Universiteit Utrecht

Over de refractiewet van Snellius, circa 600 jaar voor Snellius

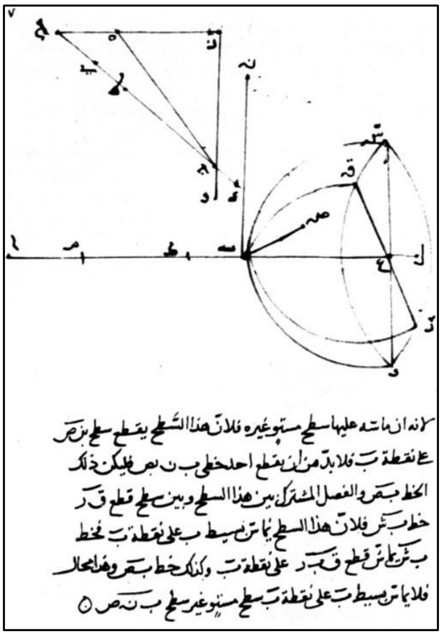
Ibn Sahl en de refractiewet

Bachelorscriptie

Y. el Yandouzi

Bacheloropleiding: Natuur- en Sterrenkunde

Faculteit Bètawetenschappen



Supervisors:

Dr. P.J.S. van Capel (dagelijkse begeleiding)

Julius Instituut, Universiteit Utrecht

MSc. P. Pai (dagelijkse begeleiding)

Nanophotonics, Universiteit Utrecht

Prof. Dr. A.P. Mosk

Physics of Light in Complex Systems, Universiteit Utrecht

Dr. R. Holzinger

Institute of Marine and Atmospheric Research Utrecht

9 januari 2018, Utrecht

Inhoudsopgave

Voorwoord

Voor u ligt een onderzoek naar de ontdekking van de wet van Snellius. Enige kennis over de wetenschapsgeschiedenis op het gebied van optica is een pre, maar niet noodzakelijk. De voor dit onderzoek relevante informatie wordt in de *Introductie* uiteengezet.

Dit onderzoek is gericht op een koppeling tussen de wiskunde en natuurkunde. Voor mij als wiskunde- en natuurkunde student maakt dat het nóg interessanter, omdat ik me in beide disciplines interesseer en met beide bekend ben met onderzoek. Voor mij dus een uitgelezen mogelijkheid om mijn bachelor in beide richtingen op een waardige manier af te sluiten.

Alvorens ik aan het inhoudelijke gedeelte begin, wil ik een aantal personen bedanken voor hun bijdrage aan dit onderzoek. Dr. P. J. S. van Capel wil ik als *daily supervisor* bedanken voor de regelmatige overlegmomenten, waarin we de voortgang van het onderzoek bespraken. Zijn tips en aandachtspunten heb ik ter harte genomen. Dr. J. P. Hogendijk die, ondanks dat hij geen officiële begeleider is in dit onderzoek, altijd klaarstond voor een gesprek en die mij vooral met het vinden van interessant onderzoek en het vinden van de juiste bronnen heeft geholpen. Mijn dank gaat ook uit naar Abdelkader Raissi[1] en mijn vader, Abdelkader el Yandouzi, die mij hebben geholpen bij het vertalen van Arabisch bronnenmateriaal.

[1] Docent wiskunde in Nederland. Gestudeerd in zowel Marokko (Arabischtalige studie) als Nederland

Samenvatting

Tegenwoordig wordt de wet van Snellius aan de Nederlander Willebrord Snellius (1580-1626) toegeschreven, omdat hij volgens Christiaan Huygens (1629-1695) de eerste geweest zou zijn die deze wet heeft bewezen. Aan de nog steeds lopende discussie over de vraag 'wie heeft deze wet ontdekt?' voeg ik nog een partij toe, namelijk de Arabischtalige wetenschap. De Frans-Egyptische historicus Roshdi Rashed (1936) beschrijft een wetenschapper uit de tiende eeuw, Abu Saad Al-Ala Ibn Sahl[2] (c. 940-1000), degene die deze wet lang voor Snellius heeft ontdekt. Mijn onderzoeksvraag was dan ook: *"komt de wet van Snellius voor in het werk van Ibn Sahl en zo ja, herkent Ibn Sahl die ook als zodanig?"*. Om tot een antwoord op deze tweeledige onderzoeksvraag te komen ben ik in eerste instantie uitgegaan van het werk *The Treatise on Burning Instruments* van Ibn Sahl. Verder heb ik ook werken van Ptolemaeus, Dr. Rashed en Snellius bekeken dan wel bestudeerd. Door stukken uit het werk van Ibn Sahl zelf te vertalen en te vergelijken met de eerder genoemde werken ben ik uiteindelijk tot de conclusie gekomen dat de wet van Snellius voorkomt in het werk van Ibn Sahl; het is echter niet uit zijn werk af te leiden dat hij de wet als zodanig herkende. Daarnaast toetst hij zijn resultaten niet aan de werkelijkheid. Derhalve heb ik geconcludeerd dat Ibn Sahl deze wet niet heeft ontdekt. Kanttekeningen bij mijn conclusie bespreek ik in de discussie. Daar zal ik onder andere het fenomeen 'ontdekken' bespreken: wanneer is een natuurkundige wet ontdekt? Afhankelijk van de visie op het gebied van dit fenomeen kan men de wet namelijk wel of niet toeschrijven aan Ibn Sahl.

[2] Afkomst (Arabisch/Perzisch) onbekend

1. Introductie

1.1 Geschiedenis van de exacte wetenschap tot de dertiende eeuw

De grondvesten van de exacte wetenschap lijken in het Babylonië van 2000 jaar v.Chr. te liggen. Er was toen al sprake van wiskundige bewerkingen die op kleitabletten werden vastgelegd[3]. Zo werd het zestigtallige Babylonische getallensysteem geïntroduceerd en leek de Stelling van Pythagoras, of in ieder geval de toepassing daarvan, ook al bekend. Inderdaad, 1200 tot 1400 jaar voor de geboorte van Pythagoras zelf[4]. Ook werden in datzelfde Babylonië de eerste sterrenkundige observaties gedaan, waarmee de beweging van hemellichamen als de maan in kaart werd gebracht. Op basis van dergelijke observaties werden wiskundige modellen ontworpen om voorspellingen te kunnen doen[5]. De Babyloniërs waren dus al bezig met het bekijken van natuurverschijnselen, deze tot modellen te reduceren en vervolgens aan de hand van deze modellen voorspellingen te doen. Met veel voorzichtigheid mogen we mijns inziens stellen dat de Babyloniërs een werkwijze hanteerden die veel wegheeft van een hele vroege en –vanzelfsprekend– onderontwikkelde vorm van wat wij nu als natuurkunde kennen. De wetenschap in die tijd ging duidelijk verder dan louter elementaire rekenkundige bewerkingen.

Of de Babyloniërs wetenschap koppelden aan wiskundig redeneren, kunnen we niet afleiden uit kleitabletten die later ontcijferd zijn. Bewijzen van genoemde wiskundige bewerkingen bleven uit. Het waren vooral resultaten die gepresenteerd werden; een soort antwoordmodel van opgaven zonder de uitwerking erbij.

De Griekse cultuur bracht hier echter vanaf omstreeks 750 v.Chr. verandering in. De Grieken gingen uit van het redeneren en waren geïnteresseerd in de filosofie achter de wetenschappen die zij bedreven. Met de Griekse cultuur bloeide dus een nieuwe manier van denken op die een ware wetenschappelijke revolutie inleidde. De Grieken lieten zich bijvoorbeeld inspireren door de logica in de wiskunde (en de daarbij horende ‘rust’) om complexe en chaotische zaken uit het dagelijkse leven beter te kunnen begrijpen. Deze cultuur van redeneren bracht hierdoor veel bekende Griekse wetenschappers voort. Mensen als Archimedes, Aristoteles, Euclides, Hipparchus, Plato, Ptolemaeus, Pythagoras, Thales en vele anderen hebben een belangrijke bijdrage geleverd aan de wetenschap, zoals wij die nu nog steeds kennen. Een gemiddelde havo/vwo-leerling op een middelbare school in Nederland zal uit het bovenstaande rijtje gemakkelijk een aantal namen herkennen. De bijdrage was over het algemeen niet louter in de exacte wetenschappen: een duidelijke trend in deze tijd was dat wetenschappers zich met verschillende disciplines bezighielden. Zo was een wiskundige vaak ook betrokken bij rechts- en politieke systemen. De manier van denken van Griekse wetenschappers veranderde niet alleen de manier van redeneren en filosoferen binnen exacte wetenschappen; het veranderde de manier van leven.[6]

Tegen het einde van de Griekse oudheid (de eerste paar eeuwen n.Chr.) lijkt de ontwikkeling van de exacte wetenschap te stagneren. Signalen van deze stagnatie zijn dat er weinig tot geen manuscripten zijn gevonden uit die tijd. Ook is informatie over eventuele wetenschappers uit die tijd niet bekend.

Ongeveer anderhalve eeuw na de geboorte van de islam leek vanaf het jaar 750 een nieuwe wetenschapstraditie te ontstaan: de Grieks-Arabische vertalingsbeweging. Onder het regime van de Abbasiden kwam er voor wetenschappers de mogelijkheid hun brood te verdienen met onderzoek.

[3] Hogendijk, J.P.: 4000 jaar wiskunde, De Vakidioot, pp. 6-8, 1996-7 no. 1
[4] Craats, J. van de: Babylonisch rekenen, Euclides, januari 2005
[5] Hogendijk, J.P.: 4000 jaar wiskunde, De Vakidioot, pp. 6-8, 1996-7 no. 1
[6] Craats, J. van de: Babylonisch rekenen, Euclides, januari 2005

Dit begon met het vertalen van Griekse werken[7] naar het Arabisch. Teksten van o.a. de hiervoor genoemde Griekse wetenschappers werden compleet vertaald. Vaak door verschillende personen, waardoor er steeds revisies kwamen op vertalingen. Het epicentrum hiervan was de stad Bagdad. Men sprak van 'Het Huis van Wijsheid' waarin wetenschappers samenkwamen en een nieuwe wetenschappelijke revolutie plaatsvond. Onduidelijk is nog steeds of men in die tijd verwees naar een grote bibliotheek of school of dat de stad zelf als Het Huis van Wijsheid werd gezien. Frappant hieraan is dat het niet alleen moslims en/of Arabieren waren die zich naar Bagdad begaven. Ook joodse, christelijke, Perzische en Byzantijnse wetenschappers voegden zich bij de vertalingsbeweging. De interesse in wetenschap groeide hierdoor. Het duurde ongeveer 100 jaar voordat deze wetenschappers zelf onderzoek gingen doen en met originele ontdekkingen kwamen. De wetenschappers die zich aan deze revolutie verbonden door hun werken in het Arabisch te schrijven worden in deze scriptie Arabische wetenschappers genoemd.

Een expert op het gebied van de Grieks-Arabische vertalingsbeweging is prof. dr. D. Gutas. Hij stelt: "*The significance of the Greco-Arabic Translation Movement lies in that it demonstrated for the first time in history that scientific and philosophical thought are international, not bound to a specific language or culture.".*[8] Dit illustreert des te meer dat alleen al de vertalingsbeweging voor een nieuw gedachtegoed zorgde in de wetenschap; dit was een van de belangrijkste componenten van de wetenschappelijke revolutie in die tijd.

De Arabische taal leent zich goed voor wetenschappelijke teksten. Door de bijna wiskundige structuur in de taal is het mogelijk wetenschappelijke termen niet zomaar over te nemen uit andere talen, maar daar een veelzeggende Arabische term van te maken[9]. Een voorbeeld vormen de door de Griek Apollonius geïntroduceerde woorden parabool, hyperbool en ellips[10]. Waar in onder andere het Engels en Nederlands de Griekse woorden worden overgenomen, deden de Arabische wetenschappers iets anders. Die vertaalden de betekenis van het woord als volgt naar het Arabisch (resp.): qat' mukafi, qat' za'id en qat' naqes. Qat' betekent (kegel)snede. Mukafi, za'id en naqes betekenen zo iets als (resp.) gelijk zijn, toevoeging en substractie. De algemene vergelijking voor een hyperbool is eigenlijk de vergelijking voor de parabool, maar dan met een toevoeging. Vandaar de Arabische term 'kegelsnede met toevoeging'. Voor de ellips geldt hetzelfde, maar dan met de substractie van de term die er bij de hyperbool bijkomt. Bij de parabool verandert er niets –er komt niets bij en gaat niets af- en dus de term 'gelijk'.

