Universiteit Utrecht

Master psychologie, Kinder- en Jeugdpsychologie

THESIS

Wat begrijpen eerste- en tweedejaars middelbare scholieren van kans?

Nancy Wilhelmina Reinera Jansen

3592561

Universiteit Utrecht

Eerste beoordelaar:

Jan Boom

Tweede beoordelaar:

Meike Slagt

Samenvatting

Wat individuen van kans begrijpen verschilt enorm per persoon. Jonge kinderen ontwikkelen een steeds beter begrip van kans, terwijl er volwassenen zijn die weinig begrip van kans tonen. In de tijd tussen kind en volwassen zijn, is er een moment waarop kinderen uitleg krijgen over kans. Dit gebeurt op de middelbare school. In het huidig onderzoek is er gekeken naar wat middelbare scholieren begrijpen van kans. Door het afnemen van een vragenlijst is er gekeken welk niveau van begrip van kans zij hadden. Tevens is er gekeken naar de invloed van onderwijsniveau en wiskundecijfer op het niveau van begrip van kans. Er blijken verschillen in niveau van begrip van kans bij middelbare scholieren te zijn. Onderwijsniveau is van invloed op het niveau van begrip van kans bij de leerlingen. Wiskundecijfers bleek alleen voor de factor gelijke waarschijnlijkheid bij de meerkeuze vragen van invloed te zijn.

Keywords: Gelijke waarschijnlijkheid, kans, middelbare scholieren, onderwijsniveau, *randomness,* uitkomstenruimte, wet van de grote getallen, wiskundecijfer

Abstract

It differs what individuals know about randomness. From a young age onwards children are developing a better understanding of randomness. Meanwhile there are adults who are having trouble with understanding randomness. In the time between being a child and being an adult people will get education about chance offered. They will get it offered at middle school. The present study investigated what the middle school students understands about randomness. It is examined by filling out a questionnaire. There was also interest in whether education level and math grade where of influence. It is found that there are differences in the degree of the understanding of randomness between the students. Education level had a significant influence. For math, the only influence that was found was for law of large numbers for the multiple choice questions.

Keywords: Chance, education level, equiprobability, law of large numbers, math grade, middle school students, randomness, sample space

Inleiding

Als mensen het over kans hebben dan wordt er gedacht aan toeval, mogelijkheid of waarschijnlijk. Het is bij deze beschrijving vaak niet duidelijk wat kans precies is. Daarentegen kan kans ook worden uitgedrukt in een percentage of proportie. Dit percentage of proportie geeft aan in hoeverre iets zal gebeuren. Denk maar eens aan een weersvoorspelling. Hierbij wordt er in een percentage uitgedrukt wat de kans op bijvoorbeeld regen is. Niet alleen bij weersvoorspellingen wordt er gebruikt gemaakt van kansrekening, ook op een aantal andere gebieden wordt hier gebruik van gemaakt. Verzekeringsmaatschappijen proberen in te schatten wat de kans is dat er een ongeluk met een auto gebeurt of dat er in een huis ingebroken wordt. Op de huizenmarkt wordt een voorspelling gedaan wat er met de huizenprijzen gaat gebeuren. In ziekenhuizen wordt beoordeeld in hoeverre een ziekte levensbedreigend is. De berekeningen uit bovenstaande voorbeelden zijn ingewikkelde kansberekeningen die op het MBO, HBO of WO worden aangeboden. Voordat kinderen in het onderwijs kansrekening aangeboden krijgen, hebben ze al enig begrip van kans ontwikkeld. Dit begrip van kans hebben kinderen ontwikkeld door ervaringen in het dagelijks leven (Nikiforidou & Pange, 2010; Kuzmak & Gelman, 1986). Deze ervaring doen kinderen op door het spelen van verschillende kansspellen. Ook het opgooien van een munt voor een wedstrijd is een voorbeeld van een ervaring met kans. Door de ervaringen die kinderen met kans hebben, is er vaak al een idee van kans gevormd.

Op de basisschool raken kinderen vertrouwd met getallen, maten, vormen, structuren en de daarbij passende relaties en bewerkingen (Van der Hoeven, 2010). Hierdoor maken kinderen kennis met rekenen en wiskunde. Op het voortgezet onderwijs, vaak pas in de bovenbouw, krijgen scholieren les over kansrekening (J. Crombach, persoonlijke communicatie, 11 april 2014; J. Bolk, N. van de Kemp & F. van Osch, persoonlijke communicatie, 17 april 2014; D. Huijsman, persoonlijke communicatie, 25 april 2014). Het is wenselijk om te weten wat het niveau van het begrip van kans bij middelbare scholieren is, om schoolprogramma’s, met name wiskunde, daar op af te kunnen stemmen. Door op een optimale manier in te haken op de kennis van middelbare scholieren kunnen er effectievere lesmethodes ontwikkeld worden. Er is weinig onderzoek naar het begrip van kans in Nederland gedaan (FIsme Scientific Library, n.d.). De meeste onderzoeken die tot nu toe zijn gedaan, hebben zich vooral gefocust op leerlingen buiten Nederland (Nickerson, 2002; Bryant & Nunes, 2012). Doordat er verschillen zijn in onderwijsprogramma’s en eindexamenrichtlijnen tussen landen zijn de resultaten niet volledig generaliseerbaar naar

Nederland. Het is van belang dat er onderzoek gedaan wordt naar het begrip van kans in Nederland.

