in acht te nemen. Je zou kunnen stellen dat de ontvanger eigenlijk al met een deel van de oplossing begint en hierdoor beter uitkomt. Er dient ook meer onderzocht te worden naar hoe deze uitputtende interpretatie tot stand komt. Hoe weet de ontvanger bijvoorbeeld van hoeveel onbenoemde mogelijkheden er sprake is? En hoe weet de ontvanger wanneer een uitputtende interpretatie überhaubt nodig is? Deze interpretatie dient nog beter geformuleerd te worden als een pragmatisch proces.

Ook ben ik met dit paper niet helemaal tot de bodem gekomen over precies waarom de speltheoretische aanpak wel werkt met een binaire disjunctie maar niet met meer dan twee disjuncties. Een gebrek aan verklaring hiervoor kan er op wijzen dat er toch een inherent probleem zit met de speltheoretische methode. De gegeven oplossing biedt vooral een aangepaste versie van deze methode, maar het echte probleem lijkt er nog niet helemaal mee opgelost te zijn. De veranderingen die de gegeven oplossing maakt aan het IBR model maakt de speltheoretische methode toch niet zo'n vanzelfsprekende oplossing op het FC probleem. Hieruit kan ik de conclusie trekken dat Katzir en Fox waarschijnlijk toch geen ongelijk hadden met het vaststellen dat de speltheoretische methode toch niet geschikt is voor het interpreteren van FC zinnen.

6. Literatuur

Franke, Michael. 2010. Free choice from iterated best response. www.home.uni-osnabrueck.de/michfranke/Papers/Franke_AC09_post-paper.pdf

Kamp, Hans. 1974. Free Choice Permission. www.doi.org/10.1093/aristotelian/74.1.57

Katzir, Roni & Fox, Danny. 2020. Notes on iterated rationality models of scalar implicatures. www.socsci.uci.edu/~lpearl/colareadinggroup/readings/FoxKatzir2020_IteratedRatScalarImplicatures.pdf

Meyer, Marie-Christine. 2016. An apple or a pear. Free Choice Disjunction. www.semanticsarchive.net/Archive/TNjNDM2M/meyer_fc_2015.pdf

van Rooij, Robert. 2010. Conjunctive interpretation of disjunction. https://semprag.org/index.php/sp/article/view/sp.3.11/pdf