Het regime van de Abbasiden hield ongeveer 500 jaar aan, tot pakweg 1250. Tijdens dit halve millennium was Bagdad wereldwijd toonaangevend op het gebied van wetenschappen als optica, sterrenkunde, geometrie en geneeskunde, maar ook astrologie. De laatste zien wij hedendaags niet meer als een wetenschap, maar als bij-effect werden er ook sterrenkundige ontdekkingen gedaan. Dit tijdperk bracht wetenschappers voort als Al-Biruni, Al-Farghani (Alfarganus), Al-Farisi, Al-Khwarizmi (Algorithmus), Ibn Al-Haythem (Alhazen), Ibn Firnas, Ibn Sina (Avicenna) en Hunayn Ibn Ishaq (Joannitius). Een voor een toonaangevend in verschillende takken van de wetenschap en net zoals binnen de Griekse wetenschapstraditie: deskundig op verschillende gebieden van de wetenschap. Sterker nog: islamitische wetenschappers bestudeerden vaak eerst de islam en de Arabische taal, alvorens zij zich op wetenschappelijke domeinen begaven.[11]

[7] Zoals *Optica* van Ptolemaeus en *Elementen* van Euclides
[8] Gutas, D.: Greek Thought Arabic Culture, 1998
[9] Prof. Dr. J. P. Hogendijk
[10] Wiskundige vergelijkingen: parabool: $y^2 = px$, hyperbool: $y^2 = px + \frac{p}{d}x^2$ en ellips: $y^2 = px - \frac{p}{d}x^2$
[11] Al-Khalili, J.: The House of Wisdom, p. 152-163, 2011

1.2 Geschiedenis van de refractie tot de zeventiende eeuw

Binnen de exacte wetenschappen hield men zich onder andere bezig met deelgebieden van de natuurkunde. Een van deze deelgebieden is de optica, waarbij refractie van lichtstralen een bekend fenomeen was. Om een beeld te krijgen van de ontwikkeling van de refractiewet zoals we die nu kennen benoem ik hieronder een aantal belangrijke gebeurtenissen in chronologische volgorde uit de wetenschapsgeschiedenis als het gaat om deze wet.

In het werk 'Optica' van Claudius Ptolemaeus (circa 170-100 v.Chr.), vinden we observaties die hij heeft gedaan aan brekende lichtstralen. Hij mat voor de overgang van lucht naar water, lucht naar glas en water naar glas de hoek van inval en de hoek van uitval. De resultaten van deze observaties plaatste hij in tabellen. Hij beweert in zijn werk dat de verhouding van de hoek van inval en de hoek van uitval constant zou moeten zijn voor gegeven media[12]. Als we deze bewering vergelijken met de wet die we nu de wet van Snellius noemen, dan is het grote verschil dat de wet van Snellius gebruikmaakt van de verhouding van de sinus van beide hoeken. Ptolemaeus baseert zijn bewering op observaties; er komen verder geen wiskundige bewerkingen aan te pas. We mogen dus stellen dat Ptolemaeus' werkwijze een inductief karakter heeft.

Abu Saad al-Ala Ibn Sahl (circa 940-1000)[13] was een wetenschapper uit de tiende eeuw die zich onder andere bezighield met het construeren van lenzen. Bijzonder aan hem is o.a. dat hij een van de eerste wiskundig ingestelde wetenschappers was die zich bezighield met de studie van lenzen. Een belangrijke opmerking hierbij is dat Ibn Sahl zich in zijn werk[14], dat ik in deze scriptie verschillende keren aanhaal, over het algemeen beperkt tot de geometrische constructie en beschrijving van optische effecten –zoals refractie. Het geven van natuurkundig commentaar doet hij over het algemeen niet. Als we kijken naar het gedeelte van zijn werk over refractie, dan lijkt het alsof hij uitgaat van algemene principes (zoals de wet van Snellius of in ieder geval iets wat hierbij in de buurt komt) en aan de hand daarvan komt hij op nieuwe uitkomsten. Als we het werk op het gebied van refractie van Ptolemaeus inductief noemen, dan kunnen we voorzichtig stellen dat Ibn Sahl deductief te werk ging.

De bevindingen van Ptolemaeus hebben eraan bijgedragen dat de Nederlandse wetenschapper Willebrord Snellius uiteindelijk tot 'zijn' bekende sinuswet: $n = \frac{\sin i}{\sin r}$ (*n* constant, *i* = hoek van inval, *r* = hoek van uitval) is gekomen. De discussie over de benaming van deze wet ging vooral over de vraag of er Snellius of Descartes zou moeten staan, omdat de wetenschappers deze wet onafhankelijk van elkaar hebben gevonden. Zo spreekt men op dit moment in Franstalige literatuur vaak van de wet van Descartes en in Engelstalige literatuur van de wet van Snellius. Toen Dr. Roshdi Rashed in 1993 zijn werk genaamd '*Géométrie et Dioptrique au 10^e^ siècle*' publiceerde, kwam al snel de vraag naar voren of we de wet van Snellius niet de wet van Ibn Sahl moeten noemen. Dr. Rashed is hier in zijn werk zeer duidelijk over: hij vindt dat Ibn Sahl degene is die deze eer zou moeten krijgen[15].

---

[12] Lejeune, A.: L'optique de Claude Ptolemée, 1956

[13] Afkomst is onbekend. Wel is het bekend dat hij een van de wetenschappers was in het huis van wijsheid in Baghdad, Irak

[14] Rashed, R.: Geometry and Dioptrics in Classical Islam, 2005

[15] Rashed, R.: Geometry and Dioptrics in Classical Islam, pp. 66-71, 2005

1.3 Onderzoeksvraag

Deze conclusie van Dr. Rashed heeft mij getriggerd om hier onderzoek naar te gaan doen. Ibn Sahl's tekst is namelijk zuiver wiskundig van aard; voor mij is het interessant om deze tekst op natuurkundige wijze te benaderen. Om tot een natuurkundige wet te komen is mijns inziens enige blijk van een natuurkundige werkwijze essentieel. Juist daarom lijkt het mij belangrijk dat deze tekst vanuit dat oogpunt wordt bekeken.
Zo kom ik tot de tweeledige onderzoeksvraag: 'komt de wet van Snellius voor in het werk van Ibn Sahl en zo ja, herkent Ibn Sahl die ook als zodanig?'.

2. Methode

Om uiteindelijk tot een gedegen antwoord op de onderzoeksvraag te komen heb ik een literatuuronderzoek gedaan naar de refractiewet. Het werk van Ibn Sahl[16] was hierbij leidend. Uit dit werk haal ik de resultaten die ik hierna presenteer. De Arabische tekst die Dr. Rashed heeft opgenomen in zijn werk *Geometry and Dioptrics* is de primaire bron die ten grondslag ligt aan mijn onderzoek. Dr. Rashed heeft het werk van Ibn Sahl vertaald en geïnterpreteerd.

Het gedeelte over de planoconvexe lens is voor dit onderzoek belangrijk, omdat voor de constructie van de planoconvexe lens de refractiewet gebruikt wordt. Ik zal de vertaling van Dr. Rashed gebruiken om een globaal idee te krijgen van de behandelde materie per pagina. Daarnaast is zijn vertaling een goed vertrekpunt voor het onderzoeken van het natuurkundige gehalte van het werk van Ibn Sahl; uiteindelijk zal dit uiteraard ook een belangrijk deel vormen van mijn discussie en conclusie. Zijn vertaling gebruik ik verder om de juiste delen van Ibn Sahl's tekst te vinden: de delen waarin hij het construeren van belangrijke figuren[17] beschrijft. De delen waarin Ibn Sahl dit uitlegt zal ik dan zelf direct vanuit het Arabisch vertalen. Dit doe ik om er zeker van te zijn dat mijn informatie uit een primaire bron wordt gehaald. Eventuele verduidelijkingen of interpretaties in vertalingen die de betekenis van de tekst net iets aanpassen heb ik dan ook niet. Althans, met het vertalen van teksten is er altijd een bepaalde mate van subjectiviteit door het verschil in interpretatie; we kunnen de schrijver nou eenmaal niet spreken en vragen wat hij precies bedoelde. Daar het een overwegend wiskundige tekst is, maak ik mij daar niet veel zorgen om.

Verder zal ik het werk van Ptolemaeus raadplegen en de werkwijze van Snellius bekijken. Vervolgens zal ik de resultaten die ik uit de tekst van Ibn Sahl haal filteren en op een overzichtelijke manier presenteren. In de *Discussie* zal ik ingaan op de vraag of deze resultaten voldoende zijn om de wet van Snellius aan te tonen.

De werkwijze was, chronologisch, als volgt:

1. Verkenning op het internet: welke personen hebben geschreven over de discussie rondom de toekenning van de refractiewet aan een persoon? Wat zeggen verschillende personen hierover en hoe goed hebben zij hier onderzoek naar gedaan?
2. Bestuderen van de beschouwing van Dr. Rashed over het werk van Ibn Sahl, zonder het werk van Ibn Sahl daarbij te bekijken: welke stukken uit Ibn Sahl's tekst zijn relevant voor dit onderzoek? Hoe leidt Dr. Rashed de refractiewet af? Waarom vindt hij dat erkend moet worden dat Ibn Sahl degene is die de refractiewet als eerste heeft ontdekt? Welke eisen stelt hij aan een natuurkundige ontdekking? Vindt Dr. Rashed dat Ibn Sahl's net zo ver als Snellius is gekomen als het gaat om de refractiewet en zo ja, waar baseert hij dat op?
3. Bestuderen van de relevante stukken tekst uit het werk van Ibn Sahl: is de Engelse vertaling op essentiële punten juist en volledig? Citeert hij andere wetenschappers? Heeft hij experimenteel onderzoek gedaan? Welke algemene principes gebruikt hij? Is de refractiewet te herkennen in zijn teksten en zo ja, hoe leidt hij die af? Zo nee, wordt de wet dan wel geïmpliceerd?
4. Doornemen van de relevante stukken tekst in Optica van Ptolemaeus: op welke manier deed Ptolemaeus onderzoek naar de refractiewet? Is de refractiewet in zijn werk te herkennen? Wat wist Ptolemaeus van refractie?

[16] Ibn Sahl: The Treatise on Burning Instruments, Geometry and Dioptrics in Classical Islam, pp. 87-154, 2005
[17] Deze staan op p.12 van dit document

5. Methode van Snellius: op welke manier leidde Snellius de refractiewet af? Waar wijkt deze af van Ibn Sahl?

In de *Resultaten*3. Resultaten zal ik deze punten één voor één doorlopen.

2'. Methode

Het onderzoek voer ik uit in twee verschillende interferometers:

1. Michelson interferometer;
2. Mach-Zehnder interferometer.

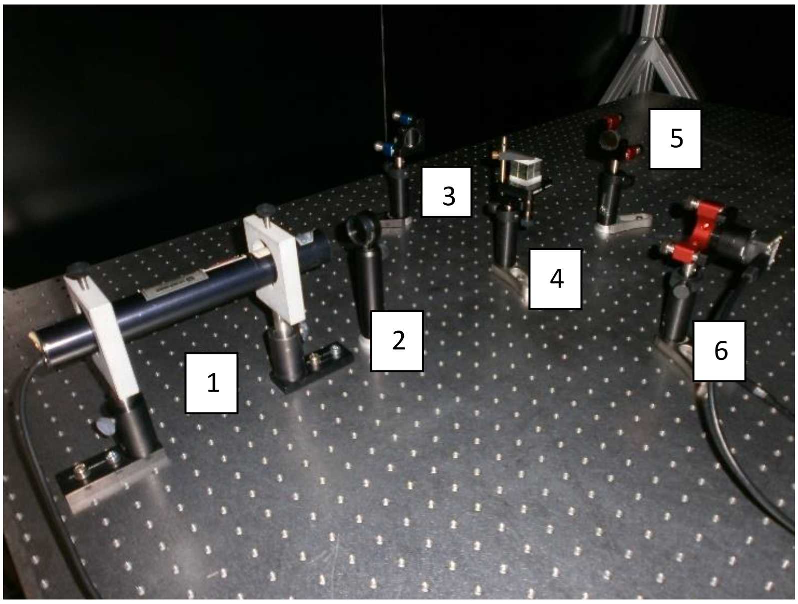
Het doel van het experiment is het bestuderen van de breking van licht in een glazen prisma. Het bestuderen gaat aan de hand van de interferentiepatronen die gedetecteerd worden door een camera.

Beide interferometers bouw ik zelf op. Zo dadelijk zal ik per interferometer een stuk theorie, doel van het experiment en de opstelling zelf geven. Alvorens ik dieper inga op de twee interferometers is het belangrijk om een aantal specificaties, die voor beide experimenten opgaan, kort uiteen te zetten.

De lichtbron is in beide experimenten een helium-neon laser met een golflengte van $633\ nm$. Om de foto's met de interferentiepatronen te kunnen bestuderen gebruik ik een camera van het merk Basler. Met het programma Pylon Viewer maak ik foto's van het inkomende licht[18].

2'.1 Michelson

De opstelling van de Michelson interferometer ziet er als volgt uit:



Figuur 1': Michelson interferometer

1. Laser
2. Filter
3. Spiegel
4. Bundelsplitser
5. Spiegel

[18] Instellingen:
- Gain[dB]: 0.0
- Gain Auto: off
- Beam level: 0
- Gamma: 1.0
- 1 pixel = 3.75 bij 3.75 micrometer

6. Camera

De Michelson interferometer is gebaseerd op het volgende idee: er komt een evenwijdige lichtbundel uit de laser (1). De bundel gaat vervolgens door een filter (2), zodat een deel wordt doorgelaten[19]. Dan komt de bundel in de bundelsplitser (7) en die zorgt ervoor dat een deel van de bundel richting spiegel 3 gaat en de andere richting spiegel 5. Vervolgens worden de twee bundels weerkaatst door de spiegels en komen terug in de bundelsplitser. Die laat een deel van de bundel die terugkomt van spiegel 3 door en buigt een deel van de bundel uit spiegel 5 af richting de camera. Op die manier zijn de twee bundels weer bij elkaar en treedt er interferentie op. Dit interferentiepatroon maken we zichtbaar op de computer.