Het begrip kans kan worden uitgelegd aan de hand van een muntstuk. Een muntstuk heeft twee zijden: een ‘kopse kant’ en een ‘muntkant’. Bij het opgooien van een eerlijk muntstuk is er vijftig procent kans dat het muntstuk landt op de ‘kopse kant’ en vijftig procent kans dat het muntstuk landt op de ‘muntkant’. Dat er vijftig procent kans op ‘kop’ of ‘munt’ is, wordt pas duidelijk als een muntstuk een groot aantal keren is opgegooid (Moore, 1990). Het is niet te voorspellen op welke zijde een muntstuk landt als een muntstuk slecht één enkele keer wordt opgegooid. Als er bij één enkele situatie niet gezegd kan worden wat de uitkomst is, maar er wel een inschatting van de uitkomst kan worden gegeven als de situatie zich meerdere malen voordoet, dan wordt dit *randomness* genoemd (Moore, 1990).

Bij een *random* gebeurtenis zijn er altijd een aantal mogelijke, maar onzekere, uitkomsten. Het aantal mogelijke uitkomsten waar rekening mee gehouden moet worden, wordt uitkomstenruimte genoemd (Bryant & Nunes, 2012; Chernoff, 2009). Als een muntstuk twee keer wordt opgegooid, dan zijn er vier mogelijke uitkomsten (kop-kop; kop-munt; munt-kop; munt-munt). De uitkomstenruimte is dan vier. Wordt er één keer met twee dobbelstenen gegooid, dan is de uitkomstenruimte 36. Bij iedere gooi zijn er zes mogelijke uitkomsten en er worden twee dobbelstenen gegooid. Het is belangrijk kennis van de uitkomstenruimte te hebben om het juiste antwoord op een vraag over een *random* gebeurtenis te geven. De meeste berekeningen bij *randomness* zijn gebaseerd op uitkomstenruimte en het begrijpen van de uitkomstenruimte zorgt er dan ook voor dat het oplossen van het probleem makkelijker wordt (Bryant & Nunes, 2012).

Bij het oplossen van *random* gebeurtenissen is het aan te raden rekening te houden met gelijke waarschijnlijkheid. Gelijke waarschijnlijkheid houdt de aanname in dat de uitkomsten van een *random* gebeurtenis allemaal dezelfde kans hebben om voor te komen (Morsanyi, Handley & Serpell, 2013; Lecroute, 1992). Stel er wordt een dobbelsteen gegooid. Dan is de kans om een drie te gooien net zo groot als de kans om een vijf te gooien. Als alle uitkomsten een even grote kans hebben om voor te komen, is het niet te voorspellen wat de uitkomst van één enkele gebeurtenis is, dit kenmerkt dan weer het begrip *randomness* (Nickerson, 2002). De aanname dat alle uitkomsten een gelijke kans hebben om voor te komen gaat niet altijd op (Morsanyi, et al., 2013). Als er met twee dobbelstenen wordt gegooid en het gaat om de som van beide dobbelstenen, dan hebben de uitkomsten geen gelijke kans van voorkomen. Het is van belang te weten wanneer er sprake is van gelijke waarschijnlijkheid en wanneer niet om het probleem op juiste manier op te kunnen lossen.

Als laatste speelt de wet van de grote getallen ook een rol in het begrijpen van *randomness*. Dit houdt in dat grote steekproeven representatiever zijn dan kleine steekproeven (Tversky & Kahneman, 1971). De wet van de grote getallen houdt ook in dat een groter aantal herhalingen dichterbij de verwachte uitkomst komt te liggen (Morsanyi, et al., 2013). Het komt er dus op neer dat de wet van de grote getallen betekent dat een grotere hoeveelheid een beter beeld geeft van de werkelijke verdeling.

Een van de belangrijkste theorieën over het begrijpen van kans is afkomstig van Piaget en Inhelder (1975). Volgens hen zijn er drie verschillende fases in de ontwikkeling van kansbegrip bij kinderen te onderscheiden. In de eerste fase worden *random* situaties verklaard door verbanden te leggen die er eigenlijk niet zijn. Kinderen zijn op zoek naar een oorzaak als verklaring voor hetgeen wat er in een *random* situatie gebeurt. Doordat kinderen begrijpen dat er causale verbanden bestaan, proberen ze deze kennis toe te passen op *random* situaties. Deze fase begint rond het vierde levensjaar en duurt tot ongeveer zeven jaar. In de tweede fase geven kinderen vaker een correcte voorspelling van een *random* situatie, maar kunnen nog niet de juiste verklaring geven. Kinderen begrijpen dat er niet voor elke gebeurtenis een causaal verband nodig is. Kinderen in deze fase zijn gemiddeld zeven tot elf jaar. Het volledige begrip van *randomness* ontwikkelen kinderen gemiddeld rond hun elfde of twaalfde levensjaar, in de derde fase. In deze fase zijn kinderen in staat uit te leggen wat *randomness* is (Piaget & Inhelder, 1975).

