Universiteit Utrecht

Master Kinder- en Jeugdpsychologie

THESIS

De zekerheid van onzekerheid

Begrip van *randomness* onder middelbare scholieren en het verband met Big Five persoonlijkheidstrekken

Jetske Ypma (3272621)

26-06-2014

Dr. Jan Boom

MSc. Meike Slagt

Inhoudsopgave

Samenvatting

Dit onderzoek kijkt naar de ontwikkeling van het begrip van *randomness* onder scholieren van 12 t/m 15 jaar (*n*=176), door middel van drie samenstellende constructen: Uitkomstenruimte, gelijke waarschijnlijkheid en wet van grote getallen. Er wordt met een samengestelde vragenlijst en de TIPI (*Ten-Item Personality Inventory*) gekeken naar de invloed van sekse, leerjaar, onderwijsniveau, kansrekening onderricht en *Big Five* persoonlijkheidstrekken op het begrip van *randomness*. Op gelijke waarschijnlijkheid scoren jongens beter dan meisjes, en op uitkomstenruimte en gelijke waarschijnlijkheid is er een effect van leerjaar. Leerlingen van het VWO verschilden significant van het VMBO op uitkomstenruimte. Op gelijke waarschijnlijkheid verschilde het VWO significant van HAVO en VMBO. Een lage score op extraversie en ordelijkheid hangt samen met een lage score op gelijke waarschijnlijkheid. Een hoge score op vriendelijkheid duidt op een verhoogd begrip van uitkomstenruimte. Bij de open vragen werden wisselende resultaten gevonden. Er bestaat een negatief verband tussen kansrekeningsles gehad hebben en begrip van *randomness*, een vernieuwing van de huidige lesmethode kan daarom overwogen worden.

Abstract

This research investigates the development of the understanding of randomness amongst high school students in the age of 12-15 years (*n*=176), by three constructs: Sample space, equiprobability and law of large numbers. A selfcomposed questionnaire is used as well as the TIPI (*Ten-Item Personality Inventory*) to find the effect of sex, schoolyear, educationlevel, statistics course and Big Five personality traits on the understanding of randomness. Boys score better than girls on equiprobability and there is an effect of schoolyear on sample space and equiprobability. Students of VWO differed significantly from the VMBO on sample space. VWO differed significantly from HAVO and VMBO on equiprobability. A low score on extraversion and conscientiousness decreases understanding of equiprobability. A high score on agreeableness relates to a better understanding of sample space. There were different results with the open questions. There is a negative correlation between statistics course and understanding of randomness, so a recommendation for renewing the current mathematics courses is given.

Inleiding

Om ontspannen als mens door het leven te gaan, zijn er een aantal dingen die je los moet laten. Je kunt immers niet aan elk detail in de fysieke of mentale wereld evenveel aandacht besteden. Als wij de dag door zouden gaan met een constant bewuste waarneming van elke visuele of auditieve prikkel, zou er geen ruimte meer overblijven voor het nadenken over onszelf, de toekomst, het verleden of de wereld in het algemeen. Voor sommigen klinkt dit misschien prettig in de oren, maar het is noodzakelijk dat onze zintuigen gewend raken aan bekende verschijnselen van de natuurlijke wereld, zoals geluiden en gezichten.
Zo functioneren wij als mensen in de wereld. Gelukkig hoeft er niet ieder moment bewust worden nagedacht over welke zaken al dan niet relevant zijn. De hersenen doen al een groot deel voor je, zonder dat je hier actief beslissingen over hoeft te maken. Een van de verschijnselen, dat alom aanwezig is, maar waar mensen zich zelden bewust van zijn, is het bestaan van onzekerheid.
Onzekerheid is een begrip dat terugkomt in filosofie, statistiek en beslissingstheorie (Kahneman & Tversky, 1982), en heeft betrekking op twee onderwerpen; data en kans (Moore, 1990). Statistiek en kansrekening zijn, respectievelijk, de velden in de wiskunde die data en kans behandelen. Binnen de wetenschap wordt constant gebruik gemaakt van statistiek en kansrekening. Zo moet kans altijd als laatste mogelijk verklarende variabele worden meegenomen, als een van de oorzaken van een eventueel gevonden resultaat. Bij medisch onderzoek bijvoorbeeld, dient ook altijd rekening te worden gehouden met de kans-factor. Een medicijn kan aanslaan bij een testgroep, maar er wordt ook altijd berekend wat de kans is dat dit effect door een (nog) onbekende oorzaak heeft plaatsgevonden. Je hoeft echter geen statisticus te zijn om met kansberekening in aanraking te komen. Denk aan voorspellingen met betrekking tot de weersverwachting, schattingen die worden gedaan in het verzekeringswezen, en alledaagse keuzes zoals de (snelste) route naar je werk, de manier waarop je je geld uitgeeft, wat je eet, en de plekken waar je heengaat. De mens is, al dan niet bewust, constant bezig met opties afwegen en keuzes maken. Sommige mensen zijn hier beter in dan andere. Volwassenen blijken bovendien nog vaak moeite te hebben met het rationeel nadenken over kansberekening (Bryant & Nunes, 2012). Hoe komt het dan dat wij in de loop van de tijd toch een bepaalde mate van begrip van kans ontwikkelen? Of dat dit bij sommige mensen nooit volledig tot ontwikkeling komt? Is dat soms ook een kwestie van

kans? Dit onderzoek probeert hier een antwoord op te vinden. Op welke leeftijd is er sprake van een degelijk begrip van kans? Hangt het begrip van toeval en kansberekening samen met het schoolniveau? Of heeft het een persoonlijke dimensie, namelijk persoonlijkheidstrekken? Zijn sommigen mensen door hun persoonlijkheid beter in staat een weloverwogen keuze te maken, of gaan de meeste mensen in bepaalde situaties automatisch op hun intuïtie af? En is dit per se een slecht iets?

Randomness

Wanneer we het hebben over *randomness*, betekent dit voor de meeste mensen dat er sprake is van een onvoorspelbare, willekeurige uitkomst. Er is geen sprake van een bepaald patroon, en een gebeurtenis heeft geen direct aanwijsbare oorzaak of doel. In het alledaagse leven vertaalt dit zich in het voorkomen van situaties die spontaan, onverwachts en ongerelateerd (lijken te) zijn.

Binnen de wetenschap van wiskunde en statistiek wil *randomness* zeggen dat er een gebrek aan voorspelbaarheid bestaat, maar dat er een regelmatigheid is waar te nemen in het voorkomen van de gebeurtenissen waarvan de uitkomsten onzeker zijn. Wanneer er bijvoorbeeld tien keer een muntje wordt opgegooid, kan er gezegd worden dat het *waarschijnlijk* is dat er vijf keer kop en vijf keer munt wordt gegooid. Over een enkele worp kan weinig gezegd worden, maar na een aantal herhalingen is er een voorspelling te doen over het aantal keren dat een uitkomst zich voordoet. Er blijft altijd een bepaalde mate van onzekerheid bestaan bij het voorspellen van *random* situaties. Maar over tijd, na een geruim aantal herhalingen, is er een terugkerend patroon van uitkomsten waarneembaar.

David S. Moore (1990, p.98) beschreef het concept *randomness* als volgt:

"*Phenomena having uncertain individual outcomes but a regular pattern of outcomes in many repetitions are called random. "Random" is not a synonym for "haphazard", but a description of a kind of order different from the deterministic one that is popularly associated with science and mathematics. Probability is the branch of mathematics that describes randomness*."

"Verschijnselen die onzekere individuele uitkomsten hebben, maar een regelmatig patroon van uitkomsten vertonen na vele herhalingen worden random genoemd. "Random" is geen synoniem voor onvoorspelbaar, maar een beschrijving van een soort samenhang die anders is dan de deterministische, die vaak geassocieerd wordt met wetenschap en wiskunde. Kansrekening is de tak van de wiskunde die randomness behandelt."

Deze definitie zal worden gehanteerd wanneer er in het vervolg wordt gesproken over *randomness*. Omdat er in het Nederlands geen vertaling bestaat die *randomness* eenduidig en volledig omschrijft, zal er in dit artikel steeds de Engelse term worden gebruikt.

Moore (1990) benoemt twee constructen*, randomness* en kansrekening. Kansrekening is het veld van statistiek waarin *randomness* en waarschijnlijkheid wordt onderzocht. Met begrip van *randomness* en waarschijnlijkheid, is het mogelijk om beslissingen te nemen in onzekere omstandigheden (Metz, 1998). Zonder dit begrip heeft het veld van kansrekening weinig betekenis, en in de alledaagse praktijk betekent dit dat wij de wereld dan voornamelijk als causaal zullen ervaren en verklaren. Hoe wordt het begrip waarschijnlijkheid in de literatuur uitgelegd? Metz (1998) bespreekt twee interpretaties van waarschijnlijkheid, namelijk objectivistische waarschijnlijkheid, met een externe bron van onzekerheid, en subjectieve waarschijnlijkheid, met een interne bron van onzekerheid. Dit houdt in dat de onzekerheid respectievelijk ontstaat door invloeden van buitenaf, of door de onwetendheid van het individu zelf. De definitie van *randomness* die hier gehanteerd wordt betreft de objectivistische interpretatie van waarschijnlijkheid en het begrip hiervan onder de participanten wordt onderzocht.

Om uit te vinden in welke mate iemand begrip vertoont van *randomness*, is kennis nodig van de manier waarop het begrip van *randomness* zich ontwikkelt en welke valkuilen er kunnen ontstaan in het denken. Hoe gaan mensen te werk wanneer zij de waarschijnlijkheid van bepaalde situaties inschatten? Volgens Bryant & Nunes (2012) zijn er vier cognitieve aspecten die een rol spelen bij het begrip van kans: Het begrijpen van *randomness*, het uitwerken van de uitkomstenruimte, het vergelijken en inschatten van kans, en het begrijpen van correlaties. In dit onderzoek zal de mate van het begrip van de eerste twee aspecten worden onderzocht onder middelbare scholieren. Het derde aspect is namelijk dermate lastig, dat dit zelfs voor intelligente volwassenen moeilijk is en zal om die reden niet worden meegenomen in het testmateriaal. Voor het vierde aspect is eerst een volledig begrip nodig van de eerste drie, en zal om die reden ook niet worden onderzocht.

Om de waarschijnlijkheid van een bepaalde uitkomst in te schatten is het eerst nodig om te weten wat alle mogelijke uitkomsten zijn. De volledige reeks van mogelijke uitkomsten wordt de uitkomstenruimte genoemd (Bryant & Nunes, 2012). Bij een dobbelsteen is dit bijvoorbeeld het aantal mogelijke ogen dat gegooid kan worden. De uitkomstenruimte uitwerken is de essentiële en vaak belangrijkste eerste stap in het oplossen van een waarschijnlijkheidsprobleem (Bryant & Nunes, 2012). Het is namelijk makkelijker om een voorspelling te doen naarmate er meer kennis is van alle mogelijke uitkomsten. Dit kan op cognitief gebied echter moeilijk zijn voor kinderen en jongeren, aangezien er een voorstelling gemaakt moet worden van de toekomst, en er over alle mogelijke uitkomsten van een gebeurtenis in een bepaalde context nagedacht moet worden. De mate waarin kinderen dit kunnen zal in deze studie worden onderzocht.

Er zijn meer aspecten die een rol spelen bij het begrijpen van kans en *randomness*. Een van deze aspecten is het begrijpen van de wet van grote getallen. Deze wet wordt vaak vergeten in een omgeving van kansspelen. Bijvoorbeeld wanneer er wordt gedacht dat een speler "op dreef" is, of een "goede dag heeft", als er bij vier van de vijf worpen hetzelfde, gewenste aantal ogen gegooid wordt. Mensen vinden dit onwaarschijnlijk en hebben de neiging om aan te nemen dat er ten alle tijde een gelijkmatige verdeling van mogelijke uitkomsten plaatsvindt en dat de te verwachte *random* serie ook optreedt bij een klein aantal worpen. Terwijl in werkelijkheid de kans groter is dat er een ongelijk verdeeld patroon van mogelijke uitkomsten ontstaat bij een klein aantal herhalingen dan bij een groot aantal herhalingen (Moore, 1990). De intuïtie van mensen neigt ernaar om de wet van grote getallen ook toe te passen op kleine aantallen (Tversky & Kahneman, 1971). De wet van de grote getallen is een veelvoorkomende en veelvuldig toegepaste intuïtie bij het begrip van *randomness*. Het laat zien dat grote samples representatief zijn voor de populatie waar zij uit genomen zijn. Maar wanneer deze regel te vaak wordt toegepast, worden dezelfde eigenschappen onterecht ook aan kleine samples toegeschreven.

Er bestaan echter meer intuïtieve strategieën die door zowel kinderen als volwassenen worden gebruikt bij het begrijpen van *randomness*. Een daarvan is *equiprobability*, ofwel gelijke waarschijnlijkheid. Gelijke waarschijnlijkheid houdt in dat mensen de neiging hebben om te denken dat de uitkomsten van een onzekere situatie allemaal een even grote kans hebben om voor te komen. Deze neiging of bias bestaat doordat men redeneert vanuit de overtuiging dat de uitkomsten bij onzekere gebeurtenissen "van nature" een gelijke waarschijnlijkheid hebben om voor te komen(Morsanyi, Handley & Serpell, 2013). De redenering is misschien fout, maar er zit wel een kern van waarheid in. De kunst bij gelijke waarschijnlijkheid is om te weten in welke situaties het van toepassing is. Het op verkeerde momenten toepassen van gelijke waarschijnlijkheid wordt opvallend genoeg gerelateerd een hoger educatieniveau. Mensen met meer kennis van statistiek lijken vaker deze denkfout toe te passen en bovendien vaker een verminderd begrip van *randomness* te vertonen, in tegenstelling tot mensen met minder kennis van statistiek en kansrekening (Morsanyi et al. 2013). Dit wordt verklaard door een toenemende ervaring op het gebied van kansspelen en onzekere situaties, in combinatie met een beter ontwikkeld begrip van de logica van kansberekening. Doordat er is aangeleerd, door het individu zelf of onder invloed van het onderwijs, dat er een logische verdeling van uitkomsten moet zijn, wordt er vaker in onzekere situaties het concept van gelijke waarschijnlijkheid toegepast dan bij individuen met minder ervaring of educatie.