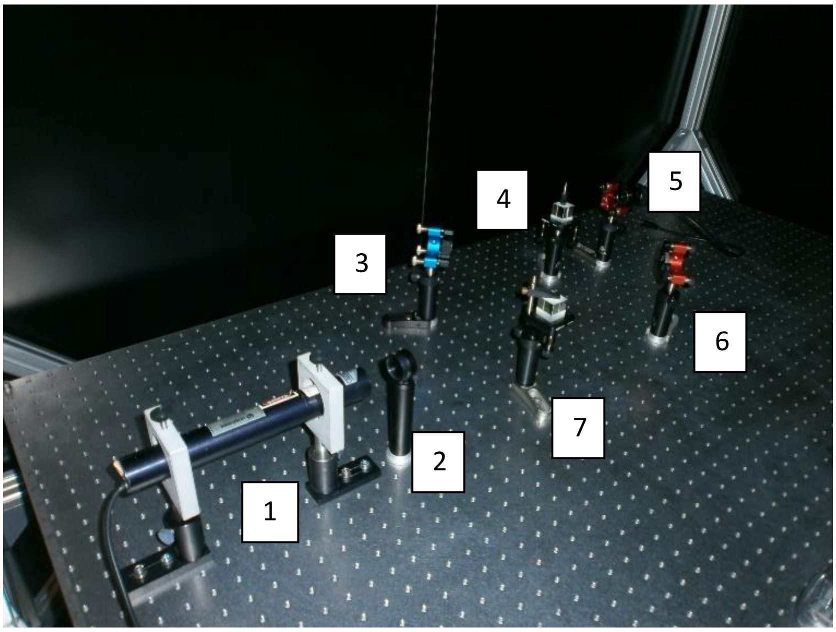
De twee zaken waar we vervolgens in geïnteresseerd zijn, zijn dan:

1. Visibiliteit van de interferentie;
2. Magnificatie van de interferentie.

2'.2 Mach-Zehnder

2'.2.1 Visibiliteit

Om de Mach-Zehnder interferometer op te bouwen hebben we één extra bundelsplitser nodig. De opstelling ziet er dan als volgt uit:



Figuur 2': Mach-Zehnder interferometer

1. Laser
2. Filter
3. Spiegel
4. Bundelsplitser
5. Spiegel
6. Spiegel
7. Camera

De Mach-Zehnder interferometer werkt tot de eerste bundelsplitter (7) op dezelfde manier als de Michelson interferometer. Bundelsplitter 7 laat een deel van de bundel richting spiegel 3 gaan en een

[19] Anders is de bundel te fel voor de camera

ander deel van de bundel richting spiegel 6. Beide spiegels zijn zo ingesteld dat ze de bundel weerkaatsen richting bundelsplitter 4. Bundelsplitter 4 zorgt ervoor dat delen van beide bundels weer bij elkaar komen en richting de camera (5) gaan. Op deze manier is ook hier weer sprake van interferentie. De zaken waar we hier in geïnteresseerd zijn, zijn dan:

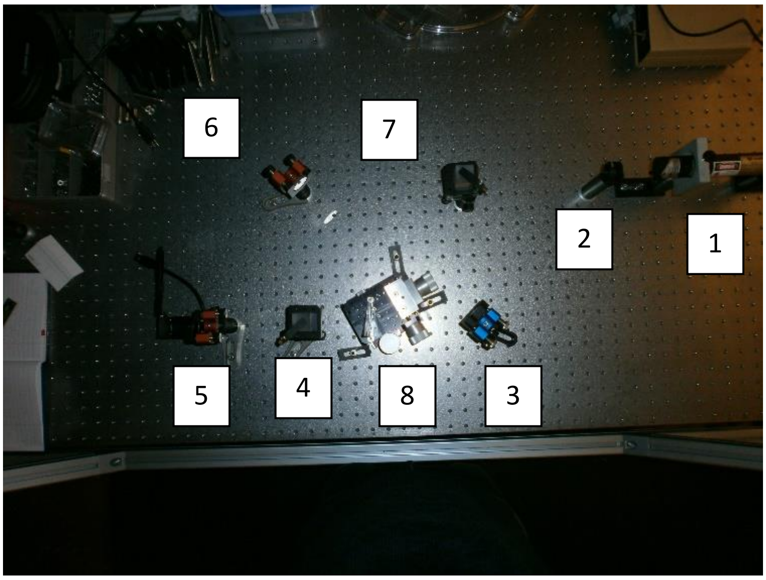
1. Visibiliteit van de interferentie: $Visibiliteit = \frac{y(Max)-y(Min)}{y(Max)+y(Min)}$.

2'.2.2 Holografie en optische weglengte

In de Mach-Zehnder interferometer voegen we een extra component toe, namelijk het glazen prisma[20]:

Figuur 3': het glazen prisma

Deze plaatsen we tussen spiegel 3 en bundelsplitser 4. Zie figuur 4' hieronder.



Figuur 4': Mach-Zehnder met glazen prisma

1. Laser

[20] Materiaal: Polymethylmethacrylaat (PMMA). Brekingsindex: 1.4887
Hoogte: 98.13 ± 0.01 mm, breedte: 51.15 ± 0.01 mm

2. Filter
3. Spiegel
4. Bundelsplitser
5. Spiegel
6. Spiegel
7. Camera
8. Glazen prisma

1. Het optische weglengteverschil *L* bepalen we als volgt: t.o.v. de startpositie van het prisma verplaatsen we die steeds *0.25 mm* en we nemen bij elke verplaatsing een foto met de camera om het fringepatroon te analyseren. De afstand tussen twee fringes zou gelijk moeten zijn aan de golflengte van het licht uit de laser, in dit geval *633 nm*. De fringe-verplaatsing bij elke verschuiving van het prisma berekenen we dan aan de hand van dit gegeven. Het gemiddelde van elke verplaatsing is dan onze verschil in weglengte, ΔL.
2. We gebruiken holografie bij het reconstrueren van het veld door middel van Fouriertransformaties. Dat doen we als volgt:
   We maken twee foto's van het interferentiepatroon: één met het glazen prisma (met een duimafdruk erop) in de Mach-Zehnder (FMZ) en één alleen met de bundel die richting spiegel 3 gaat. Dit is referentie-interferentiepatroon (REF). Vervolgens gaan we deze numeriek analyseren. Eerst nemen we de tweedimensionale Fouriertransformatie van FMZ. De eerste diffractieorde wordt uitgesneden en die transleren we naar de oorsprong. Vervolgens nemen we een inverse Fouriertransformatie, zodat we het originele veld reconstrueren. Dit spectrum delen we dan door de amplitude van de reconstructie van het veld van REF. Op die manier kunnen we het veld plotten.

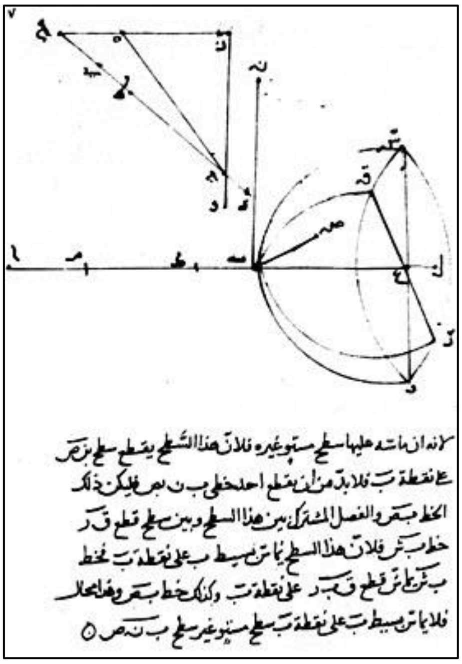
3. Resultaten

3.1 Verkenning op het internet

Het internet is voor een onderzoek als dit niet zomaar geschikt om gegronde uitspraken te kunnen doen. Duidelijk is dat veel stukken tekst in dezelfde woorden op verschillende sites terug te vinden zijn; er wordt dus veel gekopieerd en geplakt. Daarnaast maakt het voor de naamgeving van de wet heel erg veel uit wat de nationaliteit is van degene die de teksten op de site schrijft. Op Franstalige sites spreekt men vaak over de wet van Snellius-Descartes of zelfs de wet van Descartes, Engelstalige sites spreken van de wet van Snellius en Arabische sites hebben het weer over de wet van Ibn Sahl. Op Arabische sites wordt ook vaak gesproken van de wet van Snellius, maar dan direct met de kanttekening dat Ibn Sahl de wet waarschijnlijk eerder heeft ontdekt.

Het interessante van het rondzoeken op het internet zit hem in het volgende: elke internetbron die de mogelijkheid besprak van een eventuele eerdere ontdekking van de refractiewet refereert aan Dr. Rashed. Andere historici worden niet benoemd. Het is dus duidelijk dat Dr. Rashed met zijn werk een groot deel van het internet heeft geïnspireerd.

Naast het citeren van dezelfde wetenschapper wordt ook overal dezelfde schetsgebruikt:



Figuur 1: schets refractiewet uit manuscript[21]

Hierbij zou de refractiewet uit de driehoeken linksboven afgeleid kunnen worden. Meer informatie over deze afleiding wordt eigenlijk niet gegeven. Althans, niet in lijn met het werk van Ibn Sahl. Er is een aantal interpretaties van deze schets te vinden op het internet, die uitgaan van eigen berekeningen. De werkwijze van Ibn Sahl wordt hierbij niet genoemd; laat staan uitgewerkt.

3.2 Beschouwing van Dr. Rashed

Een belangrijke opmerking die ik meteen moet maken, is dat Dr. Rashed eigenlijk de eerste wetenschapshistoricus is die het werk van Ibn Sahl heeft gebruikt. Na Al Hasan Ibn Al-Haythem (Alhazen) is er eigenlijk geen wetenschapper geweest die in een publicatie heeft verwezen naar het

---

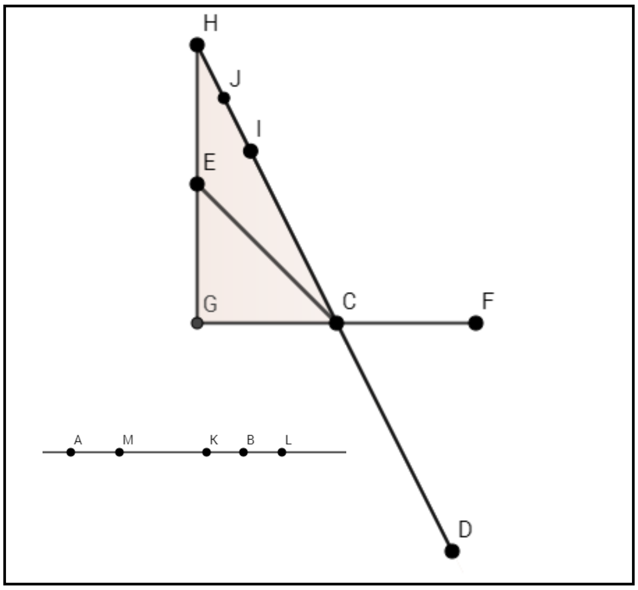
[21] Rashed, R.: Geometry and Dioptrics in Classical Islam, p. 108-113 diverse figuren (drie) 2005. Figuren zijn in manuscript Teheran te vinden: Milli Bibliotheek no. 867, figuren vind je op het stuk van bladzij 6 recto - 9 recto

werk van Ibn Sahl. Dr. Rashed legt uit dat hij het werk van Ibn Sahl niet als geheel heeft gevonden. Hij heeft twee delen van het werk gevonden: een in een bibliotheek in Teheran (Iran) en een in Damascus (Syrië). Door beide delen bij elkaar te zetten en de originele paginanummering te vinden is Dr. Rashed erachter gekomen dat er ook een aantal onderdelen missen. De koppen boven de verschillende onderdelen heeft hij zelf toegevoegd. Verder heeft hij het werk niet veranderd. Volgens Dr. Rashed is Ibn Sahl de eerste die refractie door middel van lenzen bestudeerde en zo komt hij eigenlijk op de vier belangrijkste onderwerpen uit het werk van Ibn Sahl:

1. De parabolische spiegel
2. De ellipsoïde spiegel
3. De planoconvexe lens
4. De biconvexe lens

Dr. Rashed geeft zijn commentaar met betrekking tot de refractiewet in hoofdstuk 2 van zijn werk[22]. Hierin geeft hij een eigen interpretatie van de teksten van Ibn Sahl. Hij noteert bepaalde resultaten in de algebraïsche notatie zoals wij die nu kennen; Ibn Sahl schreef namelijk, net als de andere wetenschappers uit zijn tijd, alles uit in woorden.

Dr. Rashed begint meteen bij onderstaande schets[23] dat hij heeft afgeleid van de schets in figuur 1.