Onderzoek wijst uit dat het niveau van het begrip van kans afwisselend is. Onderzoek bij kinderen laat zien dat kinderen tussen de drie en zeven al onderscheidt kunnen maken tussen *random* en niet-*random* gebeurtenissen (Kuzmak & Gelman, 1986). Ook Nikiforidou en Pange (2010) laten zien dat vierjarigen al enig begrip van *randomness* hebben. Uit hun onderzoek, bij 200 vier- tot zesjarigen, bleek dat de meeste kinderen een voorkeur hadden voor een regelmatige verdeling boven een *random* verdeling. Wordt het niveau van begrip van kans tussen kleuters, studenten en volwassenen vergeleken, dan blijkt het niveau van begrip toe te nemen, naarmate de persoon ouder was (Metz, 1998). Hoewel het niveau van het begrip van kans toenam, bleven er moeilijkheden in het begrijpen van kans voor studenten en volwassenen bestaan. Het review van Garfield en Ahlgren (1988) laat zien dat er veel studenten zijn die weinig begrip van kans tonen. Uit de onderzoeken die Garfield en Ahlgren (1988) gebruikten, was een mogelijke reden dat gevoelsmatige redeneringen het statistisch denken in de weg staat. Dit houdt in dat studenten hun antwoord baseren op intuïtie in plaats van kennis. Bovendien hebben volwassenen ook moeite met begrip van kans (Batanero Arteage, Serrano & Ruiz, 2014). Uit het review van Batanero en collega’s (2014) bleek volwassenen moeite te hebben met een aantal aspecten van *randomness* waardoor volwassenen gebruik gaan maken van onjuiste vuistregels die ontstaan zijn door onjuiste intuïties. Een andere mogelijk verklaring komt uit het review van Nickerson (2002). Hij geeft als mogelijke verklaring dat er onduidelijkheden zijn in de taak. Het bleek namelijk dat de prestaties op de taken vaak redelijk waren, maar dat de participanten moeite hadden met de interpretatie van de taak (Nickerson, 2002).

Het blijkt dat studenten en volwassenen moeite hebben met het begrijpen van kans door foutieve intuïties en vuistregels. In de jaren die zij doorgebracht hebben op de middelbare school hebben ze kansrekening aangeboden gekregen. Onderzoek naar begrip van kans bij 222 middelbare scholieren wijst uit dat het begrip van kans en *randomness* niet verbetert met het aantal jaren dat ze op school doorbrengen (Engel & Sedlmeier, 2005). Als er volgens de onderzoekers al een ontwikkeling in begrip van kans en *randomness* werd waargenomen, dan leek kansbegrip af te nemen. Ook onderzoek van Green (1982), dat plaatsvond bij 3000 scholieren van elf tot zestien jaar, laat zien dat zij moeite hadden met het begrijpen van kans. Uit hetzelfde onderzoek bleek dat er een verband was tussen intelligentie en kansbegrip. Intelligentie bleek een sterker verband met kansbegrip te vertonen dan leeftijd. Verder bleek wiskundige vaardigheid een sterk verband met kansbegrip te hebben (Green, 1982). Volgens Engel en Sedlmeier (2005) zouden scholieren, studenten en volwassenen moeite hebben met het begrijpen van kans doordat de foutieve redeneringen rondom kans niet zijn afgeleerd. Een andere mogelijke verklaring komt van Fischbein (1975). Volgens Fischbein worden kinderen geleerd dat een gevolg komt van een specifieke oorzaak en dat onzekerheid en dubbelzinnigheid niet van toepassing is bij wetenschappelijk redeneren. Deze manier van redeneren kan pas worden tegengegaan als scholieren uitleg krijgen over kansrekening. Het zou goed zijn als leerlingen de gelegenheid krijgen om te oefenen met kansrekening en zodoende ervaring opbouwen. Zo leren zij dat er bij kans geen specifieke oorzaak voor een bepaalde uitkomst is te geven.

Uitleg over kansrekening krijgen de meeste leerlingen pas in de bovenbouw van de middelbare school. Leerlingen op het voorbereidend middelbaar beroepsonderwijs (VMBO) krijgen bijna geen uitleg over kansrekening (J. Bolk, N. van de Kemp & F. van Osch, persoonlijke communicatie, 17 april 2014). Op het moment dat scholieren uitleg krijgen over kans is het van belang dat scholieren onderscheidt kunnen maken tussen *random* en deterministische verschijnselen. Determinisme houdt in dat er een causaal verband is tussen oorzaak en gevolg. Verder is het wenselijk dat scholieren in staat zijn om aan te geven welke eigenschappen ze toeschrijven aan deze *random* verschijnselen (Batanero & Sanchez, 2005)

In het huidig onderzoek wordt de vraag gesteld: Welk niveau van begrip van kans hebben middelbare scholieren in de eerste en tweede klas? Er wordt gekeken naar wat scholieren van kans begrijpen door hen verschillende kansproblemen voor te leggen. Door naar het niveau van kansbegrip te kijken, wordt het duidelijk wat scholieren al begrijpen en waar ze moeite mee hebben.

De meeste onderzoeken die het begrip van kans hebben onderzocht zijn gebaseerd op de onderzoeken die Piaget en Inhelder hebben uitgevoerd (Metz, 1998; Bryant & Nunes, 2013). Deze onderzoeken zijn veelal één op één afgenomen. Deze manier van afname neemt veel tijd in beslag. Daarnaast zijn er onderzoeken geweest die slechts bepaalde onderdelen (bijvoorbeeld: uitkomstenruimte, gelijke waarschijnlijkheid en wet van de grote getallen) hebben onderzocht (Chernoff, 2009; Lecroute, 1992; Morsanyi, et al., 2013; Tversky & Kahneman, 1971). Door enkel bepaalde onderdelen van kansbegrip te onderzoeken is het niet mogelijk om een uitspraak te doen over kansbegrip in het algemeen. In het huidig onderzoek is er een vragenlijst ontwikkeld dat kansbegrip in het algemeen en bepaalde onderdelen van kansbegrip meet. De gebruikte vragen zijn afgeleid uit eerder onderzoek. Door afgeleide vragen te gebruiken wordt er verwacht dat het instrument zowel kansbegrip als bepaalde onderdelen van kansbegrip (uitkomstenruimte, gelijke waarschijnlijkheid en wet van de grote getallen) meet.

