

UNIVERSITEIT UTRECHT

FACULTEIT GEESTESWETENSCHAPPEN

KUNSTMATIGE INTELLIGENTIE

---

# Samenwerking in een continue Snowdrift Game in de ruimte

---

*Auteur:*  
Stephan VERWIJMEREN

*Begeleider:*  
Dr. Gerard VREESWIJK

May 8, 2019



**Universiteit Utrecht**

### **Abstract**

Het begrijpen van het ontstaan en behoud van samenwerking door natuurlijke selectie is een fundamenteel probleem in de biologie en de sociale wetenschappen. Bij het vormen van theoriën voor dit fenomeen speelt de speltheorie een belangrijke rol. Een van de bekendste spelen uit de speltheorie, het Prisoner's Dilemma, wordt hier vaak voor gebruikt. Door het discrete Prisoner's Dilemma in de ruimte te laten spelen is er een verklaring dat ruimtelijke structuren samenwerking bevorderen. Om een betere theorie te krijgen die meer slaat op de werkelijkheid is het continue Prisoner's Dilemma gebruikt. Hierin zijn gradaties van samenwerking mogelijk i.p.v. alles of niets zoals in de discrete variant. De Snowdrift Game is een ander spel uit de speltheorie die andere eigenschappen heeft dan het Prisoner's Dilemma maar ook gebruikt wordt om samenwerking te verklaren. Hier is een model van de continue Snowdrift Game in de ruimte gedefinieerd. Met simulaties van dit model is geprobeerd de gemiddelde samenwerking te meten.

## Contents

1	Inleiding	3
2	Het model van Killingback et al.	4
3	De continue Snowdrift Game	6
4	Het gecombineerde model	8
5	Methode	9
6	Resultaten	11
7	Discussie	14
8	Bibliografie	17
9	Appendix	18

# 1 Inleiding

In de speltheorie worden strategische interacties tussen tussen rationele beslis-sers gemodelleerd. In verschillende wetenschappelijke vakgebieden zoals economie, biologie en computertechnologie wordt speltheorie toegepast. In de economie wordt het gebruikt omdat veel situaties in de economie gezien kunnen worden als een spel. In de biologie wordt de speltheorie gebruikt om evolutionaire scenario's te modelleren om verschillende fenomenen te begrijpen.

Een van de bekendste spelen uit de speltheorie is het Prisoner's Dilemma. Dit is een twee-speler spel waar spelers de keuze hebben uit twee acties, samenwerken of niet samenwerken. De combinatie van hun acties leidt tot een bepaalde uitbetaling die de spelers proberen te maximaliseren. Dit spel wordt gebruikt om samenwerking in sociale dilemma's te begrijpen. Ook wordt dit spel veel door biologen gebruikt om het ontstaan van altruïstisch of samenwerkend gedrag in een biologisch systeem met egoïstische individuen te begrijpen. Het begrijpen van het ontstaan van samenwerkend gedrag is een fundamenteel probleem in de evolutionaire biologie[1, 2]. Het Prisoner's Dilemma is gebruikt omdat niet samenwerken in het Prisoner's Dilemma de dominante strategie is, maar wanneer beide spelers wel samenwerken er een betere opbrengst wordt bereikt dan wanneer er door beide spelers niet samengewerkt wordt, zie de uitbetalingsmatrix in Figure 1. Dit heeft betrekking op verschillende situaties in de evolutionaire biologie.

		Speler 2	
		C	D
Speler 1	C	3,3	5,0
	D	5,0	1,1

Figure 1: Uitbetalingsmatrix Prisoner's Dilemma. Spelers kunnen twee acties doen, samenwerken(cooperate, C) of niet-samenwerken(defect, D). De beloning voor speler 1 is het eerste getal in een cell, voor speler 2 het tweede getal.

Een ander spel uit de speltheorie wat ook gebruikt wordt om samenwerkend gedrag te verklaren is de Snowdrift Game of Chicken Game. Hier is niet samenwerken niet de dominante strategie zoals bij het Prisoner's Dilemma. Niet samenwerken is hier alleen goed als de tegenstander wel samenwerkt. De Snowdrift Game beschrijft situaties waar individuen zelf ook profiteren van samenwerken en niet alleen de tegenstander zoals bij het Prisoner's Dilemma. Ook dit heeft weer betrekking op verschillende situaties in de evolutionaire biologie.

In Nowak & May[3] is het Prisoner's Dilemma gegeneraliseerd naar de ruimte om een verklaring te geven voor samenwerkend gedrag. Ruimtelijke structuur bevorderde de samenwerking. In dit model was de uitbetaling voor spelers discreet. Volgens Killingback *et al.*[4] is het evolutionair gezien aannemelijker dat er verschillende gradatie van samenwerking is van individuen. Ook kun je

met een continu model de geleidelijke evolutie van samenwerking in een systeem bestuderen vanaf niveaus van heel weinig samenwerking. Daarom hebben zij het Prisoner's Dilemma gegeneraliseerd naar een continu Prisoner's Dilemma met continue uitbetalingen voor individuen die afhangen van variabele investeringen die de individuen doen. De grootte van de investering kan dan gezien worden als de gradatie van samenwerking. Dit continue Prisoner's Dilemma hebben zij dan weer gegeneraliseerd naar de ruimte. In Fu *et al.*[5] zijn het Prisoner's Dilemma en de Snowdrift Game gegeneraliseerd naar de ruimte. Ruimtelijke structuur kon de samenwerking in de Snowdrift Game zowel bevorderen als remmen. In Doebeli *et al.*[6] is de Snowdrift Game gegeneraliseerd naar een continue Snowdrift Game.