Persoonlijkheid en randomness

Er is veel onderzoek gedaan naar de persoonlijkheid als voorspeller van schoolprestatie, academische prestatie en cognitieve functies. Zo bleken persoonlijkheidskenmerken onder jonge middelbare scholieren een stabiele (meet)factor te zijn en een positieve voorspeller van latere schoolcompetenties, academisch succes en aanpassing tijdens de latere middelbare schoolcarrière (Hair & Graziano, 2003). Tevens bleek dat aspecten van de persoonlijkheid een significante invloed hadden op het cognitief vermogen van middelbare scholieren (Lounsbury, Welsh, Gibson & Sundstrom, 2005). Nog niet eerder is er echter onderzoek gedaan naar het verband tussen begrip van *randomness* en persoonlijkheidstrekken. Aangezien voorgenoemde factoren allen kunnen samenhangen met het begrip van *randomness,* zou persoonlijkheid een rol kunnen spelen bij de ontwikkeling van het begrip van *randomness*. Zo zou een goede schoolprestatie kunnen betekenen dat de aangeleerde concepten van kansrekening ook goed ontwikkeld zijn, en zijn er goed ontwikkelde cognitieve functies nodig om kans en toeval te begrijpen. Een onderdeel van het cognitief vermogen omvat namelijk de executieve functies. Volgens Miyake, Friedman, Emerson, Witzki, & Howerter (2000) bestaat het executief functioneren uit drie processen, en wel cognitieve flexibiliteit (het vermogen om snel te schakelen tussen aandachtsrichtingen), inhibitie (vermogen om overheersende reacties af te remmen) en *monitoring* (vermogen om informatie te controleren en aan te passen in het werkgeheugen). Bij het begrijpen van *randomness* is het nodig om de aandacht afwisselend op verschillende aspecten te richten, namelijk het rekening houden met de keuzemogelijkheden, een eventuele berekening, en het bepalen van de optie die op dat moment van toepassing is. Tevens is het bij *randomness* van belang niet te snel af te gaan op eerder genoemde heuristieken, en om de gegeven informatie te controleren in het werkgeheugen.

Welke afzonderlijke kenmerken kunnen er onderscheiden worden wanneer het gaat over persoonlijkheid? Empirisch onderzoek heeft laten zien dat bij volwassenen en kinderen, een groot deel van de beschrijvingen van anderen en zelfbeoordelingen samengevat kunnen worden in een vijf-factor benadering (Goldberg, 2001; McCrae & Costa, 1985). De factoren die worden onderscheiden zijn Extraversie, Vriendelijkheid, Ordelijkheid, Emotionele Stabiliteit en Openheid voor nieuwe ervaringen.
In eerder onderzoek is gebleken dat er een significant verband bestaat tussen alle Big Five persoonlijkheidskenmerken en het cognitief vermogen bij middelbare scholieren (Lounsbury et al., 2005). Er is echter nog geen eenduidig antwoord gevonden op welke van de vijf eigenschappen de meeste invloed uitoefent op het cognitief vermogen, en wanneer we kijken naar het begrip van *randomnes*, moet de conclusie worden getrokken dat onderzoek hierover tot nu toe is uitgebleven. Wel is gebleken dat een hoge score op Emotionele Stabiliteit, Extraversie en Openheid voor nieuwe ervaringen samenhangt met betere executieve functies (Murdock, Oddi & Bridgett, 2013). Tevens zou een hoge score op Vriendelijkheid samenhangen met betere cognitieve flexibiliteit en inhibitie, en een hoge score op Ordelijkheid vertoonde een verband met *monitoring* (Jensen-Campbell, Rosselli, Workman, Santisi, Rios, & Bojan, 2002). Individuen die hoog scoren op Openheid vertonen het vermogen en de neiging om meer informatie op te merken en tot zich te nemen dan degenen die laag scoren op Openheid. Onderzoek heeft dan ook gevonden dat Openheid, maar ook Emotionele Stabiliteit en Vriendelijkheid, een sterke correlatie vertonen met cognitief vermogen (DeYoung, Quilty, Peterson, & Gray, 2014). Tevens worden Ordelijkheid en Openheid positief gerelateerd aan schoolcijfers en cijfergemiddelde (Lounsbury et al., 2003). Vermoed wordt dat leerlingen die hoog scoren op Openheid, Vriendelijkheid en Emotionele Stabiliteit een beter begrip van *randomness* vertonen.

Educatie en randomness

Alhoewel eerder onderzoek heeft aangetoond dat het vermogen om na te denken over kans en waarschijnlijkheid zich ontwikkelt vanaf het zevende levensjaar, is ook gebleken dat kinderen van vier jaar oud al de mentale aanleg en intuïtie hebben om *randomness* te begrijpen (Nikiforidou & Pange, 2010; Piaget & Inhelder, 1975). Op dit niveau kunnen kinderen zekere en onmogelijke situaties onderscheiden, maar niet het verschil tussen eerlijk en oneerlijk. De kinderen baseren hun oordeel op subjectieve overtuigingen en kunnen de *random* verdeling van de uitkomstenruimte nog niet begrijpen. Toch vertonen zulke jonge kinderen een neiging tot het ontdekken van orde en patronen. Piaget en Inhelder (1975) beweerden dat kleuters regelmatige patronen van veranderingen kunnen voorspellen en een voorkeur vertonen voor een gelijkmatige verdeling van uitkomsten, in tegenstelling tot een *random* verdeling.

Echter, voor volwassenen zijn de concepten van *randomness* en waarschijnlijkheid nog een complex begrip en vormen deze grote uitdagingen (Metz, 1998).

De vraag is nu waar het fout gaat. De mens heeft blijkbaar een natuurlijke aanleg om onzekerheid en patronen in onzekere situaties te herkennen, maar tijdens de ontwikkeling van de hersenen ontstaan er veelal cognitieve strategieën die tekort kunnen schieten en ertoe leiden dat de volwassen mens regelmatig onterecht vertrouwt op intuïties en zijn kansen in de wereld verkeerd berekent. Een van de oorzaken kan de organisatie en het uitgangspunt van het huidige onderwijssysteem zijn.

Op het moment wordt op de Nederlandse scholen het basis- en beroepsonderwijs zo ingericht dat kinderen leren om logisch en causaal na te denken over problemen en hun kennis over feiten vergroten, als inleiding op de beroepspraktijk en de academische wereld. Verklarend en categorisch nadenken over verschijnselen wordt gestimuleerd.

Dit leidt tot een ontwikkeld rationeel brein, maar kan ertoe leiden dat er vervolgens te vaak een logische verklaring gegeven wil worden in situaties waarin geen sprake is van een zekere uitkomst. Uiteraard is het nodig een gezonde dosis logica mee te krijgen in de ontwikkeling, en de wereld te kunnen verklaren op een causale en deterministische manier. Maar er is in het huidige onderwijssysteem weinig aandacht voor de creativiteit en originaliteit van het kinderbrein, en dit kan de ontwikkeling van het begrip van *randomness* in de weg staan. Bovendien zouden er, als er meer gelet wordt op de natuurlijke vaardigheden en oorspronkelijke kennis van het kind, vernieuwende ideeën tot stand kunnen komen die de wereld ten goede kunnen veranderen. Een kind denkt onbevangen en dit kan nuttig zijn voor het uitvinden van nieuwe manieren om verschillende systemen te verbeteren.

Kansrekening wordt momenteel onderwezen in de tweede of derde klas van het voortgezet onderwijs, afhankelijk van de gehanteerde lesmethode. De termen *randomness*, uitkomstenruimte en wet van de grote getallen worden dan niet letterlijk behandeld, maar wel kansverdeling door middel van het aantal ogen op dobbelstenen, de termen gemiddelde, modus en mediaan en het rekenen met percentages. Er is dus geen sprake van directe educatie op het gebied van *randomness*, maar wel van een overkoepelende theorie en specifieke oefeningen, waarbij formules worden aangeleerd en deterministisch denken wordt gestimuleerd. In dit onderzoek wordt gekeken naar verschillen tussen leerlingen die wel kansrekening hebben gehad als onderdeel van de lesmethode van wiskunde, en leerlingen die dit niet hebben gehad, als onderliggende factor voor het begrip van onzekerheid en kans. Vermoed wordt, dat het hebben gehad van kansrekening, als onderdeel van de lesmethode van wiskunde, er niet per se toe bijdraagt dat leerlingen een beter ontwikkeld begrip van *randomness* vertonen. In het ergste geval kan het er zelfs toe leiden dat kinderen hun aandacht teveel gaan richten op de formules en verklaringen, en daardoor vaker causaal zullen rederen dan kinderen die nog nooit van de theorieën en formules betreffende kansrekening hebben gehoord.

Relevantie

Volgens Piaget en Inhelder (1975) hebben kinderen rond hun twaalfde levensjaar het formeel-operationele denkniveau bereikt, en kunnen zij causaliteit en onzekerheid op de juiste manier integreren. Zoals inmiddels bekend is, is dit in de praktijk vaak nog niet het geval. De mate van begrip van *randomness* is onder kinderen in de basisschoolleeftijd al vaak onderzocht met verschillende interessante taken. Aan de kinderen die in de overgang zitten naar de volwassenheid, en net met een nieuw onderwijssysteem in aanraking zijn gekomen, is echter minder aandacht besteed.

Een betere kijk op de ontwikkeling van het begrip van kans en toeval kan belangrijk zijn voor de toekomst van het onderwijs. Als er een goed begrip blijkt te bestaan onder alle klassen van de onderbouw, en wanneer dit begrip niet negatief blijkt samen te hangen met het hebben gehad van kansrekening in de wiskundelessen, is het zaak om statistiek en kansrekening eerder in de schoolloopbaan te onderwijzen, om zo de cognitieve ontwikkeling van elk kind te stimuleren. Er kunnen dan stappen worden genomen wat betreft de moeilijkheidsgraad in de vernieuwing en verbetering van de huidige lesmethode. Als er een verband bestaat tussen schoolniveau en het begrip van *randomness*, is het nuttig om de lesmethode aan te passen op schooltype. Hiervoor is vervolgonderzoek gewenst.

De mate van begrip van *randomness* is tevens nog niet onderzocht in relatie tot persoonlijkheidskenmerken. Er zijn diverse onderzoeken bekend waarin de invloed van persoonlijkheidskenmerken op cognitieve functies, schoolcijfer, en schoolprestatie wordt bekeken (Lounsbury et al., 2003; Lounsbury et al, 2005; Hair & Graziano, 2003 respectievelijk), maar nooit is er naar dit specifieke aspect van het cognitief vermogen onderzoek gedaan. Ook heeft eerder onderzoek naar de invloed van persoonlijkheid op cognitieve functies zich vooral gericht op Eysenck's driefactor model, Cattell's '*16 Personality Factors*' en verschillende metingen van temperament, in tegenstelling tot de vijf karaktertrekken van de Big Five (Lounsbury et al., 2005).

Wanneer persoonlijkheidstrekken van invloed blijken op het begrip van kans en *randomness*, dan heeft dit implicaties voor het gebruik van les- en bijlesmateriaal, en het gedrag van de leraar tegenover zijn leerlingen. Sommige leerlingen zal het niet ontbreken aan het cognitief vermogen, maar eerder aan de onderliggende, stabiele invloed van persoonlijkheid, waardoor zo'n kind steeds tegen dezelfde problemen aan zal lopen wat betreft het leren in het onderwijs. Als dit gegeven bekend wordt, kan er tijdens bijvoorbeeld bijlessen rekening worden gehouden met het persoonlijkheidstype van het kind, en kunnen er passende maatregelen worden getroffen.

Tot slot zouden Lesmethoden teveel aandacht aan formules besteden, en te weinig aan de onderliggende concepten en grote ideeën (Metz, 1997). En dat terwijl het zo'n complex en veelzijdig construct betreft (Batanero & Serrano, 1999), waarvan de onderliggende ideeën en concepten zeker besproken dienen te worden indien men een volledig begrip wenst. Juist in die veelzijdigheid kan een manier gecreëerd worden zodat elke leerling de school verlaat met een juiste houding tegenover onzekerheid en een goed ontwikkeld begrip van toeval, zodat er optimaal gefunctioneerd kan worden in de academische- en beroepspraktijk, maar ook als mens in de maatschappij.

Onderzoeksvragen & Hypothesen

Het doel van dit onderzoek is om erachter te komen in hoeverre er onder middelbare scholieren in de onderbouw een begrip bestaat van kans en toeval, en welke individuele verschillen er te onderscheiden zijn binnen deze groep. Het begrip van *randomness* zal

worden onderverdeeld in drie aspecten, uitkomstenruimte, de wet van de grote getalen en gelijke waarschijnlijkheid. Er zal worden bekeken welke aspecten goed worden begrepen door welke groepen. Op deze manier kijken we of er profielen te onderscheiden zijn en of deze samenhangen met factoren als sekse, onderwijsniveau, leerjaar, het wel of niet hebben gehad van kansrekening, en persoonlijkheid.
De onderzoeksvragen waarop geprobeerd wordt een antwoord te vinden zijn:

1. Welke aspecten van *randomness* worden goed begrepen onder middelbare scholieren in de onderbouw, en zijn er opvallende individuele of groepsverschillen waarneembaar?

2. Is er een verband waarneembaar tussen zelfbenoemde persoonlijkheidskenmerken van de leerlingen en het begrip van *randomness*?

3. Verschilt het begrip van *randomness* van leerlingen die kansrekening hebben gehad als onderdeel van de wiskundelessen, van het begrip van leerlingen die nog geen kansrekening hebben gehad?

Verwacht wordt dat de leerlingen in de 1^{e} en 2^{e} klas van de middelbare school een goed ontwikkeld begrip hebben van uitkomstenruimte, wet van de grote getallen en gelijke waarschijnlijkheid. Vermoed wordt dat de leerlingen van het HAVO en VWO vaker een volledig begrip vertonen ten opzichte van de leerlingen op het VMBO vanwege een hoger denkniveau en beter cognitief vermogen. Er worden geen verschillen verwacht tussen leerlingen van de 1^{e} en 2^{e} klas, en er worden geen sekseverschillen verwacht.

Wat betreft persoonlijkheid wordt vermoed dat een hogere score op Vriendelijkheid, Openheid en Emotionele samenhangen met een beter begrip van uitkomstenruimte, gelijke waarschijnlijkheid en de wet van grote getallen. Tot slot wordt verwacht dat leerlingen die kansrekening hebben gehad als onderdeel van de wiskundelessen, geen beter begrip vertonen wat betreft uitkomstenruimte, gelijke waarschijnlijkheid en wet van de grote getallen, ten opzichte van de leerlingen die nog geen kansrekening hebben gehad.

Methoden

Procedure

Voor dit cross-sectionele onderzoek zijn 22 middelbare scholen uit Utrecht en Doetinchem benaderd[1]. Van deze scholen hebben uiteindelijk 3 scholen toegezegd om deel te nemen. Voorafgaand aan het onderzoek werd een oudertoestemmingsbrief[2] meegegeven aan de leerlingen. Die werd dan ingevuld mee naar school genomen op de dag van afname. Bij een van de scholen gebeurde dit helaas na afloop van de afname. De vragenlijsten werden digitaal afgenomen in klassikale vorm, door middel van het software programma *Limesurvey* (Limesurvey Project Team/Carsten Schmitz, 2012). Bij de afname was steeds de leerkracht en tenminste een onderzoeker aanwezig. Nadat de participanten hadden plaatsgenomen in het lokaal vulden zij na een korte uitleg[3] individueel de vragenlijsten in. Voor de opstelling van de tafels in de klaslokalen werd niet gecontroleerd. Wel werd er opgelet dat er geen overleg plaatsvond tussen de leerlingen. Indien zij een vraag hadden staken zij hun hand op en kwam een van de onderzoekers om de vraag te beantwoorden. Indien er geen computerlokaal beschikbaar was of de leerlingen niet over een eigen laptop of tablet beschikten, werden de vragenlijsten schriftelijk afgenomen. In totaal zijn er 117 vragenlijsten digitaal en 59 schriftelijk afgenomen. Wanneer het een schriftelijke afname betrof werd na de introductie de vragenlijst in stilte ingevuld. Het invullen van de vragenlijsten duurde gemiddeld 40 minuten. De afnamemomenten wisselde per klas, variërend tussen het eerste lesuur op maandagochtend en het laatste lesuur op vrijdagmiddag.

Participanten

Aan het onderzoek hebben 176 participanten tussen de 12 en 15 jaar deelgenomen, waarvan 95 man (53,98%) en 81 vrouw (46,02%). De gemiddelde leeftijd was 13.05 jaar. De participanten waren allen scholieren in de 1^e of 2^e klas (1^e klas N = 108, 2^e klas N= 68). De verdeling van sekse van de participanten over de verschillende schoolniveaus is te zien in tabel 1.

[1] Zie voor de uitnodiging bijlage I
[2] Zie voor de toestemmingbrief bijlage II
[3] Zie voor de introductie bijlage III .

Tabel 1

Verdeling van sekse over schoolniveau.

Niveau	Vrouw	Man	Totaal	Percentage
BBL	7	8	15	8,5
KBL	17	7	24	13,6
GL	8	11	19	10,8
HAVO	23	39	62	35,2
VWO	26	30	56	31,8
Totaal	81	95	176	100

BBL: Basisberoepsgerichte Leerweg, KBL: Kaderberoepsgerichte Leerweg
GTL: Gemengde Leerweg, HAVO: Hoger Algemeen Voortgezet Onderwijs
VWO: Voorbereidend Wetenschappelijk Onderwijs

Meetinstrumenten

1. Begrip van randomness

Om het begrip van *randomness* te meten is een vragenlijst[4] ontwikkeld bestaande uit vier verschillende onderdelen met in totaal 30 vragen. Daarvan waren er 18 multiple choice (MC) en 12 open vragen. Zeven van de open vragen volgden na een MC vraag als vraag om te ontdekken hoe de participant tot een antwoord was gekomen ("Leg uit", "Waarom denk je dat"). Deze vragen bestonden uit deel a en b, met bij a) een MC vraag, en bij b) een vraag om extra toelichting. De vier onderdelen waren: "Muntjes" (8 vragen), "Paaseitjes" (9 vragen), "Spelletjes" (2 vragen) en "Multiple Choice" (7 vragen). Er werd voor de naam paaseitjes gekozen omdat de afname rond Pasen plaatsvond. Een andere benaming kon zijn "Knikkers". Met deze 30 vragen zijn de constructen uitkomstenruimte, gelijke waarschijnlijkheid en wet van grote getallen getest. De laatste drie vragen werden gesteld om te zien of er een begrip bestond van het berekenen van gecombineerde kansen. Na afname bleek dat voor veel leerlingen te moeilijk te zijn. Deze vragen zijn dan ook niet meegenomen in verdere analyses. De verdeling van de overige 27 vragen over de onderdelen en constructen is te zien in tabel 2.

Tabel 2

De verdeling van de soort vragen over construct en onderdeel.

	Multiple Choice				Open		
	Munt	Ei	Spel	MC	Munt	Ei	Spel
Uitkomstenruimte	3a, 4a, 6	5a, 6a	-	4, 5, 6, 7	3b, 4b	4, 5b, 6b	-
Gelijke waarsch.	1, 5	3a	2a	1, 2, 3	2	3b	1, 2b
Wet v GG	-	-	-	-	-	1, 2	-

[4] Zie voor de volledige vragenlijst inclusief antwoordsleutel bijlage II.

De vragen zijn tot stand gekomen aan de hand van eerder gedaan onderzoek naar de constructen. Uit welke literatuur de vragen vandaan komen is te zien in tabel 3[5].

Tabel 3
Bijbehorende literatuur weergegeven per vraag.

	Munt	Ei	Spel	MC
Green, 1982	1, 6	5, 6	2	
Konold et al., 1993	2, 3ab, 4			
Morsanyi, Handley & Serpell, 2013	5	3	1, 2	1, 3
Metz, 1998		1, 2		
Bryant & Nunes, 2012		4		
Fischbein & Schnarz, 1997				1, 2
Fischbein, Nello & Marino, 1991				4, 5, 6, 7

1.1 Uitkomstenruimte

De vragen die uitkomstenruimte meten hebben betrekking op de volgorde van uitkomsten na bijvoorbeeld 5 of 12 keer een muntjes te hebben opgegooid. Een voorbeeld (Munt-6) is: "Er worden twaalf muntstukken tegelijkertijd opgegooid. Alle twaalf de muntstukken landen op een tafel. Als dit meerdere keren wordt gedaan, welke van de volgende resultaten zal vaker voorkomen?"

a) 2 kop en 10 munt c) **6 kop en 6 munt**

b) 5 kop en 7 munt d) 7 kop en 5 munt e) allemaal hebben ze dezelfde kans

Bij de vragen over paaseieren wordt er verwacht dat een participant uit twee populaties diegene kiest waar de kans op een gevraagde uitkomst het grootst is.
Een voorbeeld is de volgende open vraag (Ei-4):
"Er zijn twee doosjes. In de eerste zitten 1 roze en 2 blauwe paaseieren. In de tweede zitten 2 roze en 5 blauwe paaseieren. Het is de bedoeling dat je een roze paasei pakt. Welke doos kies je en waarom?" Voorbeeld van juiste antwoord: **Het eerste doosje, want daar is de kans op een roze paasei 1 op 3, en bij het tweede doosje 2 op 7, wat een kleinere kans is.**

Ook wordt er verwacht dat de participanten de mogelijke uitkomsten van een dobbelsteen begrijpen, en de waarschijnlijkheid van die uitkomsten. Zo wordt er gevraagd (MC-7):
"Hoe zeker ben je dat je het getal 5 gooit?"

[5] Zie ook bijlage IV.

a) Ik gooi zeer zeker 5

b) Het is mogelijk dat ik 5 gooi

c) Het is onmogelijk dat ik 5 gooi

<u>1.2 Gelijke waarschijnlijkheid</u>

Om gelijke waarschijnlijkheid te meten wordt getest of de participant begrijpt dat er in sommige situaties sprake is van een eerlijke kans van uitkomsten, en dat die kans niet verandert door voorgaande uitkomsten. Zoals de vraag Munt-2:
"Je gooit een muntje (met een rode en een groene kant) drie keer achter elkaar op. Bij alle keren eindigt het muntje met de rode kant boven. Is de kans groter of kleiner dat bij de vierde keer opgooien het muntje weer met de rode kant boven eindigt? Leg uit waarom."
Een voorbeeld van een juist antwoord is: **De kans dat de rode kant boven valt is even groot als de kans dat de groene kant boven valt. De uitkomst wordt niet beinvloed door vorige worpen.**
Het wordt iets ingewikkelder bij vraag Ei-3: "In een doosje zitten 20 blauwe en 20 gele paaseieren. Je haalt er zonder te kijken een eitje uit, en laat deze aan je buurman zien. Vervolgens legt hij het paaseitje terug en jij pakt er daarna een nieuwe uit. Ook deze laat je aan je buurman zien (zelf weet je dus niet welke kleuren je hebt gepakt). Als je weet dat minstens een van de eitjes geel was, wat is dan meer waarschijnlijk?

a) De andere was ook geel **b) De andere was blauw**

c) Beide opties zijn even waarschijnlijk d) Daar kun je niets over zeggen / Weet ik niet

De uitdaging ligt hier in het woord "minstens". De optie blauw-blauw vervalt, wat de kans op een blauwe knikkers vergroot (van ½ naar ⅔). Een andere vraag waar iets meer van de participant gevraagd wordt zijn MC-1 en MC-2, waarbij het gaat om de kans dat er vaker onverwachte uitkomsten zijn bij een kleinere steekproef. De veelvoorkomende neiging is dat de kans op uitschieters bij zowel een grote als kleine steekproef als gelijk wordt gezien. Bijvoorbeeld: "Je gooit tien keer een muntje op. Je vriend gooit vijftig keer een muntje op. Welke situatie is meer waarschijnlijk?

a) Je vriend gooit meer dan 60% kop **b) Jij gooit zelf meer dan 60% kop**

c) Beide gevallen zijn even waarschijnlijk d) Weet ik niet

1.3 Wet van de grote getallen

Om de wet van de grote getallen te meten zijn 2 open vragen gesteld, waarbij verwacht wordt dat de participant snapt dat de kleurenverdeling van een populatie van 40 paaseieren lastig vast te stellen is wanneer je er 5 eitjes uit haalt (Ei-1). Maar dat wanneer er 15 uit worden gehaald(Ei-2), dit beter te bepalen is, terwijl die bepaling nog steeds onzeker blijft.

2. Persoonlijkheid

Om persoonlijkheid te meten werd de *Ten-Item Personality Inventory* (TIPI)[6], ontwikkeld en getest door Gosling, Rentfrow & Swann (2003) afgenomen. De TIPI meet zelfbenoemde scores op de Big Five persoonlijkheidstrekken extraversie (α=.68), vriendelijkheid(α=.40), ordelijkheid(α=.50), emotionele stabiliteit(α=.73) en openheid voor nieuwe ervaringen(α=.45). Van elke eigenschap bestaat een item in positieve en negatieve vorm. De TIPI is speciaal ontwikkeld voor onderzoek waarbij het meten van persoonlijkheid niet centraal staat, en waarbij de afname niet te lang mag duren.

In de TIPI wordt de persoonlijkheidstrek neuroticisme behandeld als emotionele stabiliteit, wat inhoudt dat een hoge score op neuroticisme een lage score op emotionele stabiliteit betekent. De TIPI volgde als laatste onderdeel na de vragen over *randomness*.

3. Scoring

Om te zien of er een begrip is van de verschillende constructen is besloten om het aantal goede antwoorden op de MC vragen per participant op te tellen, om vervolgens voor elke participant het gemiddelde percentage goede antwoorden per vraag te berekenen. Per construct kunnen dan de betreffende gemiddelde percentages van de MC vragen bij elkaar worden genomen om analyses uit te voeren. Voor de open vragen zijn, na de afname, verschillende categorieën opgesteld, aan de hand van de gegeven antwoorden. Er zijn twee classificatiesystemen opgesteld. Er zijn namelijk twee soorten open vragen te onderscheiden; de op zichzelf staande open vragen (classificatiesysteem I) en de open vragen die volgde na een MC vraag (classificatiesysteem II). Na eerste analyses bleek dat er teveel spreiding zat in het eerste classificatiesysteem, met soms nauwelijks participanten in sommige categorieën. Tevens bleken andere categorieën heel erg op elkaar te lijken, zoals “geen begrip” en “niet relevante antwoorden”. Om die reden zijn de volgende groepen

[6] Zie voor de TIPI bijlage V.

samen getrokken: 1 en 7, 2 en 3. Bij classificatiesysteem II zijn de groepen “verkeerd redeneren” één groep geworden, ongeacht de juistheid van het antwoorden, omdat een verkeerde redenering wijst op een gebrek aan begrip. Een juist antwoord kan dan door middel van gokken zijn gegeven. Hetzelfde is gebeurd met de groepen “juist redeneren”. De oude en vernieuwde classificatiesystemen zijn te zien in tabel 4 en 5. Zie voor de inhoudelijke beschrijving van de categorieën bijlage VI.

Tabel 4

Eerste classificatiesysteem voor de open vragen

Cat	Oud	Nieuw
1	Geen begrip	Geen begrip
2	Denken in causaliteit	Denken in causaliteit
3	Denken in deels causaliteit en deels onzekerheid	Denken in onzekerheid
4	Denken in onzekerheid	Begrip van kans
5	Begrip van kans	Begrip van het construct
6	Begrip van *randomness*	
7	Niet relevante antwoorden	

Tabel 5

Tweede classificatiesysteem voor de open vragen

Cat	Oud	Nieuw
1	Geen begrip	Geen begrip / redenering mist
2	Denken in onzekerheid	Verkeerd redeneren met fout & juist antwoord
3	Verkeerd redeneren met fout antwoord	Denken in onzekerheid
4	Verkeerd redeneren met juist antwoord	Juist redeneren met fout & juist antwoord
5	Juist redeneren met verkeerd antwoord	
6	Juist redeneren met juist antwoord	
7	Niet relevante antwoorden	

De TIPI bestond uit tien items, die allemaal beginnen met: “Ik zie mijzelf als:”. Ieder item kon beantwoord worden door middel van een 7-punts Likertschaal, van 1 (*Heel erg mee oneens*) tot 7 (*Heel erg mee eens*). De gemiddelde score per karaktertrek werd na omscoring berekend.

Resultaten

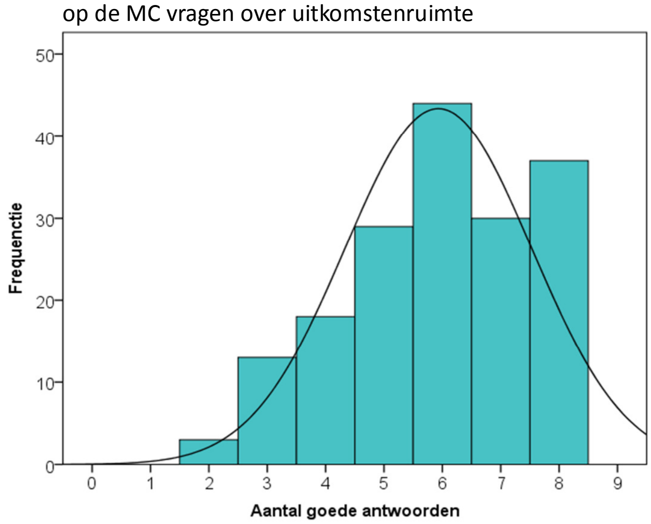
1. Multiple Choice

Allereerst zijn de multiple choice (MC) vragen geanalyseerd. Per participant zijn het aantal goede antwoorden op de multiple choice vragen bij elkaar opgeteld. De MC antwoorden omvatten de constructen uitkomstenruimte en gelijke waarschijnlijkheid, met een verschillend aantal vragen voor elk construct. Om die reden is ook het gemiddelde aantal goede antwoorden per participant berekend, en is dit gemiddelde aantal goede antwoorden ook omgerekend in het percentage goede antwoorden per construct. Twee participanten bleken de enkel de demografische gegevens te hebben ingevuld en verder geen vragen te hebben beantwoord. Deze twee participanten zijn uitgesloten van de analyses.

1.1 Uitkomstenruimte

Het totaal gemiddelde aantal goede antwoorden op de multiple choice vragen over uitkomstenruimte is 5.86 van de 9 vragen, met een minimum van 2, een maximum van 8. De standaarddeviatie is 1.71 en de modus is 6. De steekproef is normaal verdeeld (Figuur 1). Zie voor de gemiddelde percentages goede antwoorden tabel 6.

Figuur 1
Distributie van de frequenties aantal goede antwoorden op de MC vragen over uitkomstenruimte



Om te zien of er verschillen zijn wat betreft sekse, het wel of niet kansrekening hebben gehad, leerjaar en/of onderwijsniveau zijn ANOVA's uitgevoerd. Er is gekozen om de drie leertrajecten (BBL, KBL, GL) van het Voorbereidend Middelbaar Beroepsonderwijs (VMBO) samen te voegen tot één groep, namelijk het onderwijsniveau VMBO. Zo zijn de drie categorieën gelijkmatig verdeeld wat betreft het aantal participanten (VMBO n=58, HAVO n=60, VWO n=56). Voor sekse is net geen significant verschil gevonden op het gemiddelde percentage goede antwoorden, voor uitkomstenruimte (p = .052). Voor leerjaar is er een significant verschil gevonden ($F(2,172) = 4.959$, p = .027, $\eta^2 = 0.028$). Participanten in het tweede leerjaar scoren gemiddeld hoger op de MC vragen over uitkomstenruimte dan participanten in het eerste leerjaar.

Tabel 6

Gemiddelden en standaarddeviaties (SD) in % goede antwoorden.

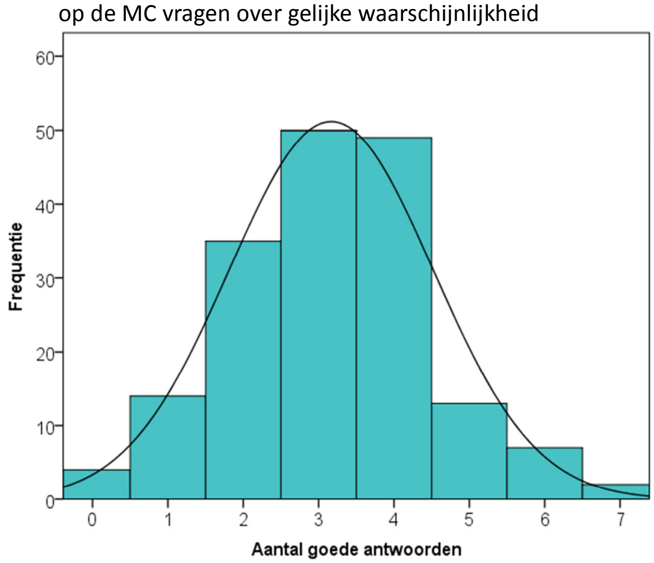
		Uitkomstenruimte				Gelijke waarschijnlijkheid			
		Gem	SD	Verschil	*p*	Gem	SD	Verschil	*p*
Sekse	Vrouw	63,10	17,82	5,24	.052	41,62	15,02	6,77	.021*
	Man	68,34	17,49			48,39	22,09		
Leerjaar	1	63,55	17,65	6,10	.027*	41,92	19,55	8,61	.004*
	2	69,65	17,47			50,53	17,99		
Onderwijs	VMBO (1)	60,34	16,40	5,96 (1-2)	.064	37,93	18,54	5,40 (1-2)	.108
niveau	HAVO (2)	66,30	18,29	4,93 (2-3)	.127	43,33	18,03	11,52 (2-3)	.001*
	VWO (3)	71,23	17,18	10,89 (1-3)	.001*	54,85	18,02	16,92 (1-3)	.000*
Kans-	Wel	51,85	14,20	15,98	.000*	44,22	14,92	1,16	.798
Rekening	Niet	67,83	17,39			45,38	19,94		

Daarnaast is er voor onderwijsniveau een significant verschil gevonden op gemiddelde percentage goede antwoorden ($F(2,171) = 5.648$, p = .004, $\eta^2 = 0.062$). Leerlingen van het VWO verschillen significant op het aantal goede antwoorden over uitkomstenruimte van leerlingen van het VMBO(p = .001). Er is tevens een significant verschil gevonden op het hebben gehad van kans-rekening ($F(1, 172) = 16,215$, $p < .001$, $\eta^2 = 0.086$). De participanten die geen kansrekening hebben gehad als onderdeel van de wiskundelessen, scoren gemiddeld hoger op de MC vragen over uitkomstenruimte, dan de participanten die wel kansrekening hebben gehad. Dit is tegen de oorspronkelijke verwachting in dat er geen verschil zou zijn tussen deze groepen.

1.2 Gelijke waarschijnlijkheid

Het totaal gemiddelde aantal goede antwoorden op de multiple choice antwoorden over gelijke waarschijnlijkheid is 3.13 van de 7 vragen, met een minimum van 0, een maximum van 7 en een standaard deviatie van 1.39. De modus is 3. De distributie is wederom normaal verdeeld (Figuur 2). Aan de hand van ANOVA's is er een signficant verschil gevonden van sekse ($F(1,172) = 5.413$, $p = .021$, $\eta^2 = 0.031$), waarbij de jongens, tegen de verwachting in, gemiddeld meer vragen goed hadden dan de meisjes. Voor leerjaar is tevens een significant verschil gevonden op het gemiddelde percentage goede antwoorden($F(1,172) = 8.491$, $p = .004$, $\eta^2 = 0.047$). Participanten in het tweede leerjaar scoorden gemiddeld hoger op de MC vragen over gelijke waarschijnlijkheid dan participanten in het eerste leerjaar. Verder is er voor onderwijsniveau een significant verschil gevonden ($F(2,171) = 12,852$, $p < .001$, $\eta^2 = 0.131$). VWO verschilt wederom significant van VMBO ($p < .001$), alsook van HAVO ($p = .001$). Er is geen significant verschil gevonden op het hebben gehad van kansrekening. Het maakt voor de gemiddelde score op de MC vragen over gelijke waarschijnlijkheid dus niet uit of de participanten wel of niet kansrekening hebben gehad als onderdeel van de wiskundelessen.

Figuur 2
Distributie van de frequenties aantal goede antwoorden op de MC vragen over gelijke waarschijnlijkheid



<u>*2. Open vragen*</u>

<u>*2.1 Uitkomstenruimte*</u>

Over uitkomstenruimte zijn er twee vragen gesteld binnen het eerste classificatiesysteem, en drie vragen binnen het tweede classificatiesysteem. De frequenties van de antwoord-categorieën zijn te zien in tabel 7. Om een verschil in sekse te ontdekken zijn de categorieën van de open vragen samengevoegd tot twee categorieën, waarbij de categorie *randomness* staat voor '*wel* een begrip van het construct' en de rest van de categorieën staan voor '*geen* begrip van het construct'. Vervolgens zijn de frequenties geteld en is er een chikwadraattoets uitgevoerd. De resultaten zijn te zien in tabel 8. Er is enkel op de vraag (Ei-4) een significant verschil gevonden, waarbij de mannen vaker begrip vertoonden ten opzichte van de vrouwen.

Tabel 7

Frequenties van antwoordcategorieën betreffende de open vragen over uitkomstenruimte (n=174)

	Geen begrip	*%*	*Causaal*	*%*	*Onzeker-heid*	*%*	*Kans*	*%*	*Random ness*	*%*
Munt-3b	16	9,2	62	35,6	72	41,4	11	6,3	13	7,5
Munt-4b	15	8,6	83	47,7	55	31,6	13	7,5	8	4,6
	Geen begrip	*%*	*Verkeerd redeneren*	*%*	*Onzeker-heid*	*%*			*Juist redeneren*	*%*
Ei-4	12	6,9	97	55,7	1	0,6			64	36,8
Ei-5b	10	5,7	56	32,2	5	2,9			103	59,2
Ei-6b	9	5,2	85	48,9	3	1,7			77	43,8

Tabel 8

Frequenties, chi² en p-waardes voor sekseverschillen van de open vragen over uitkomstenruimte

	Munt-3b		Munt-4b		Ei-4		Ei-5b		Ei-6b	
	Wel	*Geen*	*Wel*	*Geen*	*Wel*	*Geen*	*Wel*	*Geen*	*Wel*	*Geen*
Vrouwen	5	76	3	78	22	59	48	33	30	51
Mannen	8	85	5	88	42	51	55	38	47	46
Chi²	0.370		0.276		6.033		0.000		3.199	
df	1		1		1		1		1	
p	.543		.599		.014*		.987		.074	

*Chi² is significant wanneer $p < .05$.

Wel: Wel begrip van construct, *Geen:* Geen begrip van construct

Tabel 9

Frequenties, chi² en p-waardes voor verschil in leerjaar van de vragen over uitkomstenruimte

	Munt-3b		Munt-4b		Ei-4		Ei-5b		Ei-6b	
	Wel	*Geen*	*Wel*	*Geen*	*Wel*	*Geen*	*Wel*	*Geen*	*Wel*	*Geen*
1	5	102	3	104	36	71	56	51	29	78
2	8	59	5	62	28	39	47	20	48	19
Chi²	3.148		2.039		1.176		5.412		33.130	
df	1		1		1		1		1	
p	.076		.153		.278		.020*		.000*	

*Chi² is significant wanneer $p < .05$.

Voor leerjaar zijn dezelfde categorieën en toetsen uitgevoerd. Zie voor de resultaten tabel 9. Er bleek voor twee van de vijf vragen een significant verschil te zijn tussen leerjaren, waarbij de participanten uit leerjaar 2 vaker een begrip vertoonden dan die uit leerjaar 1.

Wat betreft onderwijsniveau is er bij alle vragen een significant verschil gevonden tussen VMBO en VWO, wat erop wijst dat leerlingen van het VWO vaker een begrip van uitkomstenruimte vertonen dan leerlingen van het VMBO. Tevens is er bij drie van de vijf vragen een significant verschil gevonden tussen VMBO en HAVO, en bij twee van de vijf vragen een significant verschil tussen HAVO en VWO. Zie voor de frequenties en *p*-waarden tabel 10. Wat betreft kansrekening blijken de groepen die wel en niet kansrekening hebben gehad als onderdeel van de wiskundelessen significant van elkaar te verschillen op twee van de vijf vragen over uitkomstenruimte. Dit zijn de 'Munt' vragen. Bij de 'Ei' vragen zijn geen significante verschillen gevonden. Zie voor details tabel 11.

Tabel 10

Frequenties, chi²toets en p-waardes voor verschil in onderwijsniveau voor de open vragen over uitkomstenruimte

	Munt-3b		Munt-4b		Ei-4		Ei-5b		Ei-6b	
	Wel	*Geen*	*Wel*	*Geen*	*Wel*	*Geen*	*Wel*	*Geen*	*Wel*	*Geen*
VMBO	*1*	57	*0*	58	19	39	22	36	6	52
HAVO	5	55	4	56	14	46	37	23	36	24
Chi²	2.669		4.002		1.301		6.646		31.720	
df	1		1		1		1		1	
p	.102		.045*		.254		.010*		.000*	
VMBO	*1*	57	*0*	58	19	39	22	36	6	52
VWO	7	49	4	52	31	25	44	12	35	21
Chi²	5.070		4.294		5.909		19.304		33.652	
Df	1		1		1		1		1	
p	.024*		.038*		.015*		.000*		.000*	
HAVO	5	55	4	56	14	46	37	23	36	24
VWO	7	49	4	52	31	25	44	12	35	21
Chi²	0.542		0.010		12.510		3.929		0.076	
df	1		1		1		1		1	
p	.462		.919		.000*		.047*		.782	

*Chi² is significant wanneer *p* < .05.

Tabel 11

Frequenties, chi²toets en p-waardes voor verschillen in effect van kansrekening op begrip van uitkomstenruimte

	Munt-3b		Munt-4b		Ei-4		Ei-5b		Ei-6b	
	Wel	*Geen*	*Wel*	*Geen*	*Wel*	*Geen*	*Wel*	*Geen*	*Wel*	*Geen*
Geen kansrekening	8	145	4	149	55	98	92	61	68	85
Wel kansrekening	5	16	4	17	9	12	11	10	9	12
Chi²	9.222		11.369		0.379		0.459		0.019	
df	1		1		1		1		1	
p	.002*		.001*		.538		.498		.891	

*Chi² is significant wanneer *p* < .05.

2.2. Gelijke waarschijnlijkheid

Over gelijke waarschijnlijkheid zijn drie open vragen gesteld binnen het eerste classificatie-systeem. Zie voor de frequenties en percentages per vraag tabel 12. Om een verschil in sekse te vinden wat betreft gelijke waarschijnlijkheid, is dezelfde tweedeling in categorieën gebruikt als bij het meten van uitkomstenruimte. Er zijn geen significante verschillen gevonden. Wat betreft leerjaar bleken er significante verschillen te bestaan bij de vragen Munt-2 en Spel-2b, waarbij de leerlingen uit het tweede leerjaar vaker een begrip van gelijke waarschijnlijkheid vertoonden dan de leerlingen uit het eerste leerjaar (tabel 13). Na vergelijking van onderwijsniveaus zijn er wisselende resultaten gevonden op de vragen over gelijke waarschijnlijkheid. Op beiden 'Spel'-vragen verschilde VWO significant van VMBO en

HAVO. Op de andere twee vragen verschilde HAVO significant van VMBO. Dit duidt erop dat leerlingen van het VWO en HAVO vaker een begrip van gelijke waarschijnlijkheid vertonen dan de leerlingen van het VMBO. Zie voor details tabel 14. Wat betreft kansrekening is er slechts een vraag gebleken (Munt-2) waarbij het hebben gehad van les in kansrekening een significant verschil opleverde wat betreft het begrip van gelijke waarschijnlijkheid (tabel 15).

Tabel 12

Frequenties van antwoordcategorieën betreffende de vragen over gelijke waarschijnlijkheid (n=174)

	Geen begrip	*%*	*Causaal*	*%*	*Onzeker-heid*	*%*	*Kans*	*%*	*Random-ness*	*%*
Munt-2	17	9.8	83	47.7	32	18.4	14	8.0	28	15.9
Ei-3b	19	10.9	39	22.4	48	27.6	27	15.5	41	23.6
Spel-1	26	14.9	55	31.6	43	24.7	10	5.7	40	23.0
	Geen begrip	*%*	*Verkeerd redeneren*	*%*	*Onzeker-heid*	*%*			*Juist redeneren*	*%*
Spel-2b	14	8.0	17	9.8	19	10.9			124	71.3

Tabel 13

De frequenties, Chi²toets en p-waardes voor verschil in leerjaar van de vragen over gelijke waarschijnlijkheid

	Munt-2		Ei-3b		Spel-1		Spel-2b	
	Wel	*Geen*	*Wel*	*Geen*	*Wel*	*Geen*	*Wel*	*Geen*
1	10	97	22	85	20	87	67	40
2	18	49	19	48	20	47	57	10
Chi^2	9.366		1.391		2.898		10.147	
df	1		1		1		1	
p	.002*		.238		.089		.001*	

*Chi² is significant wanneer $p < .05$.

Tabel 14

Frequenties, p-waardes voor verschil in onderwijsniveau, vragen over gelijke waarschijnlijkheid

	Munt-2		Ei-3b		Spel-1		Spel-2b	
	Wel	*Geen*	*Wel*	*Geen*	*Wel*	*Geen*	*Wel*	*Geen*
VMBO	1	57	9	49	5	53	31	27
HAVO	12	48	20	40	11	49	41	19
Chi^2	10.048		5.050		2.374		2.747	
df	1		1		1		1	
p	.002*		.025*		.123		.097	
VMBO	1	57	9	49	5	53	31	27
VWO	15	41	12	44	24	32	52	4
Chi^2	14.832		0.663		17.607		22.350	
df	1		1		1		1	
p	.000*		.416		.000*		.000*	
HAVO	12	48	20	40	11	49	41	19
VWO	15	41	12	44	24	32	52	4
Chi^2	0.747		2.055		8.268		10.959	
df	1		1		1		1	
p	.387		.152		.004*		.001*	

*Chi² is significant wanneer $p < .05$.

Tabel 15

De frequenties, chi²toets en p-waardes voor verschillen van les in kansrekening op begrip van gelijke waarschijnlijkheid

	Munt-2		Ei-3b		Spel-1		Spel-2b	
	Wel	*Geen*	*Wel*	*Geen*	*Wel*	*Geen*	*Wel*	*Geen*
Geen kansrekening	21	132	35	118	36	117	107	46
Wel kansrekening	7	14	6	15	4	17	17	4
Chi^2	5.258		0.333		0.210		1.095	
df	1		1		1		1	
p	.022*		.564		.647		.295	

*Chi^2 is significant wanneer $p < .05$.

2.3. Wet van de grote getallen

Er zijn twee open vragen gesteld over de wet van grote getallen. Deze vielen beide in het eerste classificatiesysteem. De frequenties en percentages zijn te zien in tabel 16. Om een verschil in sekse te ontdekken zijn wederom chikwadraattoetsen uitgevoerd en *p*-waardes berekend. Er werd enkel een significant verschil gevonden bij de eerste vraag. De vrouwen vertoonden hierbij vaker een begrip van de wet van grote getallen dan de mannen (tabel 17). Wat betreft leerjaar is vraag Ei-2 significant gebleken, met vaker een begrip onder participanten in het tweede leerjaar. Het is opvallend dat voor beide leerjaren het aantal participanten dat een begrip vertoont van de wet van grote getallen zeer laag is (tabel 18).

Tabel 16

Frequenties van antwoordcategorieën betreffende de vragen over de wet van grote getallen (n=174)

	Geen begrip	*%*	*Causaal*	*%*	*Onzeker-heid*	*%*	*Kans*	*%*	*Random-ness*	*%*
Ei-1	37	21.3	74	42.5	38	21.8	12	6.9	13	7.5
Ei-2	77	44.3	39	22.4	16	9.2	23	13.2	19	10.9

Tabel 17

De frequenties, Chi²toets en p-waardes voor sekseverschillen van de open vragen over wet van grote getallen

	Ei-1		Ei-2	
	Wel	Geen	Wel	Geen
Vrouwen	10	71	9	72
Mannen	3	90	10	83
Chi^2	5.209		.006	
df	1		1	
p	.022*		.940	

*Chi^2 is significant wanneer $p < .05$.

Tabel 18

De frequenties, Chi²toets en p-waardes voor verschil in leerjaar van de vragen over wet van grote getallen

	Ei-1		Ei-2	
jaar	*Wel*	*Geen*	*Wel*	*Geen*
1	8	99	5	102
2	5	62	14	53
Chi^2	0.000		11.147	
df	1		1	
p	.997		.001*	

*Chi² is significant wanneer $p < .05$.

Wat betreft onderwijsniveau zijn er twee significante verschillen gevonden, enkel bij vraag Ei-2, waar VMBO significant verschilde van zowel HAVO als VWO. Bij vraag Ei-1 zijn er geen noemenswaardige verschillen gevonden, wat erop wijst dat leerlingen van HAVO en VWO deels een begrip vertonen van de wet van grote getallen (tabel 19).

Wat betreft kansrekening zijn er geen significante verschillen gevonden in de respons op de vragen over de wet van grote getallen. Het wel of niet hebben gehad van kansrekening lijkt dus geen effect te hebben op de mate van begrip (Ei-1: $p = .615$, Ei-2: $p = .827$).

Tabel 19

De frequenties, chi²toets en p-waardes voor verschil in onderwijsniveau van de vragen over de wet van grote getallen

	Ei-1		Ei-2	
	Wel	*Geen*	*Wel*	*Geen*
VMBO	4	54	*1*	57
HAVO	3	57	9	51
Chi²	0.190		6.701	
df	1		1	
p	.663		.010*	
VMBO	4	54	*1*	57
VWO	6	50	9	47
Chi²	0.519		7.329	
df	1		1	
p	.471		.007*	
HAVO	3	57	9	51
VWO	6	50	9	47
Chi²	1.322		0.025	
df	1		1	
p	.250		.873	

*Chi² is significant wanneer $p < .05$.

3. Persoonlijkheid

3.1. Multiple Choice

Om vast te stellen welke persoonlijkheidstrekken een verband vertonen met de scores op uitkomstenruimte, gelijke waarschijnlijkheid en wet van grote getallen, is eerst vastgesteld wat een hoge, gemiddelde op lage score betekent. Na omscoring van de items (2, 4, 6, 8 en 10) zijn de twee scores per eigenschap bij elkaar opgeteld en gedeeld door twee om zo tot de gemiddelde score per participant per eigenschap te komen. Vervolgens werd vastgesteld of dit een 'lage', 'gemiddelde' of 'hoge' score was. Een score tussen 1 en 3 werd een lage score, tussen 3.1 en 4.5 een gemiddelde score, en tussen 4.6 en 7 een hoge score genoemd. In tabel 20 is te zien dat de meeste participanten de neiging hebben om zichzelf eerder een hoge dan lage score te geven op alle eigenschappen.

Tabel 20
Frequenties en totalen voor lage, gemiddelde en hoge score op persoonlijkheidskenmerken

	Extraversie	Mildheid	Ordelijkheid	E. S.	Openheid
Laag	8	8	6	12	4
Midden	80	43	68	65	42
Hoog	83	120	97	94	125
Totaal	171	171	171	171	171

E.S.: Emotionele Stabiliteit

3.1.1 Uitkomstenruimte

Op de MC antwoorden over uitkomstenruimte werd geen significant verschil gevonden tussen lage, gemiddelde of hoge score op ordelijkheid, emotionele stabiliteit en openheid. Voor mildheid werd een significant verschil gevonden (F (2,170) = 3.042, p = .051, η^2 = 0.049). Een lage score op mildheid verschilde significant met een gemiddelde (p = .016) en hoge (p = .026) score. Een lage score op mildheid correleert dus met een lage score op de MC vragen over uitkomstenruimte. Zie voor de gemiddelde scores en standaarddeviaties tabel 21.

3.1.2 Gelijke waarschijnlijkheid

Op de MC antwoorden over gelijke waarschijnlijkheid werd geen significant verschil gevonden tussen de scores op alle eigenschappen, behalve extraversie (F (2,170) =5.552, p=.005, η^2 = 0.061). Een lage score op extraversie hangt samen met een hogere score op de MC vragen over gelijke waarschijnlijkheid, en een gemiddelde score op extraversie met een lage score op de MC vragen. Ook bleek dat een lage score op ordelijkheid samenhangt met een hoge score op de vragen over gelijke waarschijnlijkheid, ten opzichte van een gemiddelde (F (2,170) = 2.671, p = .024, η^2 = 0.031) en hoge (F (2,170) = 2.671, p = .048, η^2 = 0.031) score op ordelijkheid.

Tabel 21.
Gemiddelden en standaarddeviaties (SD) in % goede antwoorden.

		Uitkomstenruimte			Gelijke waarschijnlijkheid		
		Gem	SD	*p*	Gem	SD	*p*
Extraversie	Laag	69.44	24.31	.664	69.64	16.09	.003*
	Gemiddeld	72.57	19.33	.499	48.68	20.30	.044*
	Hoog	74.60	18.86	.472	54.59	17.34	.031*
Ordelijkheid	Laag	85.19	16.73	.195	69.05	10.75	.024*
	Gemiddeld	74.51	20.41	.421	50.63	21.58	.398
	Hoog	72.05	18.57	.107	53.17	17.22	.048*
E. S.	Laag	70.37	21.36	.970	51.19	20.62	.998
	Gemiddeld	70.60	20.07	.031	51.21	20.66	.369
	Hoog	75.91	18.31	.348	53.98	17.83	.634
Openheid	Laag	66.67	24.00	.419	64.29	8.24	.087
	Gemiddeld	74.87	18.37	.646	47.28	17.71	.041*
	Hoog	73.28	19.53	.502	54.20	19.41	.294
Mildheid	Laag	59.72	24.44	.023*	42.86	20.20	.093
	Gemiddeld	76.52	17.97	.346	55.19	19.39	.423
	Hoog	73.33	19.13	.053	52.50	18.81	.167

*Chi² is significant wanneer p < .05.

3.2. Open vragen

Om te ontdekken of er een samenhang bestond tussen de vijf persoonlijkheidstrekken en de mate van begrip van *randomness,* werden de lage en gemiddelde scores samengevoegd tot één groep, en werden de frequenties bekeken per groep. Vervolgens werd chikwadraat berekend. Ook werden de twee groepen die hoog en laag scoorden op een persoonlijkheids-trek met elkaar vergeleken (de midden groep werd dan uitgesloten van de vergelijking).

3.2.1 Uitkomstenruimte

De verschillen tussen de scores op alle persoonlijkheidskenmerken, werden niet significant bevonden wanneer gekeken wordt naar wel of geen begrip van de uitkomstenruimte, en wel voor alle open vragen. Een hoge of lage score op extraversie, mildheid, ordelijkheid, emotionele stabiliteit of openheid hangt dus niet samen met een beter begrip van uitkomstenruimte.

3.2.2 Gelijke waarschijnlijkheid

Ook hier werden de verschillen tussen de scores op alle persoonlijkheidskenmerken niet significant bevonden wanneer werd gekeken naar het wel of geen begrip vertonen van gelijke waarschijnlijkheid, voor alle open vragen, op een na. Een hoge of lage score op extraversie, mildheid, ordelijkheid, emotionele stabiliteit of openheid hangt dus niet samen met een beter begrip van gelijke waarschijnlijkheid.

Bij vraag Spel-1 werd een significant verschil gevonden tussen de hoge en lage score op emotionele stabiliteit met een chikwadraat van 4.121 (df = 1, p = .042). Geen van de participanten die laag scoorden op emotionele stabiliteit (n = 12) vertoonden een begrip van gelijke waarschijnlijkheid. Er was echter zoals genoemd een groep van minder dan 5, dus dat kan de betrouwbaarheid van de significantie van de chikwadraatwaarde schaden.

3.2.3 Wet van grote getallen

Wat betreft de wet van grote getallen, werden de verschillen tussen de scores op alle persoonlijkheidskenmerken niet significant bevonden wanneer werd gekeken naar het wel of niet vertonen van begrip, voor alle open vragen. Een hoge of lage score op extraversie, mildheid, ordelijkheid, emotionele stabiliteit of openheid hangt dus niet samen met een beter begrip van gelijke waarschijnlijkheid.

Discussie

De mate van begrip van *randomness* onder middelbare scholieren uit de eerste en tweede klas is onderzocht door middel van een meting van begrip van uitkomstenruimte, gelijke waarschijnlijkheid en wet van grote getallen. Daarbij is gekeken naar een verband met de *Big Five* persoonlijkheidstrekken. Er is gekeken naar verschillen in sekse, leerjaar, onderwijsniveau en het al dan niet hebben gehad van kansrekening in de wiskundelessen. Gebleken is dat er nauwelijks sekseverschillen zijn gevonden, en dat er op sommige aspecten sprake is van een beter begrip onder leerlingen in de tweede klas.

<u>Sekse & Leerjaar</u>

Er zijn sekseverschillen gevonden voor de MC vragen over gelijke waarschijnlijkheid, en bij de open vragen Ei-4 en Ei-1. Jongens blijken dus tegen de verwachting in een beter begrip te vertonen van gelijke waarschijnlijkheid. De twee open vragen meten respectievelijk begrip van uitkomstenruimte en van de wet van grote getallen. Vraag Ei-4 is behandeld op pagina 16 en heeft te maken met het uitwerken van de mogelijke opties en de kans op een roze paasei. Een kans 1 op 3 in het eerste doosje en 2 op 7 in het tweede doosje. Wat vaak over het hoofd werd gezien was dat om het totaal aantal eieren te berekenen het aantal blauwe en roze paaseieren bij elkaar opgeteld moesten worden. Vaak werd het grootste aantal uit de vraag gezien als het totaal, in plaats van de twee kleuren bij elkaar op te tellen. Meisjes blijken hier meer moeite mee te hebben dan jongens. Vraag Ei-1 betreft de vraag waarin er 5 paaseitjes uit een doosje van 40 worden gehaald, met terugleggen. Kan er nu iets gezegd worden over de verdeling van de populatie? Het juiste antwoord is dat het aantal nog te klein is om een zinvolle voorspelling te doen over de kleurverdeling van de populatie (Metz, 1998, p. 308). Meisjes blijken deze vraag vaker goed te beantwoorden dan jongens. Wat uit de resultaten opgemaakt kan worden is dat meisjes een licht voordeel hebben in hun kennis of intuïtie van de wet van grote getallen. Daarnaast presteren jongens beter wanneer gelijke waarschijnlijkheid op de juiste manier moet worden toegepast, en wanneer er kansen berekend moeten worden. Wel moet worden opgemerkt dat wat betreft de open vragen, de resultaten slechts zijn gevonden bij 2 van de 27 vragen, wat geen materiaal is voor een eenduidige conclusie.

Wat leerjaar betreft zijn er significante verschillen gevonden bij de MC vragen over zowel uitkomstenruimte als gelijke waarschijnlijkheid. Wat betreft de open vragen bleek er een effect van leerjaar te zijn voor de vragen Munt-2, Ei-2, Ei-5, Ei-6, Spel-2.
Leerlingen uit de 2e klas vertonen op die vragen dus vaker een begrip van *randomness* dan leerlingen uit de 1e klas. Omdat de open vragen waar een effect is gevonden alle drie de constructen omvatten wordt de hypothese dat er geen verschil in begrip van *randomness* zou zijn tussen de leerjaren, verworpen. Het betreft per construct echter wederom geen meerderheid van de vragen, dus nader onderzoek is wenselijk.

<u>Onderwijsniveau</u>

Wat betreft de MC vragen, blijkt dat leerlingen van het VWO significant verschillen met de leerlingen van het HAVO en VMBO in hun score op zowel uitkomstenruimte als gelijke waarschijnlijkheid. Bij de open vragen blijkt het VWO wederom significant te verschillen van het VMBO bij alle, of een meerderheid van de vragen over uitkomstenruimte en gelijke waarschijnlijkheid. Leerlingen van het VWO laten dus een beter begrip van *randomness* zien dan leerlingen van het VMBO. Deze bevindingen bieden geen ondersteuning voor eerder gevonden resultaten waarbij een hoger educatieniveau juist gerelateerd blijkt aan een verminderd begrip van *randomness,* en in het bijzonder gelijke waarschijnlijkheid (Morsanyi et al., 2013). De hier gevonden resultaten kunnen te maken hebben met een hogere intelligentie, een beter verbaal of cognitief vermogen. Om de juiste verklaring te vinden voor dit verschil is vervolgonderzoek nodig dat zich richt op deze mogelijke verklaringen.

<u>Kansrekening</u>

Voor begrip van uitkomstenruimte is een significant verschil gevonden bij de MC vragen tussen de groepen die wel of geen kansrekening hebben gehad. Het effect van kansrekening blijkt hier averechts te werken: de leerlingen die geen kansrekening hebben gehad scoren namelijk hoger op deze vragen dan de leerlingen die wel kansrekening hebben gehad. Dit resultaat werd niet gevonden bij de open vragen en ook niet bij de vragen over de wet van grote getallen. Er is wel sprake van een significant verschil bij de ‘Munt’ vragen over uitkomstenruimte, en een ‘Munt’-vraag over gelijke waarschijnlijkheid. Het lijkt erop dat vragen over muntjes beter worden beantwoord door degenen die geen kansrekening hebben gehad dan door de leerlingen die wel kansrekening hebben gehad. Dit is een interessante ontwikkeling en kan ermee te maken hebben dat kinderen uit ervaring bekend zijn met het opgooien en de uitkomsten van een muntje. Tevens is het ondersteunend bewijs voor het vermoeden dat begrip van *randomness* vooral tot stand komt door interne ontwikkeling in samenwerking met de omgeving van een kind, en niet persé door het onderwijzen van kansrekening, door middel van theorieën en formules (Morsanyi et al., 2013). Kennis van kansrekening bleek immers geen positieve invloed te hebben op begrip van de eerste stap naar het begrijpen van *randomness* (Bryant & Nunes, 2012). Ondanks het gegeven dat er nog geen volledig begrip van *randomness* bestaat onder de leerlingen, hoeft les in kansrekening niet altijd te betekenen dat de rol van kans in alledaagse situaties goed wordt begrepen.

Persoonlijkheid

Voor begrip van uitkomstenruimte is gevonden dat een lage score op vriendelijkheid significant verschilt met een gemiddelde en hoge score op vriendelijkheid. Een hoge score op vriendelijkheid blijkt samen te hangen met een hoge score op uitkomstenruimte. Dit werd echter alleen gevonden bij de MC vragen. Wat betreft gelijke waarschijnlijkheid is er bij de MC vragen een effect gevonden van extraversie en ordelijkheid. Een lage score op extraversie of ordelijkheid duidt op een hoge score op gelijke waarschijnlijkheid, en een gemiddelde score op extraversie hangt bovendien samen met een lage score op gelijke waarschijnlijkheid. Deze invloed van extraversie en ordelijkheid werd echter niet teruggevonden bij de open vragen.

Wat betreft de wet van grote getallen bleken geen van de vijf persoonlijkheidskenmerken van invloed op het begrip. Deze bevindingen ondersteunen niet de oorspronkelijke hypothese, maar duiden er wel op dat extraversie een rol lijkt te spelen bij het begrip van uitkomstenruimte en gelijke waarschijnlijkheid, waarbij een lage score op extraversie tot een beter begrip lijkt te leiden dan een gemiddelde of hoge score. Dit kan verklaard worden door de impulsiviteit die bij een hoge score op extraversie past, en daarmee een verminderd executief vermogen doordat impulsiviteit verbonden lijkt met een verminderd vermogen tot inhibitie (DeYoung et al., 2014). Een positieve relatie tussen vriendelijkheid en uitkomstenruimte kan te maken hebben met het verband tussen vriendelijkheid en verhoogde cognitieve flexibiliteit en inhibitie (Jensen-Campbell et al., 2002). De oorsprong hiervan ligt in persoonlijkheids-ontwikkeling aan de hand van aangeleerde zelfregulatie van frustratie. Wanneer een kind niet kan krijgen wat hij wil, reageert hij misschien eerst emotioneel, maar ontwikkelt vervolgens gedrag waardoor het kind zo snel mogelijk wel kan krijgen wat hij wil. Dat leidt tot een vermogen tot inhibitie, om datgene wat je wilt tijdelijk te onderdrukken, en een andere manier te bedenken om toch succes te hebben. Deze combinatie kan leiden tot een verband tussen een hogere score op vriendelijkheid en een verhoogd vermogen tot inhibitie en cognitieve flexibiliteit. Volgens Jensen-Campbell (2002) heeft ordelijkheid hier ook mee te maken. Frustratie veroorzaakt door mensen leidt tot een hogere score op vriendelijkheid, en frustratie veroorzaakt door objecten en taken leidt tot een hogere score op ordelijkheid. Echter, in dit geval bleek een hoge score op ordelijkheid tegen de verwachting in samen te hangen met een láge score op gelijke waarschijnlijkheid. Wat hier een rol zou kunnen spelen is de neiging om zodanig precies en zorgvuldig de vragen te willen antwoorden, en hierdoor het probleem in de vragen complexer maken dat hij is en door dit overmatig nadenken op de verkeerde momenten gelijke waarschijnlijkheid toepassen. Vervolgonderzoek om de gevonden resultaten te bevestigen is nodig om hier een eenduidig antwoord op te kunnen geven.

Methodologische beperkingen

Er waren een aantal methodologische beperking die een rol kunnen hebben gespeeld bij het tot stand komen van de bevonden resultaten. Zo waren er een aantal vragen waarbij de formulering ertoe leidde dat er een beperkt antwoord werd gegeven, zoals de vraag: "Kun je nu meer zeggen over de hoeveelheid groene en roze eitjes in de doos?" Veel leerlingen antwoordde simpelweg met het antwoord 'ja' of 'nee', zonder een uitleg te geven. Hierdoor kan het zijn dat er bij meer leerlingen een begrip van de wet van grote getallen was, dan er nu zichtbaar was. In vervolgonderzoek kan deze vraag gewijzigd worden, of er kan een extra vraag om uitleg worden toegevoegd. Wanneer de vragenlijst in de vorm van een mondeling interview wordt afgenomen, kan er bovendien in dit soort situaties doorgevraagd worden wat het mogelijk maakt om beter te kunnen vaststellen of een leerling een begrip vertoont van het betreffende construct. Dit zou ook nuttig kunnen zijn bij vraag Munt-2, waar gevraagd werd (na een aantal keer een muntje op te hebben gegooid) of de kans op een bepaalde uitkomst groter of kleiner werd. Sommige leerlingen bleken verrast toen duidelijk werd dat de optie 'de kans blijft gelijk' ook een mogelijk antwoord was. Dit kan ertoe hebben geleid dat leerlingen dachten een keuze te moeten maken tussen 'groter' of 'kleiner', waardoor er misschien vaker geen begrip leek te zijn terwijl er in werkelijkheid wel een begrip bestond. Ook waren sommige vragen aan de lange kant, of te moeilijk waren voor veel leerlingen. Een vraag (Ei-3) bleek zelfs een uitdaging te vormen voor de onderzoekers, tijdens het coderen! Lange en lastige vragen in combinatie met een lange vragenlijst kan ertoe hebben geleid dat leerlingen meer dan een paar antwoorden hebben gegokt. Na de afname werd er aan de klas gevraagd of er leerlingen waren die meer dan de helft van de vragen hadden gegokt. Opvallend vaak gingen er een groot aantal handen de lucht in, vooral bij klassen van het VMBO. Er moet bij vervolgonderzoek op gelet worden dat er daadwerkelijk begrip van de constructen wordt gemeten, en niet het verbaal vermogen of schrijf- en typvaardigheid. Ook met het oog op het grote aantal leerlingen op het VMBO dat dyslectisch bleek te zijn, kan dit van invloed zijn geweest op de resultaten.

Tot slot is het van belang om bij vervolgonderzoek te proberen de momenten van afname niet teveel te laten variëren tussen de klassen en scholen. In dit geval vond de afname bij de groep leerlingen die kansrekening hadden gehad plaats op een vrijdagmiddag, het laatste uur vlak voor de vakantie. Hierdoor was de groep rumoerig, en was er weinig concentratie en motivatie om de vragenlijst in te vullen. Veel leerlingen maakten grapjes en er werd veel onderling overlegd. Dit in tegenstelling tot ander afnames, waarbij de groepen vrijwel altijd in rust en stilte aan het werk gingen. De resultaten kunnen hierdoor zijn beïnvloed; de leerlingen zouden beter gepresteerd kunnen hebben in een rustige omgeving waar zij geconcentreerd aan het werk waren gegaan. Replicatie is in dit geval zeer wenselijk om te gevonden resultaten te bevestigen.

Conclusie

Persoonlijkheid en onderwijsniveau lijken een rol te spelen bij het tot stand komen van het begrip van *randomness*. Welke onderliggende mechanismes hieraan ten grondslag liggen moet nader worden onderzocht. Opvallend genoeg bleek les te hebben gehad in kansrekening in sommige gevallen averechts te werken op het begrip van uitkomstenruimte. Voor het onderwijs is het van belang dat vooral deze eerste stap van het begrip van *randomness* begrepen wordt onder leerlingen van de onderbouw van de middelbare school. Daarna zou begrip van gelijke waarschijnlijkheid, wet van grote getallen en eventueel andere aspecten van *randomness* kunnen worden onderwezen. Van belang hierbij is dat de lesmethode wordt aangepast aan het onderwijsniveau, maar dat dit niet beperkend werkt. Zo zou aan het VWO niet enkel formules worden geleerd, maar moet bijvoorbeeld ook worden besproken hoe kans een rol kan spelen in het dagelijks leven, en in de verschillende sectoren van de maatschappij. Kennis van kansrekening bleek immers niet van invloed te zijn op een beter begrip van *randomness.* Het is zaak om erachter te komen wat de kinderen precies aanspreekt en hoe de lesmethode kan worden aangepast per onderwijsniveau. Tevens kan er specifiek de aandacht worden gelegd bij de kinderen die veel extravert gedrag vertonen, aangezien zij meer moeite hebben met het begrijpen van *randomness*. Ook kan er gewerkt worden aan manieren om de executieve functies van de leerlingen te verbeteren en aan specifieke training over de wet van grote getallen, bijvoorbeeld in de wiskundige lesmethode, aangezien dergelijke trainingen effectief zij gebleken (Morsanyi et al. 2013).

Vervolgonderzoek naar de ontwikkeling van *randomness* in de hogere klassen van het voortgezet onderwijs kan uitwijzen of het begrip toeneemt met leerjaar en of de verschillen in onderwijsniveau blijven bestaan. Ook zou onderzoek naar verschillen manieren van onderwijzen tot een verbeterde, effectieve lesmethode kunnen leiden, zodat wanneer de leerlingen de school verlaten, er een uitgebalanceerd intern systeem bestaat van creativiteit, kansberekenend denken en persoonlijkheid. En dat de individuele verschillen die zo kenmerkend zijn voor de mens, gevierd kunnen worden, en niet leiden tot een beperkt begrip van een verschijnsel dat zo alom aanwezig is in onze wereld.

Referenties

Battanero, C., & Serrano, L. (1999). The meaning of randomness for secondary school students. *Journal for Research in Mathematics Education, 30*(5), 558-567. doi: 10.2307/749774

Bryant, P., & Nunes, T. (2012). *Children's understanding of probability, A literature review (full report).* University of Oxford: Nuffield Foundation.

DeYoung, C.G., Quilty, L.C., Peterson, J.B., & Gray, J.R. (2014). Opennes to experience, intellect, and cognitive ability. *Journal of Personality Assessment, 96*(1), 46-52. doi:

10.1080/00223891.2013.806327

Fischbein, E., Nello, M.S., & Marino, M.S. (1991). Factors affecting probabilistic judgments in children and adolescents. *Educational Studies in Mathematics, 22*, 523-549. doi: 10.1007/BF00312714

Fischbein, E. & Schnarz, D. (1997). The evolution with age of probabilistic , intuitively based misconceptions. *Journal for Research in Mathematics Education, 28*(1), 96-105. doi: 10.2307/749665

Goldberg, L.R. (2001). Analyses of Digman's child-personality data: Derivation of Big-Five Factor scores from each of six samples. *Journal of Personality, 69*(5), 709-743. doi: 10.1111/1467-6494.695161

Gosling, S.D., Rentfrow, P.J., & Swann, W.B. (2003). A very brief measure of the Big-Five personality domains. *Journal of Research in Personality, 37*, 504-528. doi: 10.1016/S0092-6566(03)00046-1

Graziano, W.G., Jensen-Campbell, L., & Finch, J. (1997). The self as the mediator between adjustment and personality. *Journal of Personality and Social Psychology, 73*, 392-404. doi: 10.1037/0022-3514.73.2.392

Green, D.R. (1982). *Probability concepts in 11-16 year old pupils.* Doctoral dissertation, University of Technology, Loughborough, Engeland.

Hair, E.C., & Graziano, W.G. (2003). Self-esteem, Personality and Achievement in High School: A Prospective Longitudinal Study in Texas. *Journal of Personality, 71*(6), 971-994. doi: 10.1111/1467-6494.7106004

Jensen-Campbell, L.A., Rosselli, M., Workman, K.A., Santisi, M., Rios, J.D., & Bojan, D. (2002). Agreeableness, conscientiousness, and effortful control processes. *Journal of Research in Psychology, 36,* 476-489. 10.1016/S0092-6566(02)00004-1

Kahneman, D., & Tverksy, A. (1982). Variants of uncertainty. *Cognition, 11*, 143-157. doi: 10.1016/0010-0277(82)90023-3

Konold, C., Pollatsek, A., Well, A., Lohmeier, J., & Lipson, A. (1993). Inconsistencies in students' reasoning about probability. *Journal for Research in Mathematics Education, 24*(5), 392-414. doi: 10.2307/749150

Limesurvey Project Team/ Carsten Schmitz (2012*). Limesurvey: An Open Source Survey Tool*. Hamburg, Germany. Retrieved from: http://www.limesurvey.org

Lounsbury, J.W., Sundstrom, E., Loveland, J.M., & Gibson, L.W. (2003). Intelligence, "Big Five" personality traits, and work drive as predictors of course grade. *Personality and Individual Differences, 35*, 1231-1239. doi: 10.1016/S0191-8869(02)00330-6

Lounsbury, J.W., Welsh, D.P., Gibson, L.W., & Sundstrom, E. (2005). Broad and narrow personality traits in relation to cognitive ability in adolescents. *Personality and Individual Differences, 38*, 1009-1019. doi: 10.1016/j.paid.2004.06.022

McCrae, R.R., & Costa, P.T. (1985). Comparison of EPI and psychotism scales with measures of the five-factor model of personality. *Personality and Individual Differences. 6*(5), 587-597. doi: 10.1016/0191-8869(85)90008-X

Metz, K.E. (1997). Dimensions on the assessment of students' understanding and application of chance. In Gal, I. & Garfield, J.B. (Eds.), *The assessment challenge in statistics education*. (223-238). IOS Press.

Metz, K.E. (1998). Emergent Understanding and Attribution of Randomness: Comparative Analysis of the Reasoning of Primary Grade Children and Undergraduates. *Cognition and Instruction, 16*(3), 285-365. doi: 10.1207/s1532690xci1603_3

Miyake, A., Friedman, N.P., Emerson, M.J., Witzki, A.H., & Howerter, A. (2000). The unity and diversity of executive functions and their contributions to complex “frontal lobe” tasks: A latent variable analysis. *Cognitive Psychology, 41,* 49-100. doi: 10.1006/cogp.1999.0734

Moore, D.S. (1990). *On the shoulders of giants: New approaches to numeracy.* Washington, DC: National Academy Press.

Morsanyi, K., Handley, S.J., & Serpell, S. (2013). Making heads or tails of probability: An experiment with random generators. *British Journal of Educational Psychology, 83*, 379-395. doi: 10.1111/j.2044-8279.2012.02067.x

Murdock, K.W., Oddi, K.B., & Bridgett, D.J. (2013). Cognitive correlates of personality: Links between executive functioning and the Big Five personality traits. *Journal of Individual Differences, 34*(2), 97-104. doi: 10.1027/1614-0001/a000104

Nikiforidou, Z., & Pange, J. (2010). The notions of chance and probabilities in preschoolers. *Early Childhood Educational Journal, 38,* 305-311. doi: 10.1007/s10643-010-0417-x

Piaget, J., & Inhelder, B. (1975). *The origin of the idea of chance in children.* London: Routledge & Kegan Paul.

Tversky, A., & Kahneman, D. (1971). Belief in the law of small numbers. *Psychological Bulletin, 76*, 105-110. doi: 10.1037/h0031322

Bijlagen

Bijlage I. Eerste contactbrief naar de scholen

(plaats), (datum)

Geachte heer/mevrouw,

De Universiteit Utrecht doet momenteel onderzoek naar het begrip van kans en toeval (*randomness*) onder kinderen en jongeren. Uit eerder onderzoek is gebleken dat kinderen al op jonge leeftijd enig begrip van kans vertonen. Kinderen komen al op jonge leeftijd in aanraking met kans en toeval door bijvoorbeeld het spelen van kaartspellen, dobbelspellen, het meedoen aan een loterij, of het opgooien van een muntje aan het begin van de wedstrijd. Toch blijkt dat studenten en volwassenen toch vaak nog moeite vertonen in het begrijpen van kans. Daarnaast is het zo dat in Nederland kansrekening pas in de bovenbouw, of in beperkte mate in de onderbouw van de middelbare school aan de orde komt.

Daarom is het van belang dat er onderzoek wordt gedaan naar het begrip van kans bij kinderen. Eerder onderzoek van de Universiteit Utrecht heeft zich gericht op het begrip van kans bij kinderen in de basisschoolleeftijd. Het huidige onderzoek richt zich op **middelbare scholieren in de onderbouw** en er wordt gekeken naar welke strategieën deze kinderen gebruiken bij het begrijpen van kans en toeval.

Het onderzoek heeft als doel een bijdrage te leveren aan de ontwikkeling van een geschikte lesmethode voor het wiskundeonderwijs op middelbare scholen . Zou kansberekening eerder aangeboden moeten worden op middelbare scholen of juist niet? En in welke vorm?

Graag willen wij u vragen of uw school deel wil nemen aan het onderzoek. Het onderzoek wordt klassikaal afgenomen door middel van een schriftelijke of digitale vragenlijst (al naar gelang uw wens) die maximaal één lesuur in beslag zal nemen. De afname zou bijvoorbeeld kunnen plaatsnemen tijdens een mentoruur of wiskundeles. Wij willen deze vragenlijst graag afnemen bij zoveel mogelijk leerlingen uit de onderbouw in de periode van 31 t/m 11 april 2014.

Hopelijk kunnen wij u overtuigen mee te werken aan dit leuke en leerzame onderzoek. Later deze week nemen wij telefonisch contact met u op om te vragen of u bereid bent deel te nemen aan het onderzoek. Ook kunnen we dan eventuele vragen beantwoorden en verdere toelichting geven.

Mocht u eerder vragen hebben, dan kun u ons altijd bereiken via de mail of via de telefoon.

Met vriendelijke groet,

Jetske IJpma en Nancy Jansen (contactgegevens)

Bijlage II. Toestemmingbrief voor de ouders

(plaats), (datum)

Geachte ouder(s)/verzorger(s),

Aan de hand van deze brief willen wij op de hoogte stellen van een vragenlijst die bij uw zoon/dochter is afgenomen. Het gaat om een onderzoek naar het inschatten van kans en hoe scholieren dit doen. Het (naam school) heeft aangegeven mee te willen werken met dit onderzoek. Bij deze willen wij u ook informeren over het onderzoek en toestemming vragen om gebruik te mogen maken van de resultaten van uw kind.

Uit eerder onderzoek is gebleken dat kinderen al op jonge leeftijd enig begrip van kans vertonen. Kinderen komen al op jonge leeftijd in aanraking met kans en toeval door het spelen van kaartspellen, dobbelspellen of het opgooien van een muntje aan het begin van de wedstrijd. Toch blijkt dat middelbare scholieren en volwassenen vaak nog moeite vertonen in het begrijpen van kans. Met dit onderzoek wordt geprobeerd om inzicht te krijgen in de denkwijze van scholieren bij het inschatten van kans.

In de maand april wordt er een vragenlijst afgenomen bij uw zoon/dochter. Er wordt vertrouwelijk omgegaan met de resultaten en gegevens uit deze vragenlijst. Dit houdt in dat de naam van de kinderen niet genoemd zullen worden en dat de naam en gegevens niet worden gekoppeld aan de uitkomsten. Om toestemming te geven om de resultaten van uw kind te gebruiken, dient u onderstaande strook in te vullen en met uw kind mee te geven.
De medewerking van de leerlingen aan dit onderzoek is bovendien geheel vrijwillig.

Wij hopen u met deze brief voldoende geïnformeerd te hebben. Voor eventuele vragen of opmerkingen kunt u contact opnemen met één van de onderzoekers. Mocht u geïnteresseerd zijn in de resultaten van het onderzoek, kunt u eveneens contact opnemen.

Met vriendelijke groeten,
Jetske IJpma
Nancy Jansen

Begeleider: Dr. Jan Boom, Kinder- en Jeugdpsychologie

(contactgegevens)

Toestemmingsformulier ouders/verzorgers

Bij deze geef ik toestemming om de resultaten van mijn kind te gebruiken voor het voorgenoemde onderzoek naar kans en toeval. Ik ben voldoende geïnformeerd en ben mij ervan bewust dat er vetrouwelijk met de gegevens wordt omgegaan.

Naam: ....
Naam kind: ....
Naam school: ....

Datum: ....
Handtekening: ....

Bijlage III. Introductie

Goedenmorgen, welkom allemaal.
Wij zijn (namen) van de Universiteit Utrecht en wij doen een onderzoek naar begrip van kans en toeval onder middelbare scholieren. Hiervoor hebben wij een vragenlijst opgesteld met zo'n 30 vragen die jullie mogen beantwoorden. Een deel bestaat uit multiple choice vragen en een deel uit open vragen. Wanneer er gevraagd wordt om een uitleg gaat het erom te zeggen hoe je tot een antwoord bent gekomen. Ook als je het niet zo goed weet, mag je uitleggen waarom dat zo is. Er zijn geen goede of foute antwoorden. Het is de bedoeling dat jullie zelfstandig werken en zo min mogelijk overleggen, het gaat er echt om wat jíj denkt.
Als je een vraag hebt mag je je hand op steken, dan komt een van ons je helpen.
Heel veel succes!

Bijlage IV. Randomness vragenlijst inclusief antwoordsleutel en literatuurstudie

Hallo!
Leuk dat je meedoet aan onze vragenlijst.
We willen dat je alle vragen zo goed mogelijk invult en op alle vragen een antwoord geeft. Probeer zo goed mogelijk uitleg te geven waarom je iets denkt.
Heb je tussendoor een vraag, steek dan je hand op. We komen je dan zo snel mogelijk helpen.

Voordat je aan de vragenlijst kunt beginnen, hebben we een aantal gegevens van je nodig:

Naam:	………………………………………………
Leeftijd:	………………………………………………
Geslacht:	Man / Vrouw *
Naam school:	………………………………………………
Onderwijsniveau:	BBL / KBL / GT/ TL/ HAVO / VWO *
Leerjaar:	………………………………………………

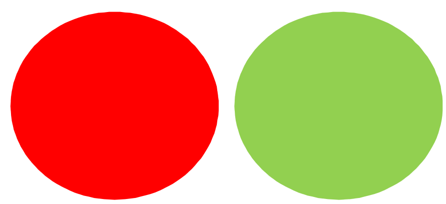
*Omcirkel wat van toepassing is.

Dan kunnen we nu met de vragen beginnen. Heel veel succes!!!

Onderdeel 1: Muntjes

Munt01: Hiernaast staat een muntje afgebeeld. De ene kant van het muntje is rood en de andere kant is groen. Het muntje wordt met de rode kant omhoog vastgehouden. Vervolgens wordt de munt opgegooid. Het muntje draait in de lucht voordat het op de grond land. Welke kant zal boven eindigen of kun je het niet zeggen? Kies het juiste antwoord:

(a) De rode kant
(b) De groene kant
(c) Je kunt het niet zeggen
(d) Weet ik niet



Bron: **Green, D.R. (1982), p. 121**
Factor: **Gelijke waarschijnlijkheid**

Munt02: Je gooit het muntje drie keer achter elkaar op. Bij alle drie de keren eindigt het muntje met de rode kant boven. Is de kans groter of kleiner dat bij de vierde keer opgooien het muntje weer met de rode kant boven eindigt? Leg uit waarom.

Juiste antwoord: De kans dat de rode kant boven valt is even groot als de kans dat de groene kant boven valt. De uitkomst wordt niet beinvloed door vorige worpen.
Coderen volgens Schema I.

Bron: **Konold, Pollatsek, Well, Lohmeier & Lipson (1993), p. 397**
Factor: **Gelijke waarschijnlijkheid**

Munt03a: Je begint opnieuw met het opgooien van het muntje. Dit keer wordt het muntje vijf keer opgegooid. Welke van de volgende volgordes is het ***meest*** waarschijnlijk?

(a) Rood, Rood, Rood, Rood, Rood

(b) Groen, Rood, Rood, Groen, Rood

(c) Groen, Rood, Groen, Groen, Groen

(d) Rood, Groen, Rood, Groen, Rood

(e) Alle vier de volgordes zijn even waarschijnlijk

Munt03b: Legt je antwoord uit:

Juiste antwoord: Eerdere worpen hebben geen invloed op de kansverdeling van de volgende worp. Elke volgorde heeft dus een even grote kans om voor te komen.

Coderen volgens Schema I.

Bron: **Konold et al. (1993), p. 401-402**

Factor: **Uitkomstenruimte**

Munt04a: Welke van de volgordes is het ***minst*** waarschijnlijk?

(a) Rood, Rood, Rood, Rood, Rood

(b) Groen, Rood, Rood, Groen, Rood

(c) Groen, Rood, Groen, Groen, Groen

(d) Rood, Groen, Rood, Groen, Rood

(e) Alle vier de volgordes zijn even waarschijnlijk

Munt04b: Leg uit:

Juiste antwoord: Eerdere worpen hebben geen invloed op de kansverdeling van de volgende worp. Elke volgorde heeft dus een even grote kans om voor te komen.

Coderen volgens Schema I.

Bron: **Konold et al. (1993), p. 401-402**

Factor: **Uitkomstenruimte**

Dit keer wordt een muntstuk gebruik, zie onderstaande afbeelding.

Kop Munt

Dit muntstuk wordt vijf keer opgegooid en landt alle keren met kop omhoog.

Munt05: Wat is het juiste antwoord?

(a) Bij de volgende worp is het meer waarschijnlijk dat het muntstuk weer op kop eindigt

(b) Bij de volgende worp is het meer waarschijnlijk dat het muntstuk op munt eindigt

(c) Bij de volgende worp is de kans even groot dat het muntstuk op kop of munt eindigt

(d) Weet ik niet

Bron: Morsanyi, Handley & Serpell, (2012), p. 384.
Green, D.R. (1982), p. 129.

Factor: Gelijke waarschijnlijkheid

Munt06: Er worden twaalf muntstukken tegelijkertijd opgegooid. Alle twaalf de muntstukken landen op een tafel. Als dit meerdere keren wordt gedaan, welke van de volgende resultaten zal vaker voorkomen?

(a) 2 hoofd en 10 munt

(b) 5 hoofd en 7 munt

(c) 6 hoofd en 6 munt

(d) 7 hoofd en 5 munt

(e) Allemaal hebben ze dezelfde kans

Bron: Green, D.R. (1982), p. 136-138

Factor: Uitkomstenruimte

Onderdeel 2: Paaseitjes in doosjes

In een doosje zitten 40 paaseitjes, waar een roze of groen papiertje om heen zit. Je mag niet in het doosje kijken en niet alle eitjes eruit halen om te kijken hoeveel roze en groene paaseitje in het doosje zitten. Je mag er wel één paaseitje uithalen. Als je een nieuw paaseitje wil pakken, moet het eitje dat je getrokken hebt eerst terug in de doos. Het is de bedoeling dat jij raadt hoeveel roze en groene paaseitjes in de doos zitten.

Ei01: Je hebt vijf paaseitjes uit het doosje gehaald. Twee van de eitjes zijn groen en drie zijn er roze. Kun je op dit moment al iets zeggen over hoeveel roze en groene paaseieren er in de doos zitten? Leg je antwoord uit.

Juiste antwoord: Het aantal van de steekproef is te klein om een voorspelling te doen over de populatie.

Coderen volgens schema I.

Bron: **Metz, K.E. (1998), p. 305-309 + 359-361**

Factor: **Wet van grote getallen**

Ei02: Stel je haalt vijftien paaseitjes uit de doos, kun je nu meer zeggen over de hoeveelheid groene en roze eitjes die er in de doos zit?

Juiste antwoord: Er kan nu een betere voorspelling gedaan worden omdat het aantal in de steekproef is toegenomen. De voorspelling zal steeds minder onzeker worden naarmate het aantal van de steekproef toeneemt.

Coderen volgens schema I.

Bron: **Metz, K.E. (1998), p. 359-361**

Factor: **Wet van grote getallen**

In een nieuw doosje zitten 20 blauwe en 20 gele paaseieren. Je haalt er zonder te kijken een eitje uit, en laat deze aan je buurman zien. Vervolgens legt hij het paaseitje terug en daarna pak je er een nieuwe uit. Ook deze laat je aan je buurman zien (zelf weet je dus niet welke kleuren je hebt gepakt).

Ei03a: Als je weet dat minstens een van de paaseitjes geel was, wat is dan meer waarschijnlijk?

(a) De andere was ook geel

(b) De andere was blauw

(c) Beiden opties zijn even waarschijnlijk

(d) Daar kun je niets over zeggen / Dat weet ik niet

Ei03b: Leg je antwoord uit:

Juiste antwoord: Er zijn drie mogelijkheden: geel-geel, geel-blauw, blauw-geel, omdat blauw-blauw wegvalt als mogelijke uitkomst. De kans op een blauw paasei is 2/3 geworden, en dus groter dan de kans op een geel paasei.
Coderen volgens schema I.

Bron: **Morsanyi et al. (2012), p. 381.**
Factor: **Gelijke waarschijnlijkheid**

We pakken er nu twee nieuwe doosjes bij. In de eerste zitten 1 roze en 2 blauwe paaseieren. In de tweede zitten 2 roze en 5 blauwe paaseieren. Het is de bedoeling dat je een roze paasei pakt.
Ei04: Welke doos kies je? Geef kort uitleg over waarom je die keuze maakt.
Juiste antwoord: De eerste doos geeft grootste kans op een roze paasei.
De meeste gunstige uitkomst kan berekend worden aan de hand van een formule: Aantal roze eitjes / (Aantal roze eitjes + aantal blauwe eitjes). 1/3 is meer kans dan 2/7.
Coderen volgens schema II.

Bron: **Green, D.R. (1982), p. 130**
Bryant & Nunes (2012), p. 36-37
Factor: **Uitkomstenruimte**

Behalve dozen met paaseieren, zijn er ook tassen met knikkers. In alle tassen zitten witte en zwarte knikkers.

In tas A zitten 2 zwarte en 2 witte knikkers
In tas B zitten 4 zwarte en 4 witte knikkers
Ei05a: Welke tas geeft je een grotere kans om een zwarte knikker te pakken?

(a) Tas A
(b) Tas B
(c) Beide tassen hebben dezelfde kans
(d) Weet ik niet

Ei05b: Waarom?

Juiste antwoord: De verhoudingen blijven hetzelfde.
Coderen volgens schema II.

Bron: **Green, D.R. (1982), p. 130-133**

Factor: **Uitkomstenruimte**

Twee andere tassen hebben een ander aantal zwarte knikkers en witte knikkers in zich.

Tas C: 5 zwarte en 2 witte knikkers

Tas D: 5 zwarte en 3 witte knikkers

Ei06a: Welke tas (C of D) geeft je een grotere kans om een zwarte knikker te pakken of hebben ze evenveel kans?

(a) Tas C
(b) Tas D
(c) Beide tassen hebben dezelfde kans
(d) Weet ik niet

Ei06b: Waarom?

Juiste antwoord: Als je de kansen berekent blijkt dat in tas C de kans op een zwarte knikker 5/7 is en in tas D is die kans 5/8.

Coderen volgens schema II.

Bron: **Green, D.R. (1982), p. 131-133.**

Factor: **Uitkomstenruimte**

Onderdeel 3: Spelletjes

We schetsen nu een aantal situaties uit verschillende bekende spelletjes. Kies het antwoord dat volgens jou het beste is.

Spel01: Je speelt een spelletje Monopoly. Je zit al 3 beurten in de gevangenis. Om vrij te komen moet je 6 gooien. Je buurman heeft net 6 gegooid, en de speler voor hem ook. Is het nu meer waarschijnlijk dat je nu 2 gooit, of dat je 6 gooit en vrij komt? Leg uit waarom je dat denkt.

Juiste antwoord: De uitkomsten van de vorige worpen beïnvloeden niet de huidige uitkomst, de kans op 2 of op 6 blijft gelijk, namelijk 1/6.

Coderen volgens schema I.

Bron: **Morsanyi, Handley & Serpell (2013), p. 384**

Factor: **Gelijke waarschijnlijkheid**

Spel02a: Een klas bestaat uit negen jongens en zes meisjes. De leraar doet een loting met prijs, uit een bak met papiertjes. Op elk papiertje staan een naam van een leerling. De leraar pakt een papiertje zonder te kijken. Wie denk je dat de prijs wint?

(a) Een jongen

(b) Een meisje

(c) Evenveel kans

(d) Weet ik niet

Spel02b: Hoe ben je tot dit antwoord gekomen?

Jongens hebben een kans van 9 uit 15, meisjes van 6 uit 15. Jongens hebben dus een grotere kans.
Coderen volgens schema II.

Bron: **Morsanyi, Handley & Serpell (2013), p. 381**
Green (1982), p. 122
Factor: **Gelijke waarschijnlijkheid**

Onderdeel 4: Multiple Choice

Er worden een aantal multiple choice vragen gesteld. Omcirkel wat volgens jou het juiste antwoord is.

MC01: In plaats X zijn er twee verschillende ziekenhuizen. Ziekenhuis DE GROOT en ziekenhuis HET KLEINTJE. Ziekenhuis DE GROOT heeft een gemiddelde van 45 geboortes per dag. In ziekenhuis HET KLEINTJE worden dagelijks ongeveer 15 kinderen geboren. De kans dat een jongen geboren wordt is gemiddeld vijftig procent (er zijn dagen bij dat er meer jongens dan meisjes geboren worden en andersom). Beide ziekenhuizen houden bij hoeveel jongens en hoeveel meisjes er op een dag geboren worden. In beide ziekenhuizen komen dagen voor waarbij zestig procent van de baby's een jongen is. In welk ziekenhuis, DE GROOT of HET KLEINTJE, komen waarschijnlijk meer dagen voor waarbij zestig procent van de baby's een jongen is?

(a) Ziekenhuis DE GROOT

(b) Ziekenhuis HET KLEINTJE

(c) Voor beiden ziekenhuizen gelijk

(d) Weet ik niet

Bron: **Morsanyi, Handley & Serpell (2013), p. 381**

Fischbein & Schnarz (1997), p. 98-99

Factor: **Gelijke waarschijnlijkheid**

MC02: Je gooit tien keer een muntje op. En je vriend gooit vijftig keer een muntje op. Welke situatie is meer waarschijnlijk?

(a) Je vriend gooit meer dan 60% kop

(b) Jij gooit zelf meer dan 60% kop

(c) Beide gevallen zijn even waarschijnlijk

(d) Weet ik niet

Bron: **Morsanyi, Handley & Serpell (2013), p. 381**

Factor: **Gelijke waarschijnlijkheid**

MC03: Via een facebook actie wordt een Ipod nano verloot. Zes kinderen (Denise, Imke, Louise, Peter, James, Erik) doen 5 weken lang mee. Elke week wordt er een Ipod verloot onder de zes deelnemers. Wat is meer waarschijnlijk? De volgorde van de winnaars is:

(a) Peter, Denise, Imke, Erik, James

(b) Louise, James, James, James, James

(c) Beide genoemde volgordes zijn even waarschijnlijk

(d) Weet ik niet

Bron: **Morsanyi, Handley & Serpell (2013), p. 384**

Factor: **Gelijke waarschijnlijkheid**

De volgende vragen gaan over het gooien van een dobbelsteen. Je gooit telkens met één dobbelsteen Je krijgt een aantal stellingen voorgeschoteld, waarbij jij aan moet geven hoe zeker jij van je antwoord bent.

MC04: Hoe zeker ben je dat je met één dobbelsteen een even nummer (2, 4 of 6) gooit?

(a) Ik ben zeer zeker dat ik een even nummer gooi

(b) Het is mogelijk dat ik een even nummer gooi

(c) Het is onmogelijk dat ik een even nummer gooi

MC05: Hoe zeker ben je dat je met één dobbelsteen een getal lager dan 7 gooit?

(a) Ik gooi zeer zeker een getal lager dan 7

(b) Het is mogelijk dat ik een getal lager dan 7 gooi

(c) Het is onmogelijk dat ik een getal lager dan 7 gooi

(d)

MC06: Hoe zeker ben je dat je met één dobbelsteen een getal hoger dan 6 gooit?

(a) Ik gooi zeer zeker een getal hoger dan 6

(b) Het is mogelijk dat ik een getal hoger dan 6 gooi

(c) Het is onmogelijk dat ik een getal hoger dan 6 gooi

MC07: Hoe zeker ben je dat het getal 5 gooit?

(a) Ik gooi zeer zeker 5

(b) Het is mogelijk dat ik 5 gooi

(c) Het is onmogelijk dat ik 5 gooi

MC04 t/m MC07:

Bron: Fischbein, Nello & Marino (1991), p. 526

Factor: Uitkomstenruimte

MC08a: Jij en een vriend hebben een weddenschap afgesloten. Er wordt één keer tegelijk met twee dobbelstenen gegooid. Je vriend kiest eerst een getal waarbij het aantal punten van de beide dobbelstenen bij elkaar opgeteld zijn. Hij kiest voor het getal 5. Welke van de volgende opties kies jij?

(a) Een getal hoger dan 5

(b) Een getal lager dan 5

MC08b: Leg je antwoord uit: **Als je het aantal mogelijke uitkomsten optelt, en dan kijkt welke het meeste voorkomt, zie je dat er meer kans is op een getal hoger dan 5.**

Bron: Fischbein, Nello & Marino (1991), p. 540-542

Factor: Uitkomstenruimte

MC09: Het is nu aan jouw de beurt om één keer met de twee dobbelstenen te gooien. Wat is meer waarschijnlijk dat je gooit?

(a) Je gooit een 5 en een 6

(b) Je gooit twee keer een 5

(c) Beide hebben evenveel kans van gebeuren.

Bron: **Fischbein, Nello & Marino (1991), p. 532**
Fischbein & Schnarz (1997), p. 98

Factor: **Uitkomstenruimte**

Bijlage V. Persoonlijkheidsvragenlijst (TIPI)

Onderdeel 5: Over jezelf

Je bent nu aangekomen bij het laatste onderdeel van de vragenlijst. Er worden nu een aantal persoonlijkheidskenmerken gegeven die wel of niet op jou van toepassing zijn. Geef aan in hoeverre je het eens of oneens bent met beide karaktertrekken.

(1) Ik zie mezelf als:
Extravert, enthousiast.
- (a) Heel erg mee oneens
- (b) Redelijk mee oneens
- (c) Beetje mee oneens
- (d) Geen van beiden
- (e) Beetje mee eens
- (f) Redelijk mee eens
- (g) Heel erg mee eens

(2) Ik zie mezelf als:
Kritisch, ruziezoekend.
- (a) Heel erg mee oneens
- (b) Redelijk mee oneens
- (c) Beetje mee oneens
- (d) Geen van beiden
- (e) Beetje mee eens
- (f) Redelijk mee eens
- (g) Heel erg mee eens

(3) Ik zie mezelf als:
Betrouwbaar, met zelfdiscipline.
- (a) Heel erg mee oneens
- (b) Redelijk mee oneens
- (c) Beetje mee oneens
- (d) Geen van beiden
- (e) Beetje mee eens
- (f) Redelijk mee eens
- (g) Heel erg mee eens

(4) Ik zie mezelf als:
Angstig, snel overstuur.
(a) Heel erg mee oneens
(b) Redelijk mee oneens
(c) Beetje mee oneens
(d) Geen van beiden
(e) Beetje mee eens
(f) Redelijk mee eens
(g) Heel erg mee eens

(5) Ik zie mezelf als:
Open voor nieuw ervaringen, complex.
(a) Heel erg mee oneens
(b) Redelijk mee oneens
(c) Beetje mee oneens
(d) Geen van beiden
(e) Beetje mee eens
(f) Redelijk mee eens
(g) Heel erg mee eens

(6) Ik zie mezelf als:
Terughoudend, rustig.
(a) Heel erg mee oneens
(b) Redelijk mee oneens
(c) Beetje mee oneens
(d) Geen van beiden
(e) Beetje mee eens
(f) Redelijk mee eens
(g) Heel erg mee eens

(7) Ik zie mezelf als:
Symphatiek, warm.
(a) Heel erg mee oneens
(b) Redelijk mee oneens
(c) Beetje mee oneens
(d) Geen van beiden
(e) Beetje mee eens
(f) Redelijk mee eens
(g) Heel erg mee eens

(8) Ik zie mezelf als:
Ongeorganiseerd, nonchalant.
(a) Heel erg mee oneens

    (b) Redelijk mee oneens
    (c) Beetje mee oneens
    (d) Geen van beiden
    (e) Beetje mee eens
    (f) Redelijk mee eens
    (g) Heel erg mee eens

(9) Ik zie mezelf als:
Kalm, emotioneel stabiel.
    (a) Heel erg mee oneens
    (b) Redelijk mee oneens
    (c) Beetje mee oneens
    (d) Geen van beiden
    (e) Beetje mee eens
    (f) Redelijk mee eens
    (g) Heel erg mee eens

(10) Ik zie mezelf als:
Traditioneel, niet creatief.
    (a) Heel erg mee oneens
    (b) Redelijk mee oneens
    (c) Beetje mee oneens
    (d) Geen van beiden
    (e) Beetje mee eens
    (f) Redelijk mee eens
    (g) Heel erg mee eens

Je bent nu klaar met het invullen van de vragenlijst!

Bedankt voor het invullen van deze vragenlijst! ☺ ☺ ☺

Bijlage VI. Inhoudelijke beschrijving categorieën

Classificatiemethode I

Van toepassing op vragen	**Munt**	**02 03b 04b**
	Ei	**01 02 03b**
	Spel	**01**

1. Snappen het niet / geen begrip
   "geen idee" "20 roze 20 groene eitjes".
   Antwoorden die niet op de vraag van toepassing zijn / onduidelijk wat ze bedoelen / niet leesbaar. Letterlijke herhaling van de vraag, enkel "ja" of "nee" antwoorden.
2. Causaal verband zien
   Reden voor het verschijnsel geven, toeschrijven aan een eigenschap / natuurwet. Richt zich op die eigenschap. Verkeerd rekenen met verhoudingen, eigen logica.
   "je kunt steeds dezelfde pakken"
   Maar ook antwoorden die voor een deel causaal en voor een deel onzeker zijn.
   Er is een begrip van de onzekerheid van de uitkomst, maar gekoppeld aan de voorgaande situatie. "hij valt niet telkens op dezelfde kant"
   De uitkomst is niet zeker, maar ze willen er wel mee gaan rekenen.
3. Denken in onzekerheid.
   Ze begrijpen de onzekerheid van de uitkomst, zonder een patroon te ontdekken
   "je hebt geluk", "het is toeval", "je kunt het niet zeggen"
4. Ze hebben de kwestie van kans door, maar niet precies hoe
   Begin van het begrip van *randomness* is te ontdekken, maar antwoord voldoet niet / uitleg voldoet niet. Je mist een stap.
5. Begrip van het concept.

Classificatiemethode II

Van toepassing op vragen	**Ei**	**04 05b 06b**
	Spel	**02b**
	(MC	**08b)**

1. Snappen het niet / geen begrip / de redenering mist.
2. Verkeerd redeneren met fout antwoord & Verkeerd redeneren met juist antwoord
   Verkeerd redeneren = kijken naar de aantallen/ focussen op 1 aspect
   Verkeerd redeneren kan denken in causaliteit betekenen, maar ook met kansen willen rekenen maar dit niet op de juiste manier doen.
   Deze categorie omvat de denkniveaus van categorie 2 & 4 van Classificatiesysteem I.
3. Denken in onzekerheid.
   "je kunt het niet weten", ook al kun je er iets over zeggen
4. Juist beredeneren met fout antwoord
   Juist beredeneren met juist antwoord
   Juist beredeneren = begrip van de verhouding
   Begrip van het concept.