Daarnaast wordt er gekeken of onderwijsniveau invloed heeft bij kansbegrip. Onderzoeken zoals die van Piaget en Inhelder (1975) en Metz (1998) laten zien dat er een ontwikkeling in het begrip van kans wordt waargenomen naarmate mensen ouder worden. Daar tegenover staan onderzoeken zoals die van Engel en Sedlmeier (2005) en Green (1982) waaruit blijkt dat leeftijd weinig invloed heeft op het begrijpen van kans. In hun onderzoek staat het niveau van begrip van kans stil of lijkt het juist af te nemen. Daarnaast geven beide onderzoeken aan dat er veel verschil is in het niveau van begrip van kans tussen personen. Een mogelijke verklaring voor het verschil in het begrip van kans tussen personen kan onderwijsniveau zijn. Verwacht wordt dat leerlingen die les krijgen op een hoger onderwijsniveau een beter begrip van kans hebben dan leerlingen die les krijgen op een lager onderwijsniveau. Verder wordt onderzocht of er een verband is tussen wiskundecijfers en kansbegrip. Onderzoek van Green (1982) laat zien dat er een sterk verband is tussen intelligentie en kansbegrip. Daarnaast bleek dat wiskundige vaardigheden ook een sterk verband toonde met kansbegrip. Er wordt dan ook verwacht dat er een verband is tussen wiskundecijfers en het niveau van kansbegrip bij middelbare scholieren.

Methode

Participanten

Het onderzoek is bij drie verschillende scholen afgenomen. In totaal deden er 176 leerlingen mee, waarvan 95 jongens en 81 meisjes. De gemiddelde leeftijd van de leerlingen was 13.05 (SD = .75, M_{jongens} =13.03, SD_{jongens} = .81, M_{meisjes} = 13.07, SD_{meisjes} = .67) jaren. De leerlingen waren tussen de 12 en 15 jaar. In tabel 1 staat de verdeling van de leerlingen over de verschillende onderwijsniveaus en leerjaren. Doordat de klassen op het Basis Beroeps Leerweg (BBL), het Kader Beroeps Leerweg (KBL) en het Gemengd Theoretische Leerweg (GTL) relatief kleiner zijn dan de klassen op het Hoger Algemeen Voortgezet Onderwijs (HAVO) en het Voorbereidend Wetenschappelijk Onderwijs (VWO) is ervoor gekozen om BBL, KBL en GTL samen te voegen tot een onderwijsniveau, namelijk het Voorbereidend Middelbaar Beroeps Onderwijs (VMBO). Met de klassen VMBO, HAVO en VWO zijn de analyses uitgevoerd. Van alle leerlingen die mee hebben gedaan, hadden 20 leerlingen onderwijs gehad in kansrekening. Al deze leerlingen zaten op HAVO in het tweede jaar.

Tabel 1

Onderwijsniveau en leerjaar van de leerlingen

	Jongens		Meisjes		Totaal		
Onderwijsniveau	Klas 1	Klas 2	Klas 1	Klas 2	Klas 1	Klas2	Klas 1 & 2
BBL	8		7		15		15
KBL	7		17		24		24
GTL	11		8		19		19
Totaal VMBO	26		32		58		58
HAVO	24	5	8	15	32	30	62
VWO	9	19	9	17	18	36	54
Totaal	59	34	49	32	108	66	174

Note. BBL is Basis Beroeps Leerweg, KBL is Kader Beroeps Leerweg, GTL is Gemengd Theoretische Leerweg, VMBO is Voorbereidend Middelbaar Beroepsonderwijs, HAVO is Hoger Algemeen Voortgezet Onderwijs en VWO is Voorbereidend Wetenschappelijk Onderwijs

Materialen

Er is gebruik gemaakt van een verschillende bronnen. Er is een vragenlijst afgenomen en er is gebruik gemaakt van de wiskundecijfers. Allereerst is er een gebruik gemaakt van een vragenlijst die het begrip van kans meet. De vragen van deze vragenlijst zijn door Nancy Jansen en Jetske IJpma afgeleid uit verschillende bronnen (Green, 1982; Konold, Pollatsek, Well, Lohmeier & Lipson, 1993; Morsanyi, et al., 2013; Metz, 1998; Bryant & Nunes, 2012; Tversky & Kahneman, 1971; Fischbein & Schnarz, 1997; Fischbein, Nello & Marino, 1991).

In de vragenlijst werden achttien meerkeuze en twaalf open vragen gesteld. Bijvoorbeeld een open vraag was: ‘Je hebt vijf paaseitjes uit het doosje gehaald. Twee van de eitjes zijn groen en drie zijn er roze. Kun je op dit moment al iets zeggen over hoeveel roze en groene paaseieren er in de doos zitten? Leg je antwoord uit:’. Voorbeeld van een meerkeuze vraag was: ‘Hoe zeker ben je dat het getal 5 gooit? (a) Ik gooi zeer zeker 5, (b) Het is mogelijk dat ik 5 gooi, (c) Het is onmogelijk dat ik 5 gooi’. De vragenlijst meet verschillende factoren van kans. De vragen Munt01, Munt02, Munt05, Ei03a, Ei03b, Spel01, Spel02a, Spel02b, MC01, MC02 en MC03 vallen onder factor gelijke waarschijnlijk. De vragen Munt03a, Munt03b, Munt04a, Munt04b, Munt06, Ei04, Ei05a, Ei05b, Ei06a, Ei06b, MC04, MC05, MC06, MC07, MC08a, MC08b en MC09 vallen onder de factor uitkomstenruimte. De vragen Ei01 en Ei02 vallen onder factor wet van de grote getallen. Daarnaast zijn er nog zes vragen gesteld over de demografische gegevens van de kinderen. In bijlage 1 staat de volledige vragenlijst weergegeven. De wiskundecijfers zijn gekregen door deze na te vragen bij de leraar. Tevens zijn er nog tien vragen over de persoonlijkheid van leerling verteld, maar deze vragen worden in dit onderzoek niet meegenomen.