De vraag die ik wil beantwoorden is of er samenwerking ontstaat in een continue Snowdrift Game in de ruimte en of deze behouden wordt, en als er samenwerking is in watvoor gradatie die samenwerking er is. Met het antwoord op deze vraag hoop ik bij te dragen aan het dilemma van het verklaren van het ontstaan en behoud van samenwerking in systemen. Deze vraag wordt beantwoord door een model te definiëren gebaseerd op de modellen van Killingback *et al.*[4] en Doebeli *et al.*[6]. Dit model wordt dan gesimuleerd om de samenwerking in het model te meten voor verschillende omstandigheden. Ik denk dat er samenwerking zal ontstaan in de continue Snowdrift Game in de ruimte en dat deze ook behouden zal worden. Ik denk dit omdat in de discrete Snowdrift Game in de ruimte[5] en in de continue Snowdrift Game met willekeurige interacties[6] er ook samenwerking ontstaat en behouden wordt. Ik denk dat de gradatie sterk zal afhangen van de gekozen variabelen en dat deze voor verschillende variabelen erg zal verschillen. Dit denk ik omdat het minimaal aanpassen van de kosten-batenvariabele in een discrete Snowdrift Game de samenwerking in de populatie erg beïnvloedde[5]. In de continue Snowdrift Game met willekeurige interacties was het zo dat het aanpassen van de variabelen voor de kosten- en batenfuncties de samenwerking in de populaties ook sterk beïnvloedde.

De tekst begint met het model van Killingback *et al.*[4] te beschrijven. Dan bekijken we de Snowdrift Game zoals gebruikt in andere werken en beschrijven we de continue Snowdrift Game. Hierna wordt met de kennis van het model van Killingback *et al.*[4] en het model van Doebeli *et al.*[6] een nieuw model beschreven. Dit model is het model van de continue Snowdrift Game in de ruimte. In de methode wordt dan de simulatie van ons model beschreven met de gekozen variabelen. Hierna worden de resultaten gepresenteerd. Tenslotte eindigen we met een discussie.

## 2 Het model van Killingback *et al.*

In deze sectie wordt het model van Killingback *et al.*[4] van het continue Prisoner's Dilemma op een rooster beschreven. Hierop zullen we ons model van de continue Snowdrift Game op een rooster baseren. Zij hebben het Prisoner's

Dilemma gegeneraliseerd naar een continue Prisoner's Dilemma en dit dan nog gegeneraliseerd naar de ruimte, op een rooster. Door de generalisatie van een discreet naar een continu Prisoner's Dilemma waren zij in staat om de geleidelijke evolutie van samenwerking vanuit een toestand met weinig samenwerking te bestuderen, wat een aannemelijk evolutionair scenario is, in plaats van een scenario zoals in het model van Nowak & May[3] waarbij initialisatie al een proportie van de populatie moet samenwerken. Een ruimtelijke structuur zou samenwerking bevorderen en behouden. Dit kan een verklaring geven voor samenwerking in evolutionaire biologische systemen aangezien deze zich vaak in ruimtelijke structuren bevinden[4]. We beschrijven nu eerst het continue Prisoner's Dilemma en hierna de generalisatie naar de ruimte.

Spelers doen in dit model een investering  $I$ . Een speler zijn investering  $I$  kun je zien als zijn strategie i.p.v. de strategieën samenwerken en niet-samenwerken zoals in het discrete Prisoner's Dilemma. De investering  $I$  is een reëel getal tussen de 0 en 1. De fitness van een investeerder wordt verlaagd door kostenfunctie  $C(I)$ , waar  $I$  voor de kostenfunctie de eigen investering is, en verhoogt door een batenfunctie  $B(I)$ , waar  $I$  voor de batenfunctie een investering van een ander is. De kosten- en batenfuncties die gebruikt zijn door Killingback *et al.* zijn

$$B(I) = B_0 * (1 - \exp(-B_1 * I)) \quad (1)$$

$$C(I) = C_0 * I \quad (2)$$

met  $B_0 = 8$ ,  $B_1 = 1$  en  $C_0 = 0.7$ .

Stel nu dat twee individuen tegen elkaar spelen, individu  $X$  investeert  $I_1$  en individu  $Y$  investeert  $I_2$ , dan zal de uitbetaling voor individu  $X$  zijn zoals in vergelijking (3) en de uitbetaling voor  $Y$  zoals in vergelijking (4).

$$S(I_1, I_2) = B(I_2) - C(I_1) \quad (3)$$

$$S(I_2, I_1) = B(I_1) - C(I_2) \quad (4)$$

Voor investeringen tussen nul en limiet  $I_{max}$  geldt  $B(I) > C(I)$ . Dit is noodzakelijk omdat als een individu een investering  $I > 0$  doet zijn fitness zou verlagen. Hierdoor zou samenwerking niet evolueren omdat het niet voordelig is om iets te investeren. Stel we hebben investeringen  $I_1 < I_2 < I_M$ ,  $I_M$  maximaliseert  $B(I) - C(I)$ , dan geldt de volgende vergelijking

$$S(I_1, I_2) > S(I_2, I_2) > S(I_1, I_1) > S(I_2, I_1) \quad (5)$$

Omdat een hogere investering als een actie van samenwerking kan worden gezien, dan kan in dit geval  $I_2$  als samenwerken (C) worden gezien en  $I_1$  als niet samenwerken (D). De voordeligheid van de actieprofielen van een speler zijn dan als volgt

$$D, C > C, C > D, D > C, D \quad (6)$$

Voor spellen in de speltheorie wordt de volgende gegeneraliseerde actiematrix aangehouden met mogelijke acties samenwerken(C) en niet-samenwerken(D).

$$\begin{array}{cc} & C & D \\ C & R & S \\ D & T & P \end{array} \quad (7)$$

Als beide spelers samenwerken krijgen beide spelers de reward uitbetaling R. Als een speler samenwerkt en de tegenspeler werkt niet samen krijgt de speler de sucker uitbetaling S. Als een speler niet samenwerkt en de tegenspeler werkt wel samen krijgt de speler de temptation uitbetaling T. Wanneer beide spelers niet samenwerken krijgen beide spelers de penalty uitbetaling P. De actieprofielen van (6) resulteren dan in

$$T > R > P > S \quad (8)$$

wat het standaard Prisoner's Dilemma is. Hierom mag het continue Prisoner's Dilemma gezien worden als een generalisatie van het standaard Prisoner's Dilemma.

Dit continue Prisoner's Dilemma is dan nog gegeneraliseerd naar de ruimte zoals Nowak & May[3] hebben gedaan. De ruimte is hier een twee dimensionaal vierkant rooster. Op elke patch  $j$  bevindt zich een individu die een investering  $I_j$  doet. In elke generatie interacteren de individuen met hun acht omringende burens, zoals alle mogelijke zetten van een koning in schaken zoals in Figure (2). De fitness van elk individu is dan de som van alle uitbetalingen die een individu verdient met alle interacties met zijn burens. Aan het begin van de volgende generatie neemt elk individu de strategie, de patch zijn investering, met de hoogste fitness van zijn burens over. Dit correspondeert met een evolutionair scenario waarin minder succesvolle fenotypes worden vervangen door succesvollere fenotypes. De initiële investeringsniveaus zijn erg laag. Incidentele mutatie die het niveau van investering van een patch verandert wordt toegestaan met een bepaalde mutatiegraad.

### 3 De continue Snowdrift Game

In deze sectie beschrijven we de discrete Snowdrift Game en hoe deze door anderen naar een continue Snowdrift Game is gegeneraliseerd.

De Snowdrift Game is gebaseerd op het dilemma dat twee autobestuurders die snel naar huis moeten elkaar tegenkomen op een weg die geblokkeerd wordt door een sneeuwbank. De autobestuurders hebben twee mogelijke keuzes, om de sneeuwbank weg te scheppen of om niets te doen. Het wegscheppen van de sneeuwbank correspondeert met samenwerken(C) en niets doen met niet-samenwerken(D). Het wegscheppen van de sneeuwbank is zwaar werk en kan gerepresenteerd worden met kosten  $c$ . Alleen als er minimaal een autobestuurder de sneeuwbank wegschept kunnen beide autobestuurder naar huis rijden.

Het naar huis kunnen rijden kan gerepresenteerd worden met baten  $b$ .

In het model van Fu *et al.*[5] hebben ze de discrete Snowdrift Game op een rooster gesimuleerd. In hun model was het zo dat  $R = b - c/2$ ,  $S = b - c$ ,  $T = b$  en  $P = 0$ . Ook voor de Snowdrift Game geldt de actiematrix zoals bij (7). Voor deze toekenningen van uitbetalingen aan actieprofielen is het zo dat wanneer  $b > c > 0$  dat

$$T > R > S > P \quad (9)$$

wat de standaard Snowdrift Game is.

Nu is het zo dat in de echte wereld dat het gedrag van een individu complexer kan zijn dan de twee keuzes die hier gegeven worden. Om de verschillende gradaties van samenwerking te onderzoeken is het concept van investeringen zoals Killingback *et al.*[4] hebben gedaan voor het Prisoner's Dilemma geïntroduceerd bij de Snowdrift Game door Doebeli *et al.*[6]. Spelers doen in het model een investering  $I$ . Een speler zijn investering  $I$  kun je zien als zijn strategie in plaats van de strategieën samenwerken en niet-samenwerken zoals in de discrete Snowdrift Game. Een uitbetaling voor een speler met strategie  $x$  met een tegenstander met strategie  $y$  is in hun model

$$P(x, y) = B(x + y) - C(x) \quad (10)$$

waar  $B(x + y)$  de batenfunctie is en de voordelen die de speler met strategie  $x$  krijgt specificeert, en  $C(x)$  de kostenfunctie is die de kosten voor de speler met strategie  $x$  specificeert voor zijn investering. De baten voor een speler hangen hier af van de investering van de speler zelf en zijn tegenspeler. Dit is anders dan voor het continue Prisoner's Dilemma waar de baten alleen afhangen van de investering van de tegenspeler zoals te zien is in de vorige sectie bij vergelijkingen (3) en (4). De batenfunctie  $B(x)$  en kostenfunctie  $C(x)$  hebben de vorm

$$B(x) = b_2x^2 + b_1x \quad (11)$$

$$C(x) = c_2x^2 + c_1x \quad (12)$$

Functies  $B(x)$  en  $C(x)$  zijn strikt toenemende of afnemende functies wanneer  $x$  in het interval  $[0, 1]$  valt en voldoen aan  $B(0) = C(0) = 0$ .

We kijken nu met een voorbeeld of deze functies ook echt tot de Snowdrift Game leiden zoals bij (9). We nemen voor dit voorbeeld voor eenvoud aan dat een samenwerkend individu 1 investeert, wat de maximale investering is, en een niet-samenwerkend individu 0. We hebben hierdoor vier gevallen, zie (7). Als allebei de individuen samenwerken leidt dit tot de reward uitbetaling  $R$  en investeren ze beide 1

$$\begin{aligned} R &= B(1 + 1) - C(1) \\ R &= (b_24 + b_12) - (c_21 + c_11) \\ R &= 4b_2 + 2b_1 - c_2 - c_1 \end{aligned} \quad (13)$$



Als het eerste individu samenwerkt en het tweede individu niet dan leidt dit tot de sucker uitbetaling  $S$  en investeert het eerste individu 1 en het tweede individu 0

$$\begin{aligned} S &= B(1 + 0) - C(1) \\ S &= (b_2 \cdot 1 + b_1 \cdot 1) - (c_2 \cdot 1 + c_1 \cdot 1) \\ S &= b_2 + b_1 - c_2 - c_1 \end{aligned} \tag{14}$$

Als het eerste individu niet samenwerkt en het tweede individu wel samenwerkt dan leidt dit tot de temptation uitbetaling  $T$  en investeert het eerste individu 0 en het tweede individu 1

$$\begin{aligned} T &= B(0 + 1) - c(0) \\ T &= (b_2 \cdot 0 + b_1 \cdot 1) - (c_2 \cdot 0 + c_1 \cdot 0) \\ T &= b_2 + b_1 \end{aligned} \tag{15}$$

Als beide individuen niet samenwerken dan leidt dit tot de penalty uitbetaling  $P$  en investeren beide individuen 0

$$\begin{aligned} P &= B(0 + 0) - C(0) \\ P &= 0 \end{aligned} \tag{16}$$

Voor de Snowdrift Game moet het zo zijn dat de ongelijkheid zo is zoals bij (9). Om te zorgen dat de gekozen variabelen  $b_2$ ,  $b_1$ ,  $c_2$  en  $c_1$  ervoor zorgen dat deze functies inderdaad tot de Snowdrift Game leiden zoals bij (9) moet er gelden dat

$$\begin{aligned} T - R &> 0 \\ -3b_2 - b_1 + c_2 + c_1 &> 0 \end{aligned} \tag{17}$$

,

$$\begin{aligned} R - S &> 0 \\ 3b_2 + b_1 &> 0 \end{aligned} \tag{18}$$

,

$$\begin{aligned} S - P &> 0 \\ b_2 + b_1 - c_2 - c_1 &> 0 \end{aligned} \tag{19}$$

## 4 Het gecombineerde model

In de vorige twee secties is het model van Killingback *et al.*[4] en de continue Snowdrift game die gebruikt wordt door Doebeli *et al.*[6] beschreven. Door de gedefinieerde continue Snowdrift Game met investeringen van Doebeli *et al.*[6] te combineren met de gedefinieerde ruimte waarin spelers interacteren van Killingback *et al.*[4], Wordt het nieuwe model van een continue Snowdrift Game in de ruimte verkregen. In deze sectie beschrijven we het nieuwe model van de continue Snowdrift Game op een rooster.

De Snowdrift Game wordt gespeeld op een rooster. Het rooster is hier een twee dimensionaal vierkant rooster van  $n \times n$ . Op elke patch  $j$  bevindt zich een speler

die een investering  $I_j$  doet. Investering  $I_j$  is een reëel getal binnen interval  $[0, 1]$ . De maximale waarde die de investering  $I_j$  kan aannemen is dus 1. Elke generatie wordt de fitness van de patches bepaald door de uitbetalingen. De fitness is de som van alle uitbetalingen die een patch verdient met alle interacties met zijn acht omringende burens. Aan het begin van de volgende generatie neemt elk individu de strategie, de patch zijn investering  $I_j$ , met de hoogste fitness van zijn burens over. Dit correspondeert net zoals in het model van Killingback *et al.*[4] met een evolutionair scenario waar minder succesvolle fenotypes worden vervangen door succesvollere fenotypes. Er kan dan nog mutatie plaatsvinden, waarbij er een normaal verdeelde waarde voor de investering van de patch wordt getrokken met als gemiddelde een nieuw overgenomen investering  $I$  en als standaarddeviatie  $I/10$ . Als door mutatie de maximale investering 1 zou worden overschreden muteert deze niet. Mutatie vindt hier plaats met mutatiegraad  $m$ .

Voor de uitbetalingsfunctie is gekozen voor de functie zoals door Doebeli *et al.*[6]. Een uitbetaling voor een patch met een investering  $x$  die interacteert met een andere patch met investering  $y$  is

$$P(x, y) = B(x + y) - C(x) \quad (20)$$

waar  $B(x + y)$  de batenfunctie is en de baten die de patch met investering  $x$  krijgt specificeert, en  $C(x)$  de kostenfunctie is die de kosten voor de patch met investering  $x$  specificeert voor zijn investering.  $B(x)$  en  $C(x)$  zijn als volgt

$$B(x) = b_2x^2 + b_1x \quad (21)$$

$$C(x) = c_2x^2 + c_1x \quad (22)$$

Variabelen  $b_2$ ,  $b_1$ ,  $c_2$  en  $c_1$  worden gekozen zodat vergelijkingen (17), (18) en (19) gelden. Dit is noodzakelijk omdat als dit niet zo is het model geen generalisatie van de Snowdrift Game is.

Bij initialisatie worden de investeringen van alle patches willekeurig bepaald met een waarde groter dan 0 en kleiner dan een maximale start-investering  $s$ . Om de evolutie van samenwerking en de gradatie van samenwerking te meten meten we de gemiddelde investering  $I_{gem}$  over alle patches per generatie.

## 5 Methode

Zoals vermeld in de inleiding is vraag die ik wil beantwoorden of er samenwerking ontstaat in een continue Snowdrift Game in de ruimte en of deze behouden wordt, en als er samenwerking is in watvoor gradatie die samenwerking er is. Om te onderzoeken of er samenwerking ontstaat en behouden wordt in de continue Snowdrift Game in de ruimte en om deze samenwerking te meten simuleren we het in de vorige sectie beschreven model in Netlogo. In de appendix vindt u de code van het geïmplementeerde model en meer informatie over Netlogo. De gebruikte configuraties van variabelen die zijn gebruikt voor de simulaties van

het model worden verder in deze sectie getoond.

In het in de vorige sectie beschreven model van de continue Snowdrift Game in de ruimte wordt de continue Snowdrift Game gespeeld op een twee dimensionaal vierkant rooster. Het twee dimensionale vierkante rooster waarop het model is gesimuleerd heeft hier de grootte  $70 \times 70$ . Deze ruimte is groot genoeg om evolutionaire scenario's te laten afspelen en biedt genoeg ruimte voor complex gedrag tussen de vele patches op het rooster. De mutatiegraad  $m$  is hier 0.01. Een lage mutatiegraad zorgt ervoor dat niet veel patches per generatie muteren naar hogere of lagere investeringswaarden. Dit moet ervoor zorgen dat dat er geleidelijke evolutie kan plaatsvinden, wat je met continue spelen wil onderzoeken omdat dit meer correspondeert met de werkelijkheid en alleen kan onderzoeken met continue spelen. De maximale start-investering  $s$  is hier 0.001. Zoals eerder beschreven in de sectie van het gecombineerde model wordt dan bij initialisatie per patch een startwaarde bepaald als de patch zijn investering. Dit gebeurt door een willekeurige waarde te kiezen tussen 0 en de maximale start-investering, hier 0.001. Het nemen van een lage maximale start-investering moet er ook voor zorgen dat er geleidelijke evolutie kan plaatsvinden en of het in het model zo is dat er van een situatie met bijna geen samenwerking er samenwerking ontstaat en deze behouden wordt. Het onderzoeken van zulke evolutie vanuit een punt met bijna geen samenwerking is wat je in continue spelen onderzoekt omdat dit met discrete spelen niet kan. Het model wordt voor 500 generaties gesimuleerd. Doordat het updaten van de investeringen van de patches deterministisch gebeurt moeten er niet veel generaties nodig zijn voor het evolueren van de investeringen van de patches, ookal is onze mutatiegraad laag. Als er samenwerking zou ontstaan is het aannemelijk dat in 500 generaties zou moeten plaatsvinden.

In het in de vorige sectie beschreven model wordt de uitbetaling aan patches bepaald door de kostenfunctie (22) en de batenfunctie (21) die de investering van een patch en zijn tegenstander nemen om tot de uitbetaling te komen voor de patch. De investeringen van patches kunnen een maximale waarde van 1 aannemen. Dit doen we om de eigenschappen van onze kwadratische kosten- en batenfuncties te behouden, namelijk dat deze strikt toenemend of afnemende functies zijn. In ons geval zijn alle kosten- en batenfuncties strikt toenemend. Deze functies hangen af van de variabelen  $b_2$ ,  $b_1$ ,  $c_2$  en  $c_1$ . Om te zorgen dat er een Snowdrift Game gesimuleerd wordt moeten de variabelen voldoen aan de vergelijkingen (17), (18) en (19) in sectie 3. We hebben vier configuraties van variabelen gesimuleerd met ons model die voldoen aan de eerder genoemde vergelijkingen, A, B, C en D. Deze configuraties van variabelen kunt u vinden in Figure (2). Deze configuraties van variabelen worden gebruikt omdat deze de Snowdrift Game goed weergeven. Ook leiden de verschillen in deze configuraties tot andere omstandigheden die verschillend gedrag zouden kunnen geven.

	$b_2$	$b_1$	$c_2$	$c_1$
A	-0.8	3	-1.4	2.75
B	-1	4	-1.6	3.3
C	-1.4	6	-1.6	4.6
D	-1.5	7	-1	5

Figure 2: De vier gebruikte configuraties van variabelen voor de kosten- en batenfuncties.

De samenwerking in ons gesimuleerde model meten we door de gemiddelde samenwerking te meten. Dit doen we door gemiddelde investering van alle patches te meten. Elke generatie, na de update van de investeringen van de patches, worden alle investeringen van de patches van die generatie bij elkaar opgeteld en gedeeld door het aantal patches. Dit meten we dan voor alle generaties om de evolutie van samenwerking weer te geven in ons model met de gebruikte configuraties van variabelen voor de kosten- en batenfuncties. Dit is in het algemeen een goede manier om samenwerking te meten in een continu model van een spel uit de speltheorie. Ook is het moeilijk andere soort analytische resultaten te verkrijgen omdat ruimtelijke modellen, zowel met discrete als continue spelen, erg gecompliceerd gedrag vertonen[7].

## 6 Resultaten

Door ons model te simuleren in Netlogo hebben we de gemiddelde samenwerking per generatie voor de gekozen configuraties van variabelen kunnen meten. In deze sectie worden de resultaten met gebruikte configuraties van variabelen  $b_2$ ,  $b_1$ ,  $c_2$ ,  $c_1$  voor ons model getoond. We hebben vier combinaties van variabelen gesimuleerd met het model. Het rooster is  $70 \times 70$ , de mutatiegraad is 0.01 en de maximale start-investering is 0.001 zoals eerder genoemd in de methode sectie. De simulatie per configuratie van variabelen werd gedaan voor 500 generaties. Op de volgende twee pagina's vindt u Figure (3) en (4) waar de geplotte grafieken van de gemiddelde investering  $I_{gem}$  van alle patches zijn weergegeven. Onder deze grafieken van de gemiddelde investeringen zijn grafieken weergegeven van de door de gekozen variabelen resulterende kosten- en batenfuncties.

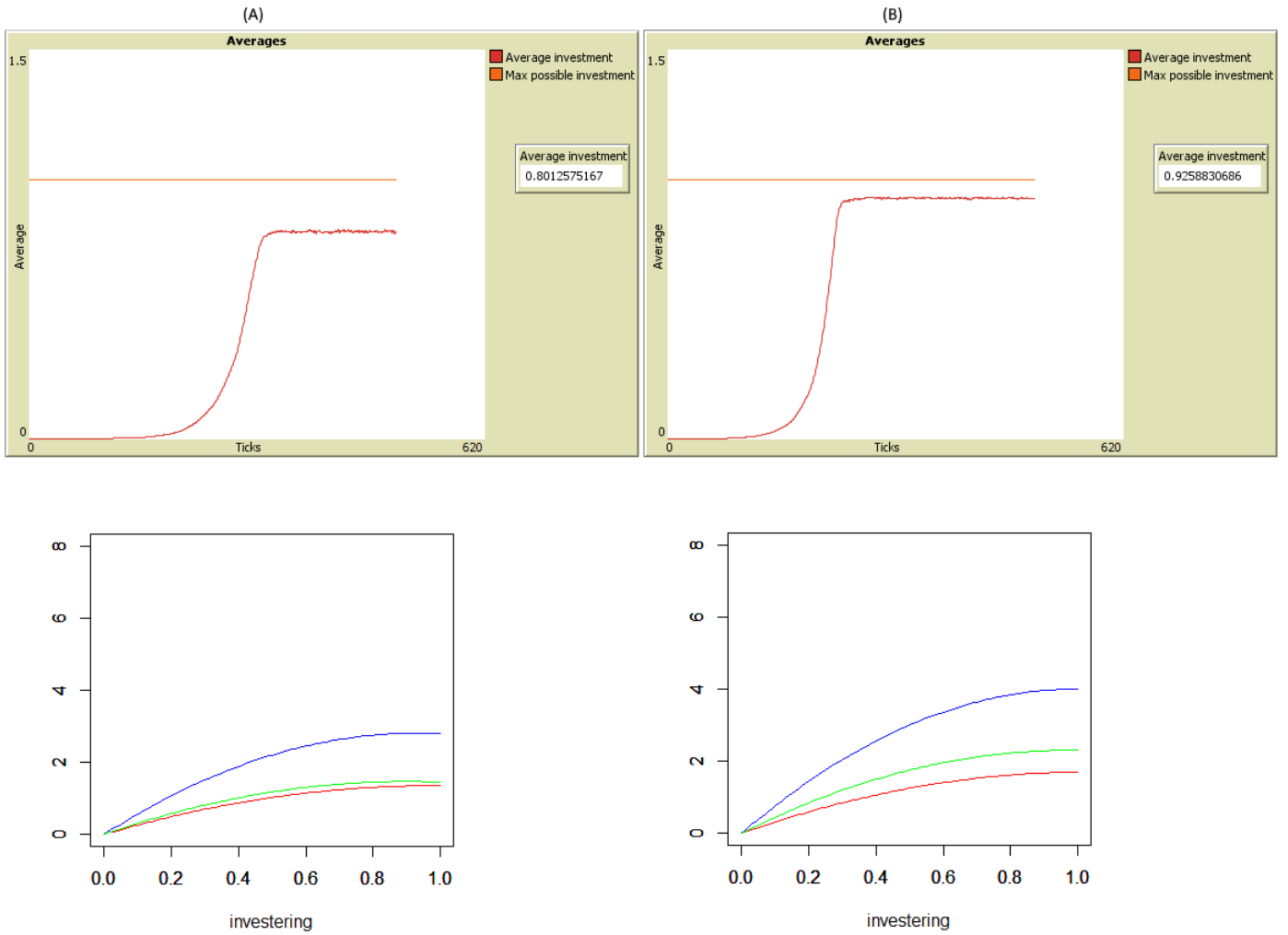


Figure 3: Plots van scenario's (A) en (B). De bovenste plots zijn die van de gemiddelde investering per generatie, hier ticks. Op de x-as staat het aantal ticks en op de y-as de gemiddelde investering. De onderste plots zijn die vanuit de gekozen variabelen resulterende functies. De rode lijn is de kostenfunctie  $C(x)$ . De blauwe lijn is de batenfunctie  $B(2x)$ . De groene lijn is  $B(2x) - C(x)$ . Op de x-as staat de investering en op de y-as de uitkomst van de functies.

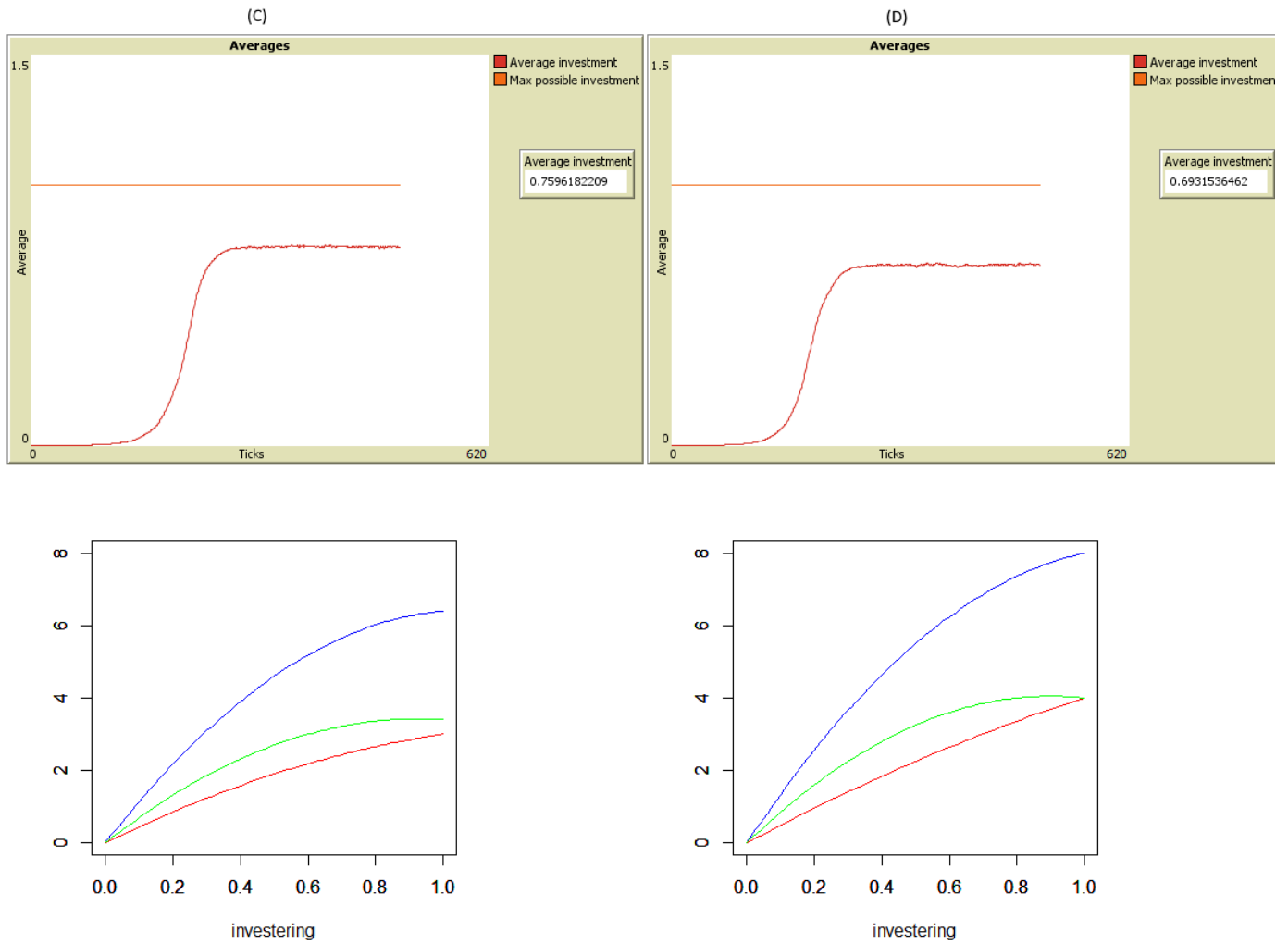


Figure 4: Plots van scenario's (C) en (D). De bovenste plots zijn die van de gemiddelde investering per generatie, hier ticks. Op de x-as staat het aantal ticks en op de y-as de gemiddelde investering. De onderste plots zijn die vanuit de gekozen variabelen resulterende functies. De rode lijn is de kostenfunctie  $C(x)$ . De blauwe lijn is de batenfunctie  $B(2x)$ . De groene lijn is  $B(2x) - C(x)$ . Op de x-as staat de investering en op de y-as de uitkomst van de functies.

De resultaten komen niet overeen met de verwachtingen. In de gesimuleerde continue Snowdrift Game op een rooster verwachtte ik dat er samenwerking zou ontstaan en dat deze behouden zal worden en dat de variabelen voor de kosten- en batenfuncties de gradatie van samenwerking erg zou beïnvloeden. Voor al onze vier configuraties van variabelen is er inderdaad te zien dat er samenwerking ontstaat. Dit is te zien door te kijken naar de stijging van de gemiddelde investering. Het evolutiepatroon voor de verschillende configuraties van variabelen komt erg overeen. De gemiddelde investering stijgt snel vanaf een bepaald punt door tot een asymptotische waarde waarna de gemiddelde investering niet meer daalt maar stabiel blijft. De generaties waarvoor dit gebeurt liggen voor de configuraties van variabelen (B), (C) en (D) dichtbij elkaar, alleen voor scenario (A) gebeurt dit een stuk later. De gemiddelde investeringen in de vijfhonderdste generatie zijn voor (A)  $I_{gem} = 0.80$ , (B)  $I_{gem} = 0.93$  (C)  $I_{gem} = 0.76$  (D)  $I_{gem} = 0.69$ . De maximale investering die een patch kon doen is 1, dus zijn deze waarden over het algemeen hoog, maar de investeringen van patches evolueren hier niet tot de maximale investering. Het behoud van samenwerking is ook aanwezig in al onze vier configuraties van variabelen. Dit is te zien aan het stabiel blijven van een hoge waarde van de gemiddelde investering. Er werd verwacht dat de gradatie van samenwerking erg afhankelijk zou zijn van de configuraties van variabelen voor de kosten- en batenfuncties. Dit is in de vier configuraties van variabelen niet terug te zien. Het verschil in de waarden van de variabelen levert verschillende waarden voor gemiddelde investeringen voor de vijfhonderdste generatie op, maar het evolutiepatroon is nagenoeg hetzelfde en de stabiele asymptotische waarden van de gemiddelde investeringen verschillen niet veel van elkaar.

## 7 Discussie

Er is een model gepresenteerd van een continue Snowdrift Game in de ruimte en dit model is geïmplementeerd in Netlogo om het te simuleren. Het model gebruikt het concept van investeringen doen die invloed hebben op de uitbetaling voor een speler. Hierdoor heeft de speler geen strategie wel of niet samenwerken maar een gradatie van hoeveel de speler samenwerkt. Voor ons model leiden deze investeringen tot kosten en baten voor de speler zelf en baten voor burens. Deze kosten en baten zijn uitgedrukt in kwadratische functies, zie vergelijkingen (11) en (12). Voor de simulaties waren er de vier variabelen  $b_2$ ,  $b_1$ ,  $c_2$  en  $c_1$  van de kosten- en batenfuncties waarvoor er vier verschillende configuraties van variabelen zijn genomen voor de simulaties van het model. De verschillende waarden voor de variabelen die we hebben toegekend voldoen aan de voorwaarden zoals beschreven bij vergelijkingen (17), (18) en (19). Dit is gedaan zodat de uiteindelijk gevormde functies inderdaad leiden tot de Snowdrift Game met ongelijkheid

$$T > R > S > P \tag{23}$$

. De gemiddelde investering  $I_{gem}$  over alle spelers is gemeten voor elke generatie waardoor we de evolutie van de investeringen zien. De gemiddelde investeringen

evolueerden tot een asymptotische waarde die nadat deze was bereikt niet veel veranderde en stabiel bleef. De bereikte waarden voor de gemiddelde investeringen waren hoog maar bereikte in geen van onze vier configuraties van variabelen de maximale investering 1.

Omdat de investering van een speler in de continue Snowdrift Game gezien kan worden als de gradatie van samenwerking van een speler, kunnen we de gemiddelde investering hier zien als de gemiddelde samenwerking voor onze gesimuleerde scenario's van de continue Snowdrift Game. Omdat de gemiddelde investeringen hoog lagen kunnen we zeggen dat de gemiddelde samenwerking in onze scenario's van de continue Snowdrift Game in de ruimte ook hoog lag. De verwachtingen die er waren werden niet bevestigd door onze resultaten. Er onstond samenwerking in de vier configuraties van variabelen voor de kosten- en batenfuncties. Ook werd deze samenwerking behouden wat terug te zien was in de stabiele asymptotische waarde die de gemiddelde investeringen voor de vier configuraties van variabelen bereikten. Echter was het evolutiepatroon gelijkwaardig voor de vier configuraties van variabelen en lagen de asymptotische waarden van de gemiddelde investering niet ver uit elkaar. De gradatie van samenwerking was dus niet sterk afhankelijk van de gekozen waarden voor de variabelen van de kosten- en batenfuncties. De verwachting dat de samenwerking sterk afhankelijk zou zijn van de gekozen waarden voor de variabelen van de kosten- en batenfuncties was gebaseerd op het feit dat dit voor de continue Snowdrift Game met willekeurige interacties[6] en de discrete Snowdrift Game in de ruimte[5] ook zo was. Aangezien het gedrag in het continue Prisoner's Dilemma met willekeurige interacties erg verschilt van het continue Prisoner's dilemma in de ruimte, was het misschien niet verantwoord om onze verwachting voor de continue Snowdrift Game in de ruimte te baseren op een continue Snowdrift Game met willekeurige interacties. Echter is het wel zo dat er wel enige gelijkenissen zijn tussen het discrete Prisoner's Dilemma in de ruimte en het continue Prisoner's Dilemma in de ruimte. Hierom was het niet helemaal onverantwoord om de verwachting hierop te baseren. Ook kan het zo zijn dat er eigenschappen zijn van de Snowdrift Game die de verschillen die we hadden verwacht matigen. Zo is het zo dat het voordelig is te verschillen van actie t.o.v. je tegenstanders[8]. Dit kan voor een matigende werking zorgen omdat wanneer het in het algemeen voordelig is om samen te werken of niet samen te werken, door de eigenschap dat het voordelig is om te verschillen van je tegenstander, spelers willen verschillen van tegenstanders voor een hogere uitbetaling. Dit is echter niet duidelijk terug te zien in de discrete Snowdrift Game in de ruimte[5], dus maakt dat deze verklaring minder aannemelijk. In de continue Snowdrift Game met willekeurige interacties is hier wel iets van terug te zien voor bepaalde configuraties van variabelen[6].

De gemiddelde investering bereikte in onze scenario's nooit de maximale waarde van de investeringen. Dit is anders dan bij het continue Prisoner's Dilemma in de ruimte van Killingback *et al.*[4]. In hun model bereikte de gemiddelde investering voor verschillende settings vaak wel de maximale investering. Het



is al opmerkelijk dat er een grote gradatie van samenwerking is in het continue Prisoner's Dilemma in de ruimte omdat niet samenwerken nog altijd de dominante strategie is daarin. Ookal zouden samenwerkende populaties niet-samenwerkende populaties overtreffen in prestatie, selectie zou ervoor zorgen dat samenwerkende individuen uit populaties geëlimineerd zouden worden. Ook is het zo dat in een continu Prisoner's Dilemma waarin de interacties willekeurig zijn en niet afhangen van een ruimtelijke structuur er in veel scenario's geen samenwerking ontstaat[6]. Daarom is de verklaring dat de ruimtelijke structuur, het rooster waarin het spel is gespeeld, de samenwerking bevordert[7]. Ook voor het discrete Prisoner's Dilemma van Nowak & May[3] is dit zo, hoewel de samenwerking hier nog sterk afhangt van hoe voordelig de discrete uitbetalingen zijn gedefinieerd. Voor de Snowdrift Game is het niet zo dat niet samenwerken dominant is. Hierom en omdat ruimtelijke structuren samenwerking bevordert zou je verwachten dat de samenwerking in een Snowdrift Game in de ruimte heel hoog is, maar dit is niet zo voor onze continue Snowdrift Game in de ruimte. Dit is ook niet zo voor de discrete Snowdrift Game in de ruimte. De Snowdrift Game is zo dat de beste beslissing die een speler kan maken afhangt van wat de tegenstander doet[5]. Wanneer je tegenstander samenwerkt is het het beste om niet samen te werken en vice versa. Dit zorgt voor minder samenwerking in de Snowdrift Game. Ook waar een ruimtelijke structuur de samenwerking van het Prisoner's Dilemma altijd zou moeten bevorderen is dit voor de Snowdrift Game niet altijd zo mede doordat het voordelig is te verschillen van actie t.o.v. je tegenstanders[8]. Nu is het wel zo dat ruimtelijke modellen van evolutionaire speltheorie complex gedrag en dynamiek vertonen en er geen goede analytische verklaring voor is[7]. Deze dynamiek kan ook van invloed zijn op de samenwerking in een ruimtelijk model.

Er moet opgemerkt worden dat er maar een soort functie voor de kosten- en de batenfuncties is geëxploreerd in het continue Snowdrift Game model. Andere soorten functies kunnen invloed hebben op de niveaus van investeringen. Ook kan het updaten op andere manieren die hier niet geëxploreerd zijn. Zo kijken wij bij het selecteren per generatie hier naar de best presterende investeringswaarde van de acht omringende burens maar er kan ook gekeken worden naar de vier omringende burens ten noorden, oosten, zuiden en westen van de patch op een rooster. De investering van de desbetreffende patch kan ook meegenomen worden bij selectie. Dit kan van invloed zijn op de evolutie van de investeringen en het gemiddelde investeringsniveau. Ook gebeurt het updaten nu deterministisch. Dit kan ook stochastisch met een bepaalde kansverdeling. Verder is er maar een mutatiegraad aangehouden voor onze simulatie. Andere mutatiegraden hebben invloed op de evolutie van de investeringen. Ook kunnen andere soorten ruimtelijke structuren onderzocht worden. Er is dus nog veel onderzoek mogelijk om samenwerking in de continue Snowdrift Game in de ruimte te bestuderen.

## 8 Bibliografie

### References

- [1] Maynard Smith, J., Szathmary, E. (1995) *The Major Transitions in Evolution* W. H. Freeman, Oxford, UK.
- [2] Axelrod, R., Hamilton, W. D. (1981) *The evolution of cooperation* Science, 211(4489), 1390-1396.
- [3] Nowak, Martin A., and Robert M. May (1992) *Evolutionary games and spatial chaos*. Nature 359.6398: 826.
- [4] Killingback, T. , Doebeli M., and Knowlton N. (1999) *Variable investment, the Continuous Prisoner's Dilemma, and the origin of cooperation*. Proceedings of the Royal Society B: Biological Sciences 266.1430: 1723.
- [5] Fu, F., Nowak, M. A., Hauert, C. (2010) *Invasion and expansion of cooperators in lattice populations: Prisoner's dilemma vs. snowdrift games*. Journal of theoretical biology, 266(3), 358-366.
- [6] Doebeli, M., Hauert, C., Killingback, T. (2004) *The evolutionary origin of cooperators and defectors*. Science, 306(5697), 859-862.
- [7] Doebeli, M., Hauert, C. (2005) *Models of cooperation based on the Prisoner's Dilemma and the Snowdrift game*. Ecology letters, 8(7), 748-766.
- [8] Hauert, C. (2006) *Spatial effects social dilemmas* Journal of Theoretical Biology, 240(4), 627-636.

## 9 Appendix

De code die is gebruikt voor het simuleren van het model in deze scriptie kunt u vinden in een github code repository, die u met de volgende URL kan bereiken: <https://github.com/sverwij/Stephan-Verwijmeren.git>  
Wanneer u de simulatie zelf wilt doen download u het .nlogo bestand en opent u deze met Netlogo 4.1.3.

Ons model gebruikt NetLogo 4.1.3, een programmeerbare multi-agent modeleringsomgeving. Meer informatie over NetLogo kunt u hier vinden: <https://ccl.northwestern.edu/netlogo/>