Figuur 2: geproduceerd uit het werk van Ibn Sahl m.b.t. de refractiewet. Medium boven lijn *GF* is lucht, onder *GF* kristal

In deze figuur zijn twee figuren te zien: de driehoek met twee verlengde zijden (*CH* en *CG* worden verlengd) en de rechte lijn door o.a. *A* en *L*. De rechte lijn volgt uit de driehoek. Dit beschrijft Ibn Sahl uitgebreid in zijn werk. De uiteindelijke toepassing van de rechte lijn is het construeren van een hyperbolische lens waarmee hij de planoconvexe- en biconvexe lens construeert. Daar verdiepende kennis van deze toepassing niet nodig is voor de centrale vraag in deze scriptie, verwijs ik de geïnteresseerde lezer graag door naar het werk van Ibn Sahl[24] en/of naar de toelichting daarop van

[22] Rashed, R.: Geometry and Dioptrics in Classical Islam, pp. 66-71, 2005
[23] Zelf nagemaakt in GeoGebra
[24] Ibn Sahl: The Treatise on Burning Instruments, Geometry and Dioptrics in Classical Islam, p.87-154, 2005

Dr. Rashed[25].

Dr. Rashed doet aan de hand van de teksten van Ibn Sahl de volgende uitspraken, die ik in het vervolg van deze scriptie zal verifiëren.

1. Ibn Sahl geeft geen conceptueel commentaar over de constructie van figuren;
2. Snellius volgde dezelfde procedure als Ibn Sahl voor het vinden van de refractiewet;

Ten aanzien van figuur 2 zegt Dr. Rashed:

3. Lijnstuk CD is de inkomende lichtstraal vanuit het kristal, CE de uitvallende straal in de lucht;
4. CH is het verlengde van CD;
5. GF geeft een stukje van het oppervlak van het kristal weer;
6. CE = CI;
7. IJ = HJ;
8. $\frac{AK}{AB} = \frac{CI}{CJ} = \frac{2}{n+1}$;
9. CE < CH, dus $\frac{CE}{CH} < 1$;
10. $\frac{CE}{CH} = \frac{CI}{CH} = \frac{1}{n}$, n constant.

Uit uitspraak 1 kunnen we afleiden dat het missen van dit conceptuele commentaar geen reden is voor Dr. Rashed om te stellen dat de refractiewet niet geïntroduceerd wordt door Ibn Sahl. Dr. Rashed is zich er namelijk bewust van dat het conceptuele –lees: natuurkundige– commentaar van Ibn Sahl in elke vorm ontbreekt. Hij lijkt zich te beroepen op algemene principes. Een daarvan is dat licht zicht als een straal (over een rechte lijn) voortplant. Twee andere principes heeft hij aan Ptolemaeus ontleend[26]:

1. i_1, i_2 (hoek van inval resp. –uitval) liggen in hetzelfde vlak als de normaal en ze bevinden zich aan weerszijden van de normaal;
2. $i_1 > i_2 \Rightarrow$ medium 1 is optisch minder dicht[27] dan medium 2, als $i_1, i_2 < 90°$.

Volgens Dr. Rashed gaat Ibn Sahl uit van deze kennis en baseert hij daar zijn constructies op.

Het lijkt er dus op dat Dr. Rashed de tien eerder genoemde uitspraken voldoende vindt om aan te tonen dat Ibn Sahl degene is die de refractiewet als eerste heeft geïntroduceerd. Daar het hier een wiskundige notatie van een natuurkundige wet betreft, kunnen we hieruit opmaken dat Dr. Rashed genoegen neemt met een bewijs voor een natuurkundige wet dat –gebaseerd op bovenstaande– volledig wiskundig (specifieker: geometrisch) van aard is. Conceptuele onderbouwing, observaties en experimenten lijken in Dr. Rashed's visie geen rol te spelen als het gaat om natuurkundige bewijzen. Hier kom ik in de *Discussie* op terug.

Uitspraak 10 leidt Dr. Rashed als volgt af: hij gaat uit van uitspraak 9 en stelt vervolgens[28]: *"Yet this ratio is nothing other than the inverse of the index of refraction in the crystal with regard to the air. Let us consider the angles formed by CD and by CE with the normal GH as i_1 and i_2, respectively. We*

[25] Rashed, R.: Geometry and Dioptrics in Classical Islam, pp. 66-71, 2005
[26] Rashed, R.: Geometry and Dioptrics in Classical Islam, pp. 60, 2005
[27] In de teksten Ptolemaeus en Ibn Sahl wordt gesproken van een 'minder ondoorzichtig medium' om een optisch minder dicht medium te beschrijven
[28] Rashed, R.: Geometry and Dioptrics in Classical Islam, pp. 60, 2005

have $\frac{1}{n} = \frac{\sin i_1}{\sin i_2} = \frac{CG \cdot CE}{CH \cdot CG} = \frac{CE}{CH}$*. On segment CH, Ibn Sahl takes point I, such that* $CI = CE$*, and point J in the middle of IH. We have* $\frac{CI}{CH} = \frac{1}{n}$*.".* Dit behandel ik in de *Discussie*.

3.3 Werk van Ibn Sahl

3.3.1 *Refractie*

Ibn Sahl begint zijn studie over de planoconvexe lens meteen met het construeren van figuur 2. Zijn werkwijze beschrijft hij gedetailleerd. Hieronder plaats ik de gedigitaliseerde originele, Arabische, tekst met figuur 5 als representatie van de resultaten uit de Arabische tekst. Daaronder staat mijn Nederlandse vertaling hiervan met een kopie van figuur 2. Op basis van mijn eigen vertaling som ik de (wiskundige) resultaten op die we uit de tekst kunnen opmaken. Andere resultaten (meer natuurkundig gericht) behandel ik onder het volgende kopje, *3.3.2 Conceptueel (natuurkundig)*? In de *Discussie* toets ik of de verzamelde resultaten voldoende zijn voor het aantonen van de wet van Snellius.

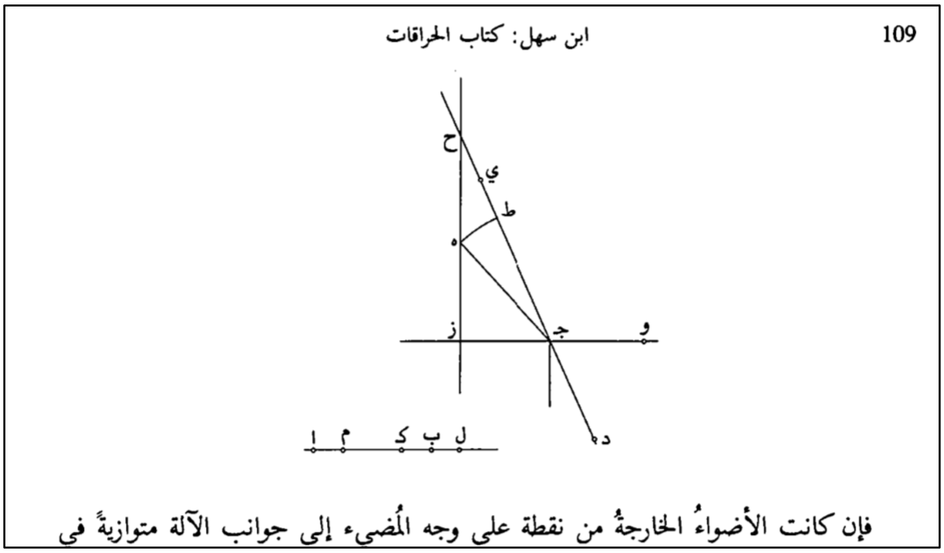
‹العدسة المسطحة المحدبة›

وإن كان الإحراقُ بضوء ينفذ في آلة، فإنا نعمد إلى قطعة بلُّور تنتهي إلى سطح مستوٍ، وليكن جـ. وينبغي أن تكون بقدْر الحاجة، وأجزاؤها في الصفاء متشابهة. ونستخرج خطين ينفذ الضوءُ على أحدهما في البلّور، وليكن جـ د وينعطف على الآخر في الهواء، وليكن جـ ه. ونُخرج سطح جـ د ه، وليكن الفصلُ المشتركُ بينه وبين سطح جـ خطَّ و جـ ز، فزاويتا د جـ و ه جـ ز حادّتان، وأصغرُهما زاوية ه جـ ز، ونخرج خطَّ جـ ح على استقامة خط جـ د ونُنزل على خط جـ ح نقطة ح ونُخرج خط ز ح قائمًا على خط جـ ز، وليلْق خطَّ جـ ه على نقطة ه. فخطُّ جـ ه أصغر من خط جـ ح. ونفصل من خط جـ ح خطَّ جـ ط مثلَ خط جـ ه، ونقسم ح ط نصفين على نقطة ي، ونجعل نسبة خط ا ک إلى خط ا ب كنسبة خط جـ ط إلى خط جـ ي ونخرج خط ب ل على استقامة خط ا ب ونجعله مثلَ خط ب ک. فإما أن تكون الأضواءُ الخارجةُ من نقطة على وجه المُضيء / إلى جوانب الآلة متوازيةً في ت-٦-و الحس أو لا تكون متوازية فيه.

2 بلقيان: بلتقان – هذا الشكل ليس في المخطوطة.

Figuur 4: Arabische tekst van Ibn Sahl[29]

[29] Ibn Sahl: The Treatise on Burning Instruments, Geometry and Dioptrics in Classical Islam, p.119, 2005



Figuur 5: schets behorend bij figuur 4[30]

De vertaling van de Arabische tekst uit figuur 4 heb ik kunnen doen met hulp van derden[31]

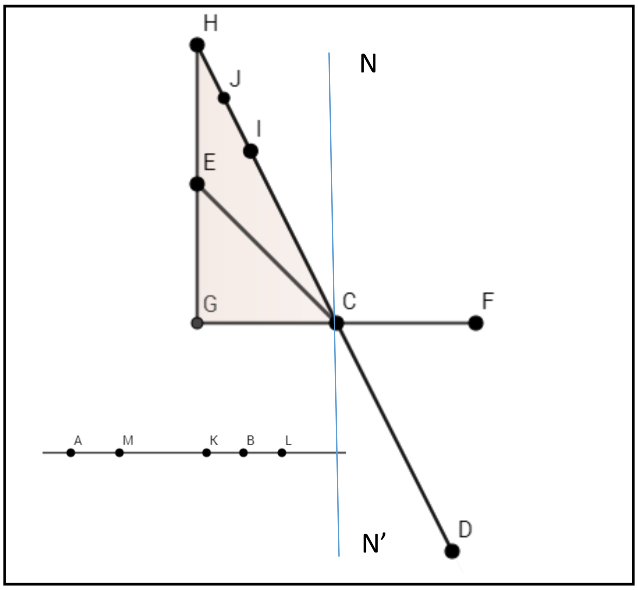
--Start vertaling--

<De planoconvexe lens>[32]

Als er een ontbranding is door licht uit een instrument, dan krijg je een stuk kristal dat eindigt op een oppervlak, laat dat *C* zijn. Het stukje <van het kristal> moet groot genoeg zijn en elk deel moet zuiver homogeen zijn. We trekken twee lijnen waarlangs het licht loopt waarvan de ene door het kristal, laat dat *CD* zijn en <het licht langs *CD*> verbuigt zich in lucht langs de andere <lijn>, laat dat *CE* zijn. En we halen daar het vlak *CDE* uit, en laat het snijpunt tussen haar en het vlak *C* lijn *FCG* zijn, dan zijn hoeken *DCF* en *ECG* allebei scherp, en de kleinste hoek van hen is hoek *ECG*, en we tekenen lijn *CH* op het verlengde van lijn *CD* en we plaatsen op lijn *CH* het punt *H* en tekenen de lijn *GH* loodrecht op lijn *CG*, en we stellen lijn *CE* vast door het punt *E*. Lijn *CE* is kleiner dan lijn *CH*. En we splitsen van lijn *CH* lijn *CI* af, gelijk aan lijn *CE*, en we verdelen *HI* in twee helften met punt *J*, en we maken de verhouding tussen lijn *AK* en lijn *AB* dezelfde verhouding als die tussen lijn *CI* en lijn *CJ* en trekken lijn *BL* op het verlengde van lijn *AB* en maken die gelijk aan lijn *BK*.

--Einde vertaling--

[30] Ibn Sahl: The Treatise on Burning Instruments, Geometry and Dioptrics in Classical Islam, p.121, 2005
[31] Met dank aan A. Raissi en A. el Yandouzi. Toelichting in *Voorwoord*
[32] Tekst tussen < > is later toegevoegd. Staat dus niet in de primaire bron. Dit gebruik ik om de tekst ook in het Nederlands lopend te houden



Figuur 6: figuur 2 + een toegevoegd lijnstuk *NN’* (de normaal)

Uit de tekst van Ibn Sahl wordt duidelijk dat de lijn *CD* het pad van een lichtstraal in een kristal weergeeft en de lijn *CE* de (door overgang van kristal naar lucht) afgebroken lichtstraal in de lucht weergeeft. De richting van *CE* is niet uniek; in het huidige jargon zeggen we dat doordat de brekingsindex niet is gedefinieerd, de lichtstraal op verschillende manier kan breken. Wat Ibn Sahl wel lijkt te doen, is het geven van een algemeen resultaat. Ervan uitgaande dat het kristal optisch dichter is dan lucht, is elke lijn *CE* tussen *CH* en *CG* juist. Dit omdat lichtstralen van de normaal afbuigen bij de overgang naar een optisch minder dicht medium[33]. Op het moment dat het kristal wordt gedefinieerd door een brekingsindex, dan wordt de richting van *CE* uniek. De rest van de driehoek uit figuur 6 volgt dus uit de bepaling van de hoeken met de normaal van *CE* en *CD*; of beter gezegd: door de hoek van inval en –uitval. De schets die Ibn Sahl maakt, is dus alleen afhankelijk van deze twee hoeken.

Ibn Sahl geeft verder aan dat punt *E* altijd op de lijn *GH* ligt, waarbij *GH* loodrecht op het kristaloppervlak (*FCG*) staat. Daarbij benoemt hij expliciet dat *CE* kleiner is dan *CH*, dus $\frac{CE}{CH} < 1$. Voor bepaalde invallende- en uitvallende hoek (dus voor een bepaald type kristal) is deze verhouding constant[34]. Dit benoemt Ibn Sahl niet expliciet; dit is iets wat we zelf kunnen afleiden uit zijn constructie. Op het moment dat we ervan uit kunnen gaan dat de verhouding $\frac{CE}{CH}$ constant is, is het niet moeilijk de relatie tussen de twee hoeken te vinden. Daar deze twee hoeken de constructie definiëren is dit een interessante relatie.

Met trigonometrische formules voor de sinus vinden we de volgende twee relaties: $CE = \frac{CG}{\sin \angle CEG}$ en $CH = \frac{CG}{\sin \angle CHG}$. Verder definiëren we de hoek van inval (*i*) en –uitval (*r*) als volgt: $i = \angle DCN'$ en $r =$

[33] Hier was Ibn Sahl van op de hoogte. Zie voor een toelichting het volgende kopje: *3.3.2 Conceptueel (natuurkundig)*?

[34] Als de hoeken (inval en uitval) gelijk blijven zijn *CE* en *CH* lineair afhankelijk van respectievelijk *EG* en *GH*, dus de verhouding is dan constant

$\angle ECN$. Doordat *GH* en *NN'* evenwijdig zijn, geldt door Z-hoeken[35] dat $i = \angle DCN' = \angle CHG$ en $r = \angle ECN = \angle CEG$. De formules voor *CE* en *CH* kunnen we dus ook anders schrijven: $CE = \frac{CG}{\sin r}$ en $CH = \frac{CG}{\sin i}$. De verhouding $\frac{CE}{CH}$ wordt dan: $\frac{CE}{CH} = \frac{CG}{\sin r} \cdot \frac{\sin i}{CG} = \frac{\sin i}{\sin r}$. Dit klopt nog steeds met $\frac{CE}{CH} < 1$, want voor $i < r$ geldt ook $\sin i < \sin r$ [36], dus $\frac{\sin i}{\sin r} < 1$.

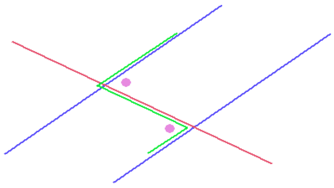
Nogmaals, de resultaten uit de alinea hiervoor komen impliciet voor in Ibn Sahl's tekst. Of Ibn Sahl zich hier ook bewust van was is nog steeds de vraag. Daar in de *Discussie* en *Conclusie* meer over.

3.3.2 *Conceptueel (natuurkundig)?*

Het werk van Ibn Sahl kenmerkt zich eigenlijk als volgt: hij begint vaak met een beschrijving van een natuurkundige observatie of (gedachte-)experiment en vervolgens verdiept hij zich al snel in de geometrie om hiermee aan de slag te gaan. Tijdens zijn wiskundige benadering legt hij nauwelijks een link naar de werkelijkheid; zijn methode is louter wiskundig van aard. Een –voor dit onderzoek– relevant voorbeeld hiervan is aan het begin van zijn werk over 'burning instruments'[37] te vinden. Hij zegt namelijk[38]: *"For a time, I persisted in seeking the truth of what is attributed to the mathematicians concerning the power to ignite a body by a light at a great distance, and of what has been associated with Archimedes: that he set enemy ships afire by this kind of ingenious device; until I came to know the totality of the state <of the subject>, and had pursued it in detail. For this, I derived help from what I was able to find in the books of the ancients, and I drew from them what they contained in this regard, viz. the description of causing ignition by the light of the sun reflected on a mirror at a small distance, and a kind of ignition by the light of a nearby body reflected upon a mirror. I pursued the examination of what was not contained therein, until I had determined it; that is to say, the description of causing ignition by the light of the sun that passes through an instrument and is refracted in the air."*. Hij lijkt zich in eerste instantie dus te interesseren in een natuurkundig fenomeen, in dit geval het dusdanig focussen van lichtstralen zodat ontbranding optreedt. Vervolgens doet hij onderzoek naar de reeds aanwezige kennis over het onderwerp en beroept zich hier specifiek op de werken van 'de ouden', waarmee hij refereert aan de Grieken.

In een ander werk van hem, genaamd 'Proof that the Celestial Sphere is not of Extreme Transparency'[39] refereert hij meerdere keren aan het bekende werk van Ptolemaeus, Optica. Met deze referenties begint hij een eigen benadering van het onderwerp. Hij voegt hier zijn eigen resultaten aan toe en komt op die manier tot een geometrisch bewijs. Het moge duidelijk zijn dat Ibn Sahl het werk van Ptolemaeus grondig heeft onderzocht en we kunnen dus veronderstellen dat de kennis van Ptolemaeus reeds bekend was voor Ibn Sahl. Dit zou een aanleiding geweest kunnen zijn

[35] De corresponderende snijhoeken die een lijn maakt met twee evenwijdige lijnen zijn gelijk:



(http://www.wisfaq.nl/show3archive.asp?id=1423&j=2002, jan-2018)

[36] Op het domein (0,90˚) geldt $\sin x < \sin y$ dan en slechts dan als $x < y$

[37] Voor zover ik weet is hier geen eenduidige Nederlandse vertaling voor. Het komt erop neer dat het instrumenten zijn om lichtstralen te focussen op een punt, waardoor verbranding optreedt.

[38] Ibn Sahl: The Treatise on Burning Instruments, Geometry and Dioptrics in Classical Islam, p.88, 2005

[39] Ibn Sahl: Proof that the Celestial Sphere is not of Extreme Transparency, Geometry and Dioptrics in Classical Islam, p.156-160, 2005

voor het interessegebied van Ibn Sahl: hij geeft aan het einde van het hiervoor genoemde citaat aan dat zijn onderzoek verder gaat dan verbranding door louter reflectie: hij is juist geïnteresseerd in verbranden via refractie van lichtstralen door een lens (medium). Met deze gedachte brak hij min of meer met de Grieks-Arabische traditie op dat moment; die ging namelijk uit van verbranding met behulp van spiegels. De observaties die Ptolemaeus heeft gedaan aan refractie van lichtstralen tussen verschillende media, zouden Ibn Sahl's interesse in refractie gewekt kunnen hebben.

De natuurkunde van Ibn Sahl's werkwijze zit hem vooral in het initiële proces; voordat hij start met het vinden van eigen resultaten beroept hij zich op notities en verslagen van observaties en (gedachten-)experimenten die (lang) voor zijn tijd gedaan zijn. Op die manier vergaart hij kennis uit de natuur[40]. Na dit vergaringsproces gaat hij zelf aan de slag; hij maakt –om in modern wetenschapsjargon te treden– een wiskundig model van een natuurkundig fenomeen. Dit model werkt hij volledig uit, maar hij maakt tijdens dit proces weinig of geen melding van natuurkundige principes die hij toepast. Bij de constructie van de driehoek uit figuur 2 maakt hij bijvoorbeeld gebruik van een aantal natuurkundige principes, zonder die als zodanig te bestempelen. Zo gaat hij er in de tekst van figuur 4[41] vanuit dat een lichtstraal van de normaal afbuigt op het moment dat de straal van een bepaald medium naar een optisch minder dicht medium gaat (1) en dat de inkomende- en uitvallende lichtstraal en de normaal zich in hetzelfde vlak bevinden (2). Dit beredeneert hij echter niet. Sterker nog: hij gaat hier vanuit, waardoor dit (gedeeltelijk) impliciet in de tekst staat. (1) en (2) worden door de volgende passages in zijn tekst geëxpliciteerd:

(1) *"En we halen daar het vlak CDE uit, en laat het snijpunt tussen haar en het vlak C lijn FCG zijn, dan zijn hoeken DCF en ECG allebei scherp, en de kleinste hoek van hen is hoek ECG, en we tekenen…"*. Hieruit kunnen we concluderen dat om aan de voorwaarde van de kleinste hoek te voldoen, lijn *CE* naar links (ten opzichte van de normaal) moet afbuigen. Wat echter niet meteen volgt, is waarom hij de hoek van uitval (hoek tussen *CE* en de normaal) groter heeft getekend dan de hoek van inval (hoek tussen *CD* en de normaal). Met onze huidige kennis weten wij dat dit juist getekend is, maar het is mogelijk om aan de hierboven genoemde voorwaarde van de kleinste hoek te voldoen, doch de hoek van uitval kleiner te maken dan de hoek van inval. Dit valt echter weer te verklaren door de bepaling van punt *E*: *"en we tekenen lijn CH op het verlengde van lijn CD en we plaatsen op lijn CH het punt H en tekenen de lijn GH loodrecht op lijn CG, en we stellen lijn CE vast door het punt E."*. Deze extra voorwaarde zorgt ervoor dat de hoek van uitval altijd kleiner is dan de hoek van inval. Enig commentaar over de brekingsindex mist hier. Hij zegt hier niets over;

(2) *"We trekken twee lijnen waarlangs het licht loopt waarvan de ene door het kristal, laat dat CD zijn en <het licht langs CD> verbuigt zich in lucht langs de andere <lijn>, laat dat CE zijn. En we halen daar het vlak CDE uit, en laat het snijpunt tussen haar en het vlak C lijn FCG zijn, dan zijn hoeken DCF en ECG allebei scherp, .."*. Dat de inkomende straal *CD*, uitkomende straal *CE* en de normaal in hetzelfde vlak liggen is meteen duidelijk door het vormen van het vlak *CDE*. De hoeken worden ook in dit vlak bepaald; dat maakt dat de normaal zich ook in *CDE* bevindt.

Of deze voorwaarden, die Ibn Sahl creëert, voldoende fundering vormen voor een natuurkundige wet, wordt in de *Resultaten* besproken. Ibn Sahl besluit zijn onderzoek naar de burning instruments

---

[40] Zie onderdeel.

3.4 Werk van Ptolemaeus voor meer informatie

[41] Vertaling is op de pagina na figuur 4 te vinden

af met de passage: *"..it ignites at this point. This is what we wanted to demonstrate."*. In zijn afronding is er dan ook geen teken van toetsing door experimenten en/of observaties aan de werkelijkheid. De wiskunde is voor hem leidend en daar sluit hij dan ook mee af[42].

3.4 Werk van Ptolemaeus

Het werk van Ptolemaeus dat voor dit onderzoek relevant is heet 'Optica'. Het door Ptolemaeus zelf geschreven werk bestaat niet meer; de oudste bron is een Arabische vertaling hiervan. Vertaler noch tijd en locatie zijn bekend. Emir Eugène de Sicile is degene die dit Arabische werk naar het Latijn heeft vertaald[43]. Op basis van deze Latijnse vertaling is het werk nu in verschillende talen te vinden. Dit werk bestaat uit vijf boeken die elk een bepaald onderwerp behandelen. Het vijfde boek heeft als onderwerp refractie en is derhalve interessant voor dit onderzoek.

In dit vijfde boek beschrijft Ptolemaeus verschillende experimenten. Voordat hij met de uitleg van zijn experimenten begint, beredeneert hij een belangrijk gegeven: de invallende-, uitvallende lichtstraal en de normaal liggen in hetzelfde vlak[44]. Op basis hiervan construeert hij figuren waarmee hij uiteindelijk de experimenten vormgeeft. In drie van deze experimenten meet hij de hoek van uitval voor verschillende hoeken van inval. Elk experiment is voor een aparte overgang: lucht naar water, lucht naar glas en water naar glas. Hij schrijft dit in zijn werk uit. Hieronder staan de tabellen die hij op basis van zijn resultaten vormt. De eerste twee kolommen komen uit zijn werk. De derde kolom heb ik zelf toegevoegd, dit is de verhouding tussen de hoek van inval en de hoek van uitval. In de derde kolom heb ik de verhouding van de sinussen van de hoek van inval en –uitval berekend.

Tabel 1 : hoek van inval en –uitval bij overgang van lucht naar water[45]

i	r	i/r	sin i / sin r
10	8	**1,25**	1,25
20	15,5	**1,29**	1,28
30	22,5	**1,33**	1,31
40	29	**1,38**	1,33
50	35	**1,43**	1,34
60	40,5	**1,48**	1,33
70	45,5	**1,54**	1,32
80	50	**1,60**	1,29

Tabel 2: hoek van inval en –uitval bij overgang van lucht naar glas[46]

i	r	i/r	sin i / sin r
10	7	**1,43**	1,42
20	13,5	**1,48**	1,47
30	19,5	**1,54**	1,50
40	25	**1,60**	1,52
50	30	**1,67**	1,53
60	34,5	**1,74**	1,53
70	38,5	**1,82**	1,51
80	42	**1,90**	1,47

[42] Hij lijkt er daarbij vanuit te gaan dat als de wiskunde klopt, de natuurkunde vast ook zal kloppen
[43] Lejeune, A.: L'optique de Claude Ptolemée, 1956
[44] Lejeune, A.: L'optique de Claude Ptolemée, p.224 (passage [3]), 1956
[45] Lejeune, A.: L'optique de Claude Ptolemée, p.229 (passage [11]), 1956
[46] Lejeune, A.: L'optique de Claude Ptolemée, p.234 (passage [18]), 1956

Tabel 3: hoek van inval en –uitval bij overgang van water naar glas[47]

i	r	i/r	sin i / sin r
10	9,5	**1,05**	1,05
20	18,5	**1,08**	1,08
30	27	**1,11**	1,10
40	35	**1,14**	1,12
50	42,5	**1,18**	1,13
60	49,5	**1,21**	1,14
70	56	**1,25**	1,13
80	62	**1,29**	1,12

Na het beschrijven deze experimenten en het geven van de resultaten geeft hij een aantal stellingen. Zo stelt hij dat de hoek van uitval groter is dan de hoek van inval als het medium van de hoek van uitval optisch minder dicht is (en ook het omgekeerde)[48]. Hij lijkt ook op zoek te zijn naar een bepaalde verhouding tussen de hoeken[49], maar komt mijns inziens niet tot een duidelijk resultaat. Hij bekijkt wel steeds het verschil tussen de hoeken en geeft bijvoorbeeld aan dat als de optische dichtheid van twee media dichter bij elkaar in de buurt komen, de grootte van de uitvallende hoek eveneens dichter bij de grootte van de invallende hoek in de buurt komt[50]. De verhouding van de hoeken komt voor kleine hoeken van inval en –uitval dicht in de buurt van de verhouding tussen de sinus van de twee hoeken. Dat komt natuurlijk doordat we de sinus van een getal kunnen benaderen door het getal zelf als het getal klein is.

Als we kijken naar de vierde kolom, de verhouding tussen de sinussen, dan zien we dat de verhoudingen voor grotere hoeken rond een bepaalde waarde lijken te schommelen. Als we dit vergelijken met de huidige bekende brekingsindices, dan zien we dat het verschil bij alle drie de overgangen pas in het tweede getal achter de komma naar voren komt. De resultaten van Ptolemaeus lijken dus goed overeen te komen met huidige (accurate) metingen.

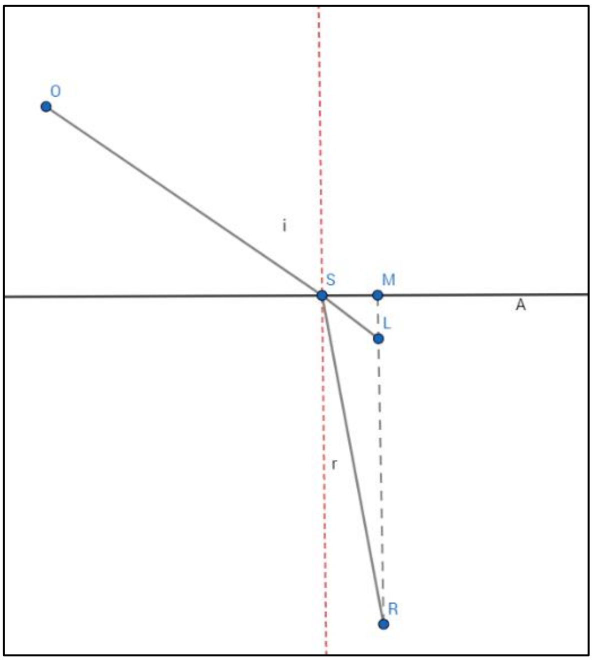
Tabel 4: brekingsindices[51]**:**

Lucht:	1	
Water:	1,333	
Glas:	1,510	
Lucht naar water:	1,333	*1,306 ± 0,004*
Lucht naar glas:	1,510	*1,494 ± 0,005*
Water naar glas:	1,133	*1,109 ± 0,004*

[47] Lejeune, A.: L'optique de Claude Ptolemée, p.236 (passage [21]), 1956
[48] Lejeune, A.: L'optique de Claude Ptolemée, p.239 (passage [26]) en p.242 (passage [31]), 1956
[49] Bijvoorbeeld in de volgende passage: Lejeune, A.: L'optique de Claude Ptolemée, p.243-245 (passages [32]-[34]), 1956
[50] Lejeune, A.: L'optique de Claude Ptolemée, p.234 (passage [18]), 1956
[51] Tweede kolom: Binas, Wolters-Noordhoff, tabel 18, 1986 (golflengte: 589 nm)
Derde kolom: gemiddelde van de verhoudingen van de sinussen per overgang (uit tabellen Ptolemaeus)

3.5 Procedure van Snellius

De procedure die Snellius gebruikte om 'zijn' refractiewet te aan te tonen is volgens Dr. D. Struik de volgende[52]: *"If the eye O (in the air) receives a light ray coming from a point R in a medium (for example, water) and refracted at S on the surface A of the medium, then O observes the point R as if it were at L on the line RM ⊥ surface A. Then SL:SR is constant for all rays. This agrees with the present formulation of the law, which states that sin r: sin i is constant, where i and r are the angles that OS and SR make with the normal to A at S."*. Dit verhaal vat ik samen in figuur 3:



Figuur 3: schets horend bij beschrijving D. Struik

Dit citaat in combinatie met figuur 3 gebruik in het volgende onderdeel om uitspraak 2 van Dr. Rashed te toetsen. Los van deze wiskundige benadering heeft Snellius zelf ook experimenten gedaan om refractie van lichtstralen te onderzoeken.

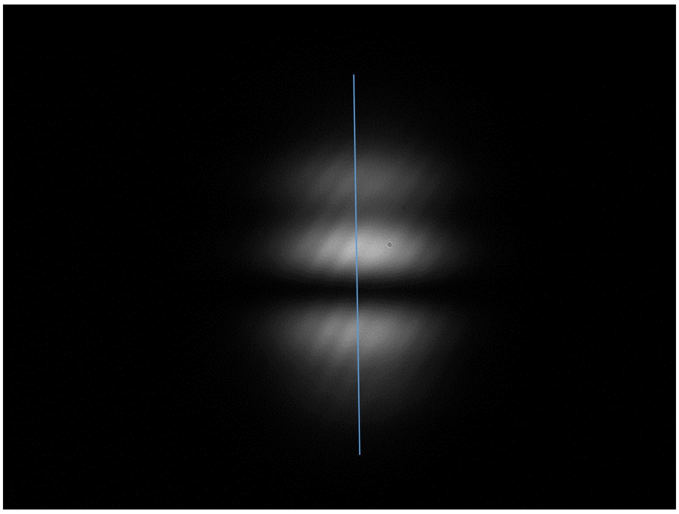
---

[52] Struik, D. J.: Complete Dictionary of Scientific Biography, Encyclopedia.com, 01-jan-2018. Volgende bron gebruiken om een beter (d.w.z. incl. bronnen en gedetailleerder) idee te krijgen van Snellius' werk:
Wreede, L. de: Willibrord Snellius: A Humanist Reshaping the Mathematical Sciences, proefschrift, Universiteit Utrecht, 2007 (beschikbaar via Igitur)

3'. Resultaten

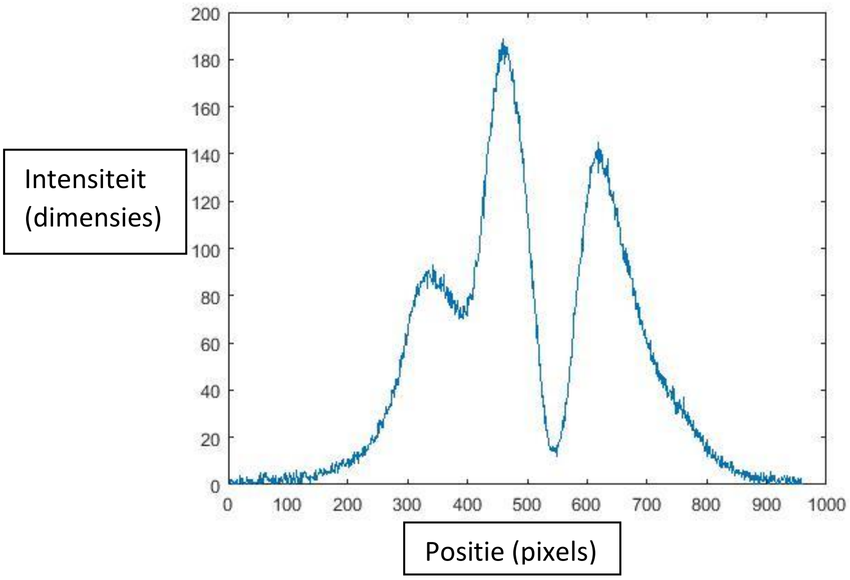
3'.1 Michaelson

Met de camera hebben we een foto gemaakt van het interferentiepatroon:



Figuur 5': interferentiepatroon Michelson. Blauwe lijn geeft de dwarsdoorsnede aan.

Vervolgens hebben we de intensiteit van de dwarsdoorsnede van figuur 5' geplot. Het resultaat ziet u in figuur 6':



Figuur 6': plot van intensiteit Michelson

De maxima en minima zijn (allen in pixels):

Max1=(344,93)
Max2=(461,189)
Max3=(619,145)

Min1=(388,70)
Min2=(550,12)

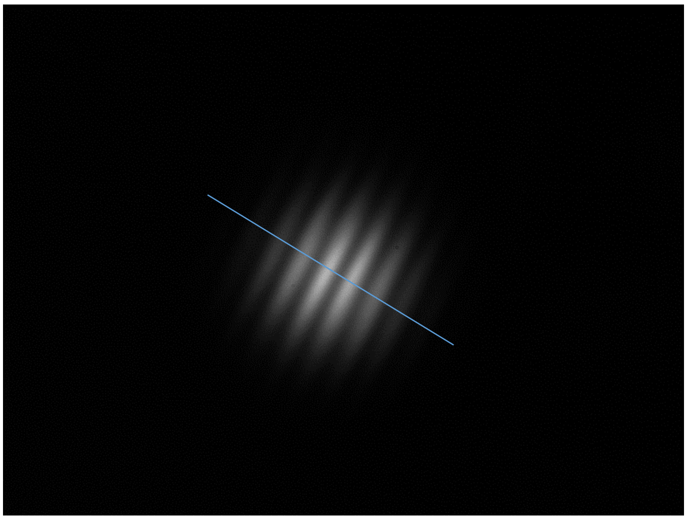
We waren geïnteresseerd in de visibiliteit en de magnificatie. Die bepalen we als volgt:

1. Visibiliteit:
   $$Visibiliteit = \frac{y(Max2)-y(Min2)}{y(Max2)+y(Min2)} = \frac{189-12}{189+12} = 0.881.$$
2. Magnificatie:
   $x(Max2) - x(Max1) = 461 - 344 = 117\, pixels$
   $x(Max\ 3) - x(Max2) = 619 - 461 = 158\, pixels$
   $117 * 3.75 = 438.750\, nm$
   $158 * 3.75 = 592.500\, nm$

3'.2 Mach-Zehnder

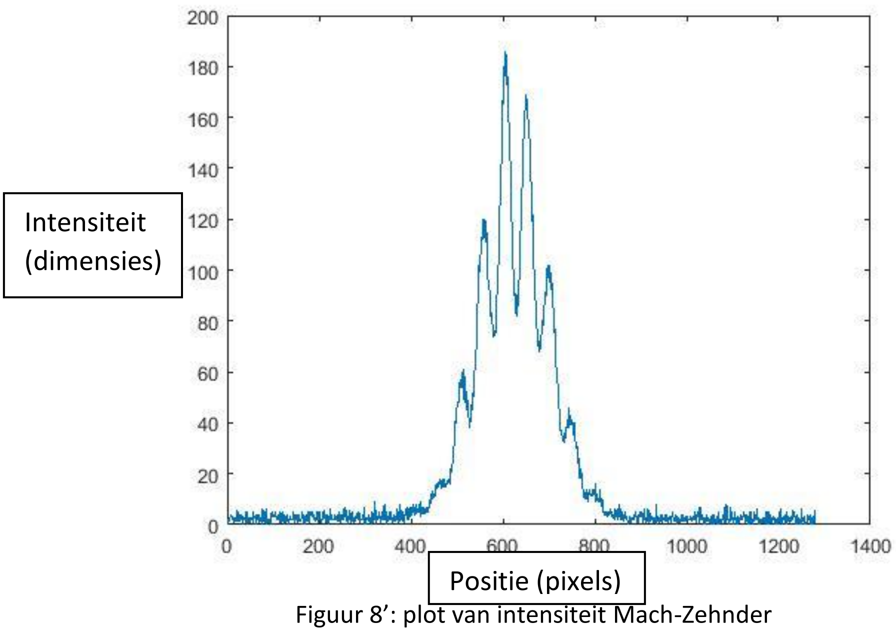
3'.2.1 Visibiliteit

Het interferentiepatroon dat we vinden ziet er voor de Mach-Zehnder interferometer zonder glazen prisma als volgt uit:



Figuur 7': interferentiepatroon Mach-Zehnder met dwarsdoorsnede

De plot van de dwarsdoorsnede van figuur 7' is in figuur 8' te vinden:



Figuur 8’: plot van intensiteit Mach-Zehnder

Uit figuur bepalen we numeriek:

Max1=(607,186)
Max2=(607,146)
Min=(734,32)

1. Visibiliteit:
   $Visibiliteit = \frac{y(Max)-y(Min)}{y(Max)+y(Min)} = \frac{186-32}{186+32} = 0.706.$

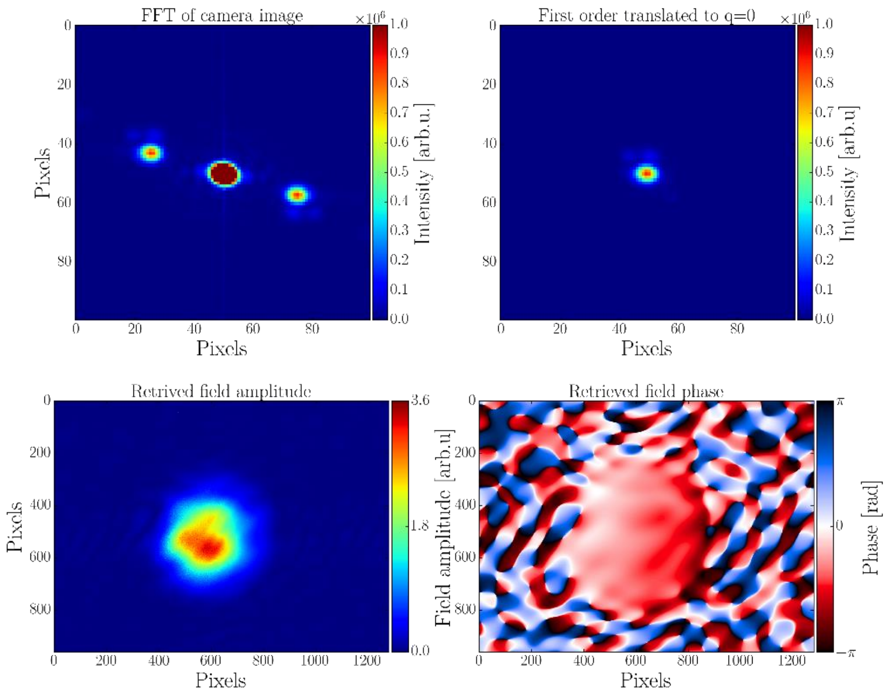
3’.2.2 Holografie en optische weglengte

1. In totaal heb ik zes metingen gedaan (bij zes verschuivingen). Tabel ziet er als volgt uit:

	Maximum 1	**Maximum 2**	**Maximum 3**	**Maximum 4**
1	(566,99)	(610,148)	(654,164)	(701,127)
2	(573,101)	(617,146)	(660,161)	(702,134)
3	(587,116)	(627,164)	(666,173)	(706,122)
4	(587,119)	(627,167)	(666,173)	(712,127)
5	(592,123)	(632,174)	(672,173)	(715,124)
6	(601,130)	(644,164)	(668,155)	(726,108)

Nu pak ik het gemiddelde van het verschil tussen max1 en max2, vervolgens voor max2 en max 3 en tot slot voor max3 en max4. Dit doe ik voor elke foto (1 t/m 6) en neem daar ook weer het gemiddelde van, dan vind ik de waarde *42*. *42* correspondeert dan met de golflengte van het licht, *633 nm*.
Vervolgens neem ik de gemiddelde verplaatsing van elk van de vier maxima (ik vergelijk de positie van het maximum op elke foto). De vier gemiddelde waardes middel ik dan ook weer en dan vind ik de waarde: *5.4*. Deze waarde noemen we het verschil in optische padlengte, ΔL. Daar *42* correspondeert met *633 nm*, vinden we het volgende resultaat: $\Delta L = 81.39\ nm$.

2. Door het uitvoeren van de Fouriertransformaties zoals eerder beschreven vinden we de volgende figuren:



Figuur 9’: reconstructie originele veld d.m.v. holografie

In figuur 9’ zien we dus een reconstructie van het veld.

4. Discussie

De belangrijkste bronnen die ik tijdens dit onderzoek heb gebruikt zijn de volgende:

- The Treatise On Burning Instruments, werk van Ibn Sahl
- Geometry and Dioptrics in Classical Islam, werk van Dr. Rashed
- Vijfde boek uit Optica, werk van Ptolemaeus
- L'optique de Claude Ptolémée, werk van Lejeune

Waarbij het werk van Ibn Sahl bevat is in het werk van Dr. Rashed en het werk van Ptolemaeus is bevat in dat van Lejeune. Hier zal ik eerst de resultaten uit het werk van Ibn Sahl bespreken. Vervolgens zal ik mijn visie over het ontdekken van natuurkundige wetten bespreken. Tot slot zal ik mijn bronnen toetsen en in samenhang bespreken.

Tijdens het uitwerken van deze onderdelen zal ik steeds refereren aan de resultaten die ik eerder in deze scriptie heb gepresenteerd. In de conclusie zal ik me bij het formuleren van een antwoord op de onderzoeksvraag baseren op de besproken punten in de *Discussie*.

4.1 Ibn Sahl's resultaten; impliciet en expliciet

Tijdens het geven van de resultaten van mijn onderzoek ben ik al voor een groot deel ingegaan op het wel of niet herkennen van de refractiewet in zijn tekst. Het is goed om twee zaken van elkaar te onderscheiden: de dingen die Ibn Sahl expliciet heeft opgeschreven en de dingen die wij daaruit afleiden. De vraag is namelijk of Ibn Sahl dat wat wij nu kunnen afleiden uit zijn teksten, daadwerkelijk bedoelde.

Expliciet geeft Ibn Sahl aan dat hij de overgang van een lichtstraal die uit een kristal in lucht komt bekijkt. Het is ook duidelijk dat de lichtstraal buigt. De eisen die Ibn Sahl stelt aan zijn tekening zorgen er ook voor dat de lichtstraal van de normaal afbuigt. Dit benoemt hij echter niet op deze manier, maar hij schept er wel de voorwaarde voor. Hij stelt verder dat *CE* kleiner is dan *CH*[53].

Door de voorwaarden die Ibn Sahl schept bij de constructie van figuur 2, komt er een aantal impliciete resultaten bij. Zo heb ik al eerder genoemd dat de ratio $\frac{CE}{CH}$ equivalent is aan de ratio $\frac{\sin i}{\sin r}$. Tevens heb ik aangegeven dat volgens de natuur deze ratio's constant moeten zijn voor een gegeven kristal. Doordat de figuur van Ibn Sahl alleen afhangt van de hoek van inval en –uitval (*i* en *r* respectievelijk), volgt het constant zijn van deze ratio's ook uit de figuur van Ibn Sahl.

Laten we op dit punt kijken naar de werkwijze van Snellius zelf[54]. Volgens Dr. Struik stelde Snellius het volgende: *"Then SL:SR is constant for all rays."*[55]. Als we de bijbehorende schets bekijken is de verhouding $\frac{SL}{SR}$ equivalent aan $\frac{CE}{CH}$. Ook Snellius volgde dus een geometrische manier van bewijzen. Er zijn echter twee grote verschillen tussen de aanpak van Snellius en Ibn Sahl: Snellius deed zelf ook experimenten en Snellius benoemt expliciet dat de genoemde verhouding constant is. Ibn Sahl was zoals eerder aangegeven op de hoogte van de experimenten die Ptolemaeus lang voor hem gedaan had en kende hier de resultaten ook van. Het is dus mogelijk dat Ibn Sahl zich op deze resultaten heeft gebaseerd en zelf dus geen experimenten heeft gedaan. Ibn Sahl was vooral een wiskundige, experimenteren deed hij zelf niet. Daarnaast volgt uit de manier waarop hij zijn figuren construeert

[53] *Resultaten -> Werk van Ibn Sahl -> Vertaling van de Arabische tekst*. Hiermee zijn uitspraak 3, 4, 5, 6, 7 en 9 van Dr. Rashed (*Commentaar van Dr. Rashed*) aangetoond
[54] Zie *Resultaten -> Commentaar van Dr. Rashed*
[55] Voor het complete citaat, zie verwijzing in voetnoot 47

dat de genoemde verhouding wel constant moet zijn. Met de informatie die we uit zijn geschreven werk kunnen halen is echter niet vast te stellen dat hij zich hiervan bewust was.
De componenten die hij hoogstwaarschijnlijk van Ptolemaeus heeft ontleend (lichtstraal breekt van de normaal af als hij overgaat naar een optisch minder dicht medium) benoemt hij eveneens niet specifiek. Ook dit valt weer uit zijn tekst en figuur te halen, maar hij becommentarieert dat niet op die manier. Als Ibn Sahl op de hoogte was geweest van bovenstaande afleidingen uit zijn tekst, dan zouden uitspraken 2 en 10[56] van Dr. Rashed ook bewezen zijn.

Hetgeen Ibn Sahl wel weer expliciet heeft genoteerd is dat de legende van Archimedes (die natuurkundig van aard is) zijn vertrekpunt in dit onderzoek is geweest. Hij noemt daarbij dat hij zich heeft verdiept in het werk van de ‘ouden’. De kans is dus groot dat hij de stellingen en experimenten van Ptolemaeus heeft gebruikt, maar, zoals reeds gezegd, benoemt hij deze componenten niet specifiek. Een ander argument voor de aanname dat Ibn Sahl zich beroept op de natuurkunde van Ptolemaeus is zijn tekening. Een wiskundige die niets met natuurkunde te maken zou hebben, zou lijn *CE* waarschijnlijk op verschillende manieren tekenen. Een van die manieren zou een breking richting de normaal zijn; wat in deze natuurkundige context niet juist zou zijn. Ondanks dat Ibn Sahl dit niet benoemt, hanteert hij dit natuurkundige gegeven wel op de juiste manier. Daar dit met zijn voorkennis op dat moment niet mogelijk was om dit wiskundig af te leiden, wordt de kans alleen maar groter dat hij zich toch wel op natuurkundige verschijnselen, beschreven door Ptolemaeus, baseert.

4.2 De wetenschappelijke methode

In de hedendaagse wetenschap kennen we de wetenschappelijke methode als uitgangspunt bij het onderzoek doen. Een van de belangrijkste onderdelen van deze methode is de toetsing van het onderzoek. In het geval van Ibn Sahl is er een wiskundig model gemaakt van een natuurkundig verschijnsel. Dit wiskundige model heeft hij echter niet getoetst door waarnemingen en/of experimenten te doen. Daarbij komt dat dit achteraf ook niet is gedaan door andere wetenschappers. Met de historische context in het achterhoofd is het uiteraard logisch dat dit niet snel door anderen gebeurde: het delen van wetenschappelijk werk ging via bibliotheken en voordat het werk internationaal gedeeld kon worden was er al veel tijd overheen gegaan.

Door het werk van Ibn Sahl in die context te plaatsen valt er wat voor te zeggen dat deze toetsing door middel van experimenten ontbreekt. Het is namelijk mogelijk dat als deze toetsing door derden makkelijker was geweest, er in de tijd van- en kort na Ibn Sahl een concrete formulering van de wet van Snellius bekend zou zijn. Zelf denk ik dat een natuurkundig(e) principe (wet) pas bewezen is als deze ook getoetst is aan de hand van experimenten. Ik zeg dus dat Ibn Sahl de wet van Snellius niet als eerste heeft ontdekt. Er valt wat voor te zeggen dat eventuele ontdekkingen in de juiste historische context geplaatst moeten worden, om een uitspraak te kunnen doen over het wel of niet ontdekken van de wet. In het geval van Ibn Sahl is deze context dat toetsing door derden beperkt werd door de trage verspreiding van wetenschappelijk onderzoek en de geringe interesse/kennis in optica –in het bijzonder refractie. Het blijft gissen, maar met de gevonden resultaten en deze context schat ik de kans groot in dat als het werk van Ibn Sahl bekender was geweest, dit getoetst zou worden en vervolgens de eerste “ontdekking” van de wet van Snellius tot gevolg zou hebben.

Binnen de natuurkunde zijn drie waarheidstheorieën te onderscheiden[57]: de correspondentie-, coherentie- en pragmatische theorie. De correspondentietheorie gaat uit van de correspondentie tussen een uitspraak en de fysische werkelijkheid. Binnen de coherentietheorie is iets ‘waar’ als dat

[56] Zie voetnoot 46
[57] Dieks, D.: Inleiding in de grondslagen van de natuurkunde, pp. 1-4, 1997

gebaseerd is op een coherente structuur van uitspraken in een groter geheel. Binnen de wiskunde zijn er bijvoorbeeld veel theorieën die zich perfect lenen voor deze theorie. Als laatste is er ook nog de pragmatische theorie. Deze theorie neemt iets als waarheid aan als dat het praktisch nut dient.

Het werk van Ibn Sahl over refractie zou volgens de coherentietheorie prima bewijzen dat hij de eerste was die de refractiewet heeft 'ontdekt'. Zoals eerder gezegd vind ik toetsing door het uitvoeren van experimenten en/of doen van observaties onmisbaar voor een natuurkundige theorie. De (coherente) wiskundige basis vind ik eveneens belangrijk, dus ik sluit mij meer aan bij de correspondentietheorie dan bij de coherentietheorie.

Verder is een belangrijke opmerking dat als we ervan uit mogen gaan dat hij zich beroept op de resultaten van Ptolemaeus, die overigens goed overeenkomen met hedendaagse resultaten[58], dan kunnen we stellen dat zijn werkwijze niet louter geometrisch van aard is, maar juist vanuit experimenteel onderzoek vertrekt. In dit geval zou de werkwijze van Ibn Sahl al meer binnen de correspondentietheorie vallen. Als we er dan ook nog van uit mogen gaan dat Ibn Sahl zich bewust was van de constante ratio, dan is er meer fundering om te stellen dat Ibn Sahl de eerste was die de refractiewet, die we nu aan Snellius toeschrijven, heeft ontdekt.

4.3 Toetsing bronnen

Dr. Rashed is zelf degene geweest die de verschillende stukken van Ibn Sahl's werk bij elkaar heeft gezocht en hier een analyse over heeft geschreven. Daarnaast heeft hij de teksten van Ibn Sahl vertaald en nadien geïnterpreteerd. Er is naast Dr. Rashed nog geen wetenschapshistoricus geweest die de teksten van Ibn Sahl uitgebreid heeft geanalyseerd; bronnen op het internet verwijzen dan ook alleen maar naar de analyse van Dr. Rashed als het gaat om Ibn Sahl's werk. Dit is voor mij reden geweest extra voorzichtig te zijn met het lezen van Dr. Rashed's werk. Ik heb met name de passages over refractie kritisch doorgenomen. Zo vind ik dat hij in zijn analyse (te) snel conclusies trekt als het gaat om de aanwezigheid van de refractiewet in het werk van Ibn Sahl. Hij doet voorkomen alsof de conclusies die wij met onze huidige kennis gemakkelijk kunnen trekken, bekend waren voor Ibn Sahl. Waar hij een aantal elementen uit het werk van Ibn Sahl uitgebreid belicht, gaat hij heel snel over het resultaat heen dat de belangrijkste verhouding, die tussen *CE* en *CH* (figuur 2), constant zou zijn. Deze verhouding is dermate belangrijk, omdat dit de refractiewet initieert. Hier zou in mijn ogen dus meer aandacht aan besteed mogen worden dan Dr. Rashed in zijn werk heeft gedaan. Duidelijk is dus dat de resultaten van Dr. Rashed niet zomaar geschikt zijn voor dit onderzoek; de uiteindelijke conclusie trek ik dan ook op basis van resultaten die ik direct uit de tekst van Ibn Sahl haal. De conclusie is dus gebaseerd op de primaire bron.

Los van zijn analyse aangaande Ibn Sahl's werk, heeft Dr. Rashed natuurlijk de volledige vertaling van zijn werk verzorgd. Deze vertaling heb ik op bepaalde punten getracht te controleren door zelf de Arabische tekst te begrijpen. Een deel hiervan heb ik reeds gepresenteerd in mijn resultaten. Al met al kan ik hierover zeggen dat zijn vertaling consistent lijkt en dat er, op het gebied van refractie, geen fundamentele afwijkingen zijn tussen zijn vertaling en de oorspronkelijke tekst.

De vertaling van Lejeune van het vijfde boek uit het werk van Ptolemaeus heb ik gebruikt voor het vinden van de refractietabellen en het handjevol stellingen dat Ptolemaeus op basis hiervan heeft geformuleerd. De analyse van Lejeune heb ik dan ook niet gebruikt. Lejeune heeft zijn Franse vertaling gebaseerd op de Latijnse vertaling van Emir Eugene de Sicile, die op zijn beurt zijn vertaling baseerde op een Arabische vertaling van het oorspronkelijk Griekse werk. De kans is dus niet verwaarloosbaar dat er delen uit het oorspronkelijke werk zijn verloren en/of verkeerd vertaald zijn.

---

[58] *3.4 Werk van* Ptolemaeus

Hier heb ik mij tijdens dit onderzoek niet mee beziggehouden en ik ben uitgegaan van de vertaling van Lejeune.

4'. Discussie

Uit mijn experiment blijkt dat de visibiliteit bij de Michelson interferometer hoger is dan die bij de Mach-Zehnder interferometer: *0.881* en *0.706* respectievelijk. Een verschil van *0.175* dus. De zichtbaarheid neemt af op het moment dat een lichtgolf interfereert met een andere. Ik had dus al kunnen verwachten dat de visibiliteit bij de Mach-Zehnder, waar de lichtgolf verdeeld wordt in meerdere lichtgolven die uiteindelijk weer samenkomen, lager zou zijn dan die bij de Michelson. Deze verwachting is dan kwalitatief van aard. Na dit experiment kan ik deze verwachting kwantificeren en wel met het verschil van *0.175*. Ook hier bestaat de kans dat bij het uitvoeren van meerdere metingen (eventueel met het variëren van de vrijheidsgraden) nauwkeurigere resultaten kunnen worden gevonden.

Voor het bepalen van het verschil in optische weglengte heb ik in totaal vijf foto's genomen. Wat mij is opgevallen dat er tussen twee of drie foto's enig patroon te herkennen was, maar dat vaak een foto (vaak de vierde) roet in het eten gooide. Achteraf denk ik dat het beter was geweest om voor meer verplaatsingen foto's te nemen. Op die manier had ik een soliedere uitspraak kunnen doen over het wel/niet valide zijn van de vierde foto. Ondanks dat denk ik dat door het analyseren van maar liefst vier maxima, ik wel genoeg datapunten heb verzameld om een valide uitspraak te kunnen doen over het verschil in optische weglengte, ΔL.

Waar ik wel meer aandacht aan had kunnen besteden is de opstelling van het experiment. De afstanden tussen de spiegels en de bundelsplitsers waren niet precies gelijk aan elkaar. Hierdoor leggen de golven niet precies dezelfde afstand af alvorens ze bij de tweede bundelsplitser aankomen. Het is mogelijk dat dit deficiënties veroorzaakt in het resultaat. Dit hangt af van de coherentielengte van de lichtbron, in dit geval de Helium-Neon laser. Deze coherentielengte is grofweg gedefinieerd als het pad lengte verschil waarvoor de lichtbron nog goede interferentie oplevert. Aangezien een Helium-Neon een hoge coherentielengte heeft valt dat in dit experiment dus wel mee, maar dit zou nog onderzocht kunnen worden.

Bovenstaande potentiële onnauwkeurigheden hebben uiteraard ook invloed op het reconstrueren van het originele veld d.m.v. holografie. De reconstructie die ik holografisch heb kunnen vinden laten een goed beeld zien van het veld.

5. Conclusie

Tijdens dit onderzoek is duidelijk geworden dat het wel of niet bekend veronderstellen van de refractiewet bij Ibn Sahl afhangt van welke aannames er gemaakt worden. Deze aannames heb ik tijdens de discussie uitgebreid besproken. Het antwoord op de onderzoeksvraag: *"komt de wet van Snellius voor in het werk van Ibn Sahl en zo ja, herkent Ibn Sahl die ook als zodanig?"*, hangt dus af van de aannames die gemaakt worden. Om mijn onderzoek kort en krachtig te concluderen geef ik het volgende antwoord:

Het antwoord op het eerste deel van de vraag is duidelijk, dat is namelijk 'ja'. In figuur 2 is de wet van Snellius te herkennen. Het antwoord op het tweede deel is, zoals in de discussie beargumenteerd, nee. Het werk van Ibn Sahl voldoet –volgens de correspondentietheorie– niet aan de eisen voor het formuleren van een natuurkundige wet. Toetsing aan de fysische werkelijkheid ontbreekt, waardoor zijn werk zuiver wiskundig van aard is.

Verder onderzoek hieromtrent zou zich kunnen richten op een van de volgende onderwerpen:

1. Grondiger onderzoek naar de eisen van het ontdekken van natuurkundige wetten. Dit onderzoek zou dan vanuit de grondslagen van de natuurkunde gedaan kunnen worden. Door dit in een historische context te plaatsen zou eveneens duidelijk kunnen worden hoe mensen daar in een bepaalde tijd over dachten. Zo kan duidelijker waarom de wetenschapper op een bepaalde manier redeneert. In de discussie heb ik het al even gehad over de wetenschappelijke methode zoals wij die nu kennen. Door het onderzoek van Ibn Sahl in de toenmalige tijdgeest te bekijken zijn er misschien andere conclusies te trekken aan mijn onderzoek. Iemand met een andere visie zou, zoals ik mijn eigen conclusie heb aangegeven, een andere mening kunnen hebben.
Snellius heeft de refractiewet bijvoorbeeld getoetst door het uitvoeren van metingen. Iemand die de refractiewet aan Snellius zou toeschrijven, zou er moeite mee kunnen hebben om die aan Ibn Sahl toe te schrijven, omdat diegene het belangrijk vindt dat een natuurkundig(e) principe (wet) experimenteel getoetst wordt alvorens dit als bewezen wordt verondersteld.
Verder is het werk van Ibn Sahl beschouwend te noemen: de natuurkundige verschijnselen die hij opmerkt dan wel wiskundig analyseert probeert hij verder niet te verklaren. Daar we in de natuurkunde constant geïnteresseerd zijn in de verklaring van natuurverschijnselen, zou dit een reden kunnen zijn om het werk van Ibn Sahl niet natuurkundig te noemen. Het zou dan tussen de natuur- en wiskunde in zitten.
Werken van Isaac Newton (1642-1726/7) zouden hier interessant kunnen zijn voor een vergelijking. Newton trachtte namelijk wél de verschijnselen te verklaren. Wiskundige modellen die hij ontwikkelde gebruikte hij dan ook om 'het gedrag van de natuur' te verklaren. De interessante overeenkomst tussen Ibn Sahl en Newton is dat zij allebei wiskundig ingesteld waren. Bepaalde resultaten van Newton worden echter als puur natuurkundig beschouwd: een interessante vergelijking dus.

2. De wetenschapstraditie in de tijd tussen Ibn Sahl en Snellius op het gebied van optica: zijn er andere wetenschappers die het werk van Ibn Sahl gebruikt hebben? Werken van Ibn Al-Haythem zouden bijvoorbeeld bestudeerd kunnen worden. Hij heeft het werk van Ibn Sahl namelijk gebruikt in zijn eigen werk. Misschien geeft hij een goede analyse van het werk van Ibn Sahl.
Daarnaast is er wellicht nog een wetenschapper die de wet van Snellius bewezen en/of toegepast heeft. De mogelijkheid bestaat dat er wetenschappers geweest zijn die bijvoorbeeld de experimenten van Ptolemaeus hebben herhaald;

3. Onderzoek naar de koppeling tussen wiskundige (geometrische) optica en natuurkunde, los van de wet van Snellius. Er kunnen andere voorbeelden zijn van, op het oog, natuurkundig onderzoek waarbij een louter wiskundige verwerking gedaan wordt. Mocht er een algemenere uitspraak komen over deze dualiteit, dan zou dat kunnen bijdragen aan een betere conclusie voor mijn onderzoek;

4. In mijn onderzoek heb ik niet het volledige werk van Ibn Sahl bestudeerd. Een globale analyse heb ik wel gedaan, maar het kan interessant zijn om meer componenten van zijn werk te bestuderen. Wellicht zijn er meer verschijnselen die hij wiskundig analyseert en wij, met de kennis van nu, daar huidige resultaten in kunnen herkennen. Door zijn gehele werk te bestuderen kunnen we wellicht meer leren over zijn werkwijze. Dat kan helpen bij verder onderzoek naar specifieke delen van zijn werk.

6. Bronnen en referenties

1. Jan P. Hogendijk van het Departement wiskunde, Universiteit Utrecht
2. Hogendijk, J.P.: 4000 jaar wiskunde, De Vakidioot, 1996-7 no. 1, pp. 6-8
3. Craats, J. van de: Babylonisch rekenen, Euclides, januari 2005
4. Gutas, D.: Greek Thought Arabic Culture, 1998
5. Al-Khalili, J.: The House of Wisdom, p. 152-163, 2011
6. Lejeune, A.: L'optique de Claude Ptolemée, 1956
7. Rashed, R.: Geometry and Dioptrics in Classical Islam, 2005
8. Ibn Sahl: The Treatise on Burning Instruments, Geometry and Dioptrics in Classical Islam, p.87-154, 2005
9. Ibn Sahl: Proof that the Celestial Sphere is not of Extreme Transparency, Geometry and Dioptrics in Classical Islam, p.156-160, 2005
10. Struik, D. J.: Complete Dictionary of Scientific Biography, Encyclopedia.com, 01-jan-2018
11. Hogendijk, J.P., Sabra, A. I.: The Enterprise of Science in Islam, 2003
12. Struik, D. J.: Geschiedenis van de wiskunde, 2001 (vierde druk)
13. Binas, Wolters-Noordhoff, tabel 18, 1986
14. Wreede, L. de: Willibrord Snellius: A Humanist Reshaping the Mathematical Sciences, proefschrift, Universiteit Utrecht, 2007 (beschikbaar via Igitur)
15. Dieks, D.: Inleiding in de grondslagen van de natuurkunde, pp. 1-4, 1997
16. Hecht, E.: Optics, Addison-Wesley, 1998 (derde druk)