De vragenlijst kon op papier en via de computer ingevuld worden. Voor afname via de computer is er gebruik gemaakt van het programma Limesurvey (Limesurvey Project Team / Carsten Schmitz, 2012).

Scoring

De vragenlijst werd op verschillende manier gescoord. Voor de meerkeuze vragen kregen alle goede antwoorden een score één en de foute antwoorden een score nul. Op deze manier konden de punten voor de goede antwoorden opgeteld worden. Dit werd gedaan voor de factor gelijke waarschijnlijkheid, de factor uitkomstenruimte en de totaalscore.

Voor de open vragen waren er twee manieren van scoren. De vragen Munt02, Munt03b, Munt04b, Ei01, Ei02 Ei03b en Spel01 werden gescoord volgens schema 1. De vragen bij schema 1 gingen over het inzicht van de leerling. Er waren zeven niveaus waarin de leerlingen konden scoren. De niveaus waren: Geen begrip, Causaal verband, Causaal verband met onzekerheid, Onzekerheid, Onzekerheid met *randomness*, *Randomness* en Niet relevant. De vragen EI04, Ei05b, Ei06b en Spel02b werden gescoord volgens schema 2. De antwoorden op schema 2 konden gegeven worden door middel van verhoudingen of formules. Schema 2 had ook zeven verschillende niveaus. De niveaus waren: Geen begrip, Onzekerheid, Foute redenering/fout antwoord, Foute redenering/goed antwoord, Goede redenering/fout antwoord, Goede redenering/goed antwoord en Niet relevant. In bijlage 4 staat het codeerschema weergegeven. De open vragen werden eerst door twee onderzoekers apart gecodeerd. Vervolgens hebben de onderzoekers samen naar de verschillen en overeenkomsten in de coderingen gekeken. Op het moment dat er verschillen werd er samen naar het antwoord gekeken en overlegd welke codering juist was.

Procedure

De scholen zijn benaderd door middel van een brief (Bijlage 2). Van de 43 scholen die benaderd zijn, waren er 3 scholen bereid om mee te doen. Er is een brief naar de ouders van de leerlingen gestuurd om toestemming te vragen om gebruik te mogen maken van de gegevens (Bijlage 3). Nadat de school en ouders toestemming hadden gegeven om mee te doen aan het onderzoek mochten de leerlingen deelnemen aan het onderzoek. Aan het begin van het onderzoek werden de leerlingen welkom geheten en werd er uitgelegd wat de bedoeling was. Daarna konden de leerlingen beginnen met het invullen van de vragenlijst. De afname van de vragenlijst duurde gemiddeld 40 minuten.

Resultaten

Eerst is gekeken hoe goed de validiteit en betrouwbaarheid van de vragenlijst is. Vervolgens is het niveau van begrip van kans bij de middelbare scholieren in kaart gebracht. Verder is er onderzocht of er een mogelijk verband is met het onderwijsniveau of wiskundecijfer en het niveau van begrip van kans.

Voor de vragenlijst zijn er verschillende soorten betrouwbaarheden vastgesteld. Voor de antwoorden op de open vragen is de interbeoordelaarsbetrouwbaarheid onderzocht. Daarnaast is er gekeken naar de betrouwbaarheid voor de open vragen, de meerkeuze vragen, de vragen van de factor gelijke waarschijnlijkheid, de factor uitkomstenruimte, en van de factor wet van de grote getallen en tenslotte voor de gehele vragenlijst. De open vragen zijn gecodeerd volgens het codeerschema dat weergegeven is in bijlage 4. De interbeoordeelaarsbetrouwbaarheid is α = .75.

Vervolgens is er naar de itembetrouwbaarheid van de open en meerkeuze vragen gekeken. Voor de analyse zijn de vragen MC08a, MC08b en MC09 niet meegenomen, omdat deze vragen opgesteld zijn om te kijken of er al enig begrip is kans waarbij er rekening moet worden gehouden met meerdere componenten. Deze vragen worden niet gebruikt om het niveau van kansbegrip te meten. De betrouwbaarheid van de open vragen is α = .62, wat voldoende is volgens Evers, Lucassen, Meijer & Sijtsma, (2010). Door de vraag “Stel je haalt vijftien paaseitjes uit de doos, kun je nu iets meer zeggen over de hoeveelheid groene en roze eitjes die er in de doos zitten" (Ei02) te verwijderen werd de betrouwbaarheid voor de open vragen α = .66. Er is ervoor gekozen om deze vraag te verwijderen, omdat bij nader inzien bleek dat de vraag niet duidelijk geformuleerd was. De betrouwbaarheid van de open vragen is nog steeds voldoende (Evers, et al., 2010). De betrouwbaarheid van de meerkeuze vragen is α = .55. Dit betekent dat de betrouwbaarheid voor de meerkeuze vragen onvoldoende is (Evers, et al., 2010).

Daarna is de itembetrouwbaarheid van de verschillende factoren van kans (uitkomstenruimte , gelijke waarschijnlijkheid en wet van de grote getallen) onderzocht. Op basis van theorie zijn de vragen onderverdeeld in de verschillende factoren. De betrouwbaarheid voor gelijke waarschijnlijkheid is α = .56 en uitkomstenruimte is α = .57. De betrouwbaarheid voor de factoren gelijke waarschijnlijkheid en uitkomstenruimte is onvoldoende (Evers, et al., 2010). De betrouwbaarheid voor wet van de grote getallen kon niet worden vastgesteld, omdat de schaal na de betrouwbaarheidsanalyse voor de open vraag nog maar één item bevat. Er zijn minimaal drie items nodig voor een betrouwbaarheidsanalyse.

Als laatste is er gekeken naar de betrouwbaarheid van de volledige vragenlijst. In de analyse voor de betrouwbaarheid van de volledige vragenlijst zijn de vragen Ei02, MC08a, MC08b en MC09 niet opgenomen. Ei02 wordt niet meegenomen omdat dit item na de betrouwbaarheidsanalyse voor de open vragen eruit gehaald is. De vragen MC08a, MC08b en MC09 worden niet meegenomen in de analyse, omdat eerder al aangegeven is dat deze vragen niet gebruikt worden om het niveau van kansbegrip te meten. Deze vragen worden gebruikt om te kijken wat middelbare scholieren al begrijpen van vragen over kansbegrip waarbij meerdere componenten in de gaten gehouden moeten worden. De volledige betrouwbaarheid van de vragenlijst α = .67, wat voldoende is (Evers, et al., 2010). Doordat de vragen uit het huidige onderzoek overgenomen zijn uit eerder onder naar begrip van kans, kan er vanuit worden gegaan dat de vragenlijst begrip van kans meet.

Algemene prestaties meerkeuze vragen

Eerst zijn de antwoorden op de meerkeuze vragen geanalyseerd. Voor de analyse zijn de antwoorden omgezet in goed en fout. Dit is gedaan om erachter te komen welk niveau van begrip van kans scholieren hebben. Er wordt niet onderzocht wat voor een soort fouten middelbare scholieren maken. In tabel 2 staat de frequentie en het percentage goede antwoorden op de meerkeuze vragen.

Tabel 2

Frequentie en percentage goede antwoorden op de meerkeuze vragen

Vraag	Frequentie goed	Percentage goed
Gelijke waarschijnlijkheid		
Munt01	143	82.2
Munt05	111	63.8
Spel02a	122	70.5
MC01	28	16.2
MC02	25	14.5
MC03	98	56.6
Ei03a	24	13.8
Uitkomstenruimte		
Munt03a	121	69.5
Munt04a	79	45.4
Munt06	17	9.8
Ei05a	119	68.4
Ei06a	136	78.2
MC04	148	85.5
MC05	117	68.0
MC06	131	75.7
MC07	164	94.8
MC08a[a]	117	68.4
MC09[a]	25	14.5

[a] De vragen MC08a en MC09 worden hier weergegeven voor een volledig beeld, maar zijn niet meegenomen in de betrouwbaarheidsanalyse.

In tabel 2 is te zien dat over het algemeen meer dan 60% van de leerlingen de vragen goed beantwoord heeft. Bij de vragen MC01, MC02, MC03 en Munt04a heeft minder dan 60% van de leerlingen een goed antwoord gegeven. Het aantal goede antwoorden per factor is bij elkaar opgeteld en gedeeld door het aantal vragen per factor om een gemiddelde factorscore te creëren. Leerlingen scoren lager op de vragen over gelijke waarschijnlijkheid (M = .45, SD = .19) dan op de vragen over uitkomstenruimte (M = .66, SD = .18), $t(173) = -12.43$, $p < .001$, $r = .67$.

Tevens is er gekeken naar de spreiding per onderwijstype. In totaal waren er veertien goede antwoorden mogelijk. Voor de factor gelijke waarschijnlijkheid en uitkomstenruimte waren er respectievelijk zes en negen goede antwoorden mogelijk. Zie tabel 3 voor de range, gemiddelde en spreiding van de antwoorden.

Tabel 3

Spreiding van het aantal goede antwoorden

	Min	Max	*M*	*SD*
VMBO				
Gelijk	0	6	2.66	1.29
Uitkomst	3	8	5.43	1.48
Totaal	4	12	8.09	2.20
HAVO				
Gelijk	0	7	3.03	1.26
Uitkomst	2	8	5.97	1.65
Totaal	4	15	9.00	2.34
VWO				
Gelijk	1	7	3.84	1.26
Uitkomst	2	8	6.41	1.55
Totaal	5	14	10.25	2.16
Alles				
Gelijk	0	7	3.17	1.36
Uitkomst	2	8	5.93	1.60
Totaal	4	15	9.10	2.39

Note. Min is de minimale score, Max is de maximale score, VMBO is voorbereidend middelbaar onderwijs, HAVO is hoger algemeen voortgezet onderwijs, VWO is voorbereidend wetenschappelijk onderwijs en Alles zijn alle participanten samen. Gelijk is gelijke waarschijnlijkheid, Uitkomst is uitkomstenruimte en Totaal is de totaalscore

In tabel1 valt op dat voor de vragen MC01, MC02 en Ei03a er minder dan twintig procent van leerlingen een goed antwoord hebben gegeven. Bij alle drie de vragen blijkt er een systematische fout gemaakt te zijn. Voor MC01, MC02 en Ei03a gaven respectievelijk 28, 25 en 24 leerlingen een goed antwoord. Bij MC01 gaven 75 leerlingen aan dat beide situaties even waarschijnlijk waren. Bij MC02 waren dit 81 leerlingen. En voor Ei03a gaven 111 leerlingen aan dat beide opties even waarschijnlijk waren. Voor de vragen MC08a en MC09 valt op dat voor vraag MC08a bijna 70% een goed antwoord heeft gegeven en bij vraag MC09 dit bijna 15% is. De vragen MC08a en MC09 zijn verder niet geanalyseerd.

Algemene prestaties open vragen

Na de analyse voor de meerkeuze vragen zijn de antwoorden op de open vragen onderzocht. In tabel 4 staan de gecodeerde antwoorden volgens schema 1 en in tabel 5 staan de gecodeerde antwoorden volgens schema 2.

Tabel 4

Frequenties van de gecodeerde antwoorden op de open vragen volgens schema 1

Vraag	GI	C	CO	O	OR	R	NR
Gelijke waarschijnlijkheid							
Munt02	3	64	19	32	14	28	16
Ei03b	8	32	7	48	27	41	13
Spel01	12	49	6	43	10	40	16
Uitkomstenruimte							
Munt03b	6	44	18	72	11	13	12
Munt04b	1	62	21	55	13	8	16
Wet van de grote getallen							
Ei01	16	61	13	38	12	13	23
Ei02[a]	10	28	11	16	23	19	69

Note. GI is Geen idee, C is Causaal verband, CO is Causaal verband met onzekerheid, O is Onzekerheid, OR is Onzekerheid met *randomness,* R is *Randomness* en NR is Niet relevant.

[a] Ei02 is hier weergegeven voor het volledige beeld

Tabel 5

Frequenties van de gecodeerde antwoorden op de open vragen volgens schema 2

Vraag	GI	O	FF	FG	GF	GG	NR
Gelijke waarschijnlijkheid							
Spel02b	6	19	15	2	5	119	10
Uitkomstenruimte							
Ei04	1	1	38	59	8	56	13
Ei05b	2	5	47	9	2	101	10
EI06b	1	3	23	62	5	72	10

Note. GI is Geen idee, O is Onzekerheid, FF is Foute redenering/fout antwoord, FG is Foute redenering/goed antwoord, GF is goede redenering/fout antwoord, GG is goede redenering/goed antwoord en NR is niet relevant.

Om een overzichtelijk beeld te creëren zijn verschillende coderingscategorieën samen genomen. Voor het coderingschema 1 geldt het volgende: De categorieën ‘geen idee’ en ‘niet relevant’ worden samen genomen tot ‘overig’, omdat de antwoorden bij beide aangeven dat er geen begrip van kans is. De categorieën ‘causaal verband’ en ‘causaal verband met onzekerheid’ worden samen de categorie ‘causaal’, omdat beide categorieën een causaal verband als verklaring hebben. De categorie ‘onzekerheid’ en ‘onzekerheid met *randomness*’ worden samengenomen tot ‘onzeker’, omdat beide categorieën een deel van het juiste antwoord bevatten. De categorie '*randomness'* verandert niet, omdat uit het antwoord blijkt dat de persoon *randomness* begrijpt. Voor het coderingsschema 2 zijn de categorieën 'geen idee' en 'niet relevant' samengenomen tot 'overig', omdat beide categorieën geen begrip van kans meten. De categorie 'onzekerheid' blijft alleen, omdat de participant aangeeft dat alles nog steeds mogelijk is. De categorieën 'foute redenering/fout antwoord' en 'foute redenering/goed antwoord' worden samen 'foute redenering', omdat in beide categorieën een foute redenering wordt gegeven. De categorieën 'goede redenering/fout antwoord' en 'goede redenering/goed antwoord' worden samen de categorie 'goede redenering', omdat beide categorieën en goede redenering hebben. Het nieuwe overzicht staat in tabel 6.

Tabel 6

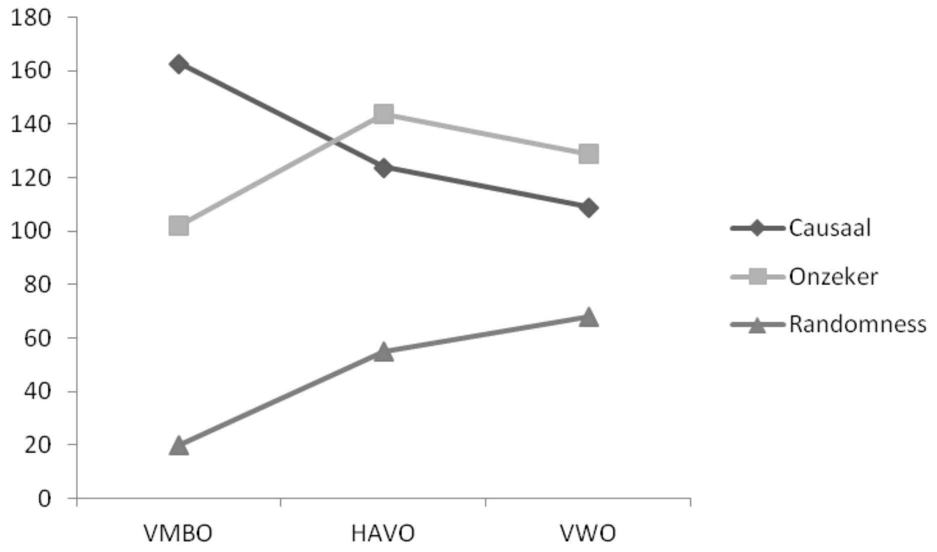
Antwoorden op de open vragen volgens de nieuwe coderingsschema's

Schema 1					Schema 2				
Vraag	C	ON	R	O	Vraag	ON	Fout	Goed	O
Munt02	83	46	28	19	Ei04	1	97	64	14
Munt03b	62	83	13	18	Ei05b	5	56	103	12
Munt04b	83	68	8	17	Ei06b	3	85	77	11
Ei01	74	50	13	39	Spel02b	19	17	124	16
Ei03b	39	75	41	21					
Spel01	55	53	40	28					

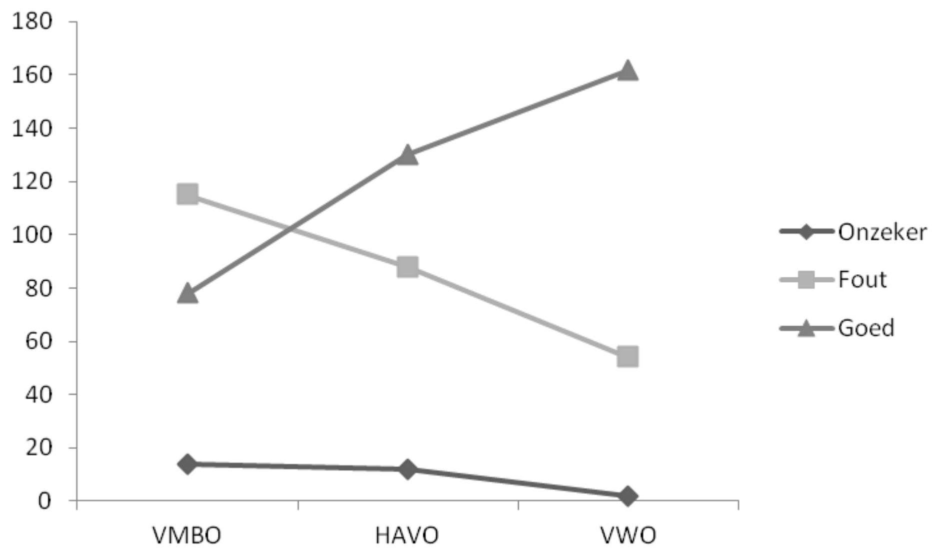
Note. C is Causaal, ON is onzeker, R is *Randomness,* O is overig, Fout is Foute redenering en Goed is Goede redenering

In tabel 6 is te zien dat een klein deel van de leerlingen een antwoord op de open vragen gaven, die gecodeerd zijn volgens schema 1, dat laat zien dat ze begrip van kans hebben. De meeste leerlingen gaven een antwoord waarbij ze causale verbanden gebruiken (Causaal) of dachten dat alles mogelijk was (Onzeker). Bij de open vragen die gecodeerd zijn volgens schema 2 laat het merendeel van leerlingen begrip van kans zien (Goede redenering). De vragen die gecodeerd zijn volgens schema 2, zijn vragen waarbij het antwoord door een berekening kan worden gegeven. Bij de open vragen die gecodeerd zijn volgens schema 1 was dit niet mogelijk.

Ook voor de open vragen is er gekeken naar de spreiding van het aantal antwoorden. De antwoorden zijn per categorie opgeteld voor de verschillende onderwijsniveaus en alle participanten samen. In figuur 1 zijn de antwoorden voor coderingsschema 1 weergegeven. In figuur 2 de antwoorden voor coderingsschema 2. De antwoorden voor de categorie 'overig' zijn weggelaten.



Figuur 1. Frequenties van het aantal antwoorden op de vragen bij schema 1. VMBO is voorbereidend middelbaar beroepsonderwijs, HAVO is hoger algemeen voortgezet onderwijs en VWO is voorbereidend wetenschappelijk onderwijs.



Figuur 2. Frequenties van het aantal antwoorden op de vragen bij schema 2 VMBO is voorbereidend middelbaar beroepsonderwijs, HAVO is hoger algemeen voortgezet onderwijs en VWO is voorbereidend wetenschappelijk onderwijs. Met Fout wordt foute redenering bedoeld en met goed wordt goede redenering bedoeld.

In figuur 1 is te zien dat de meesten antwoorden die gegeven worden causaal of onzeker zijn. Er zijn relatief minder antwoorden gegeven waaruit blijkt dat er begrip van *randomness* is. De leerlingen op het VMBO gaven vooral een causaal verband als antwoord. De meeste leerlingen op HAVO en VWO gaven aan dat bij een *random* gebeurtenis alles mogelijk is. Daarnaast is te zien dat op VWO meer antwoorden werden gegeven waaruit bleek dat ze *randomness* begrepen, dan op HAVO. VMBO gaf het minste aantal antwoorden waaruit blijkt dat ze *randomness* begrijpen.

In figuur 2 is te zien dat de meeste antwoorden een goede redenering hadden. Op VMBO werden meer antwoorden met een foute redenering dan antwoorden met een goed redenering gegeven. Voor HAVO en VWO geldt dat er meer antwoorden met een goede redenering waren dan met een foute redenering. Slechts een klein gedeelte van de antwoorden op VMBO, HAVO en VWO gaven aan dat alles nog mogelijk was. Ook voor de vragen voor coderingsschema 2 geldt dat VWO meer antwoorden met een goede redenering gaf dan HAVO. VMBO gaf het minste aantal antwoorden met een goede redenering.

Alle antwoorden die volgens schema 1 gecodeerd zijn als '*random*' zijn bij elkaar opgeteld en gedeeld door het aantal vragen van schema 1, hetzelfde is gedaan voor de antwoorden 'goede beredenering' voor schema 2. Het blijkt dat leerlingen lager scoren voor de vragen bij schema 1 (M = .14, SD = .19) dan voor de vragen bij schema 2 (M = .52, SD = .31), $t(175) = -16.41$, $p < .001$, $r = .78$. Voor de verschillende factoren gelijke waarschijnlijkheid, uitkomstenruimte en wet van de grote getallen is de categorie '*randomness*' van schema 1 en de categorie 'goede beredenering' van schema 2 bij elkaar opgeteld. De categorie '*randomness*' en 'goede beredenering' zijn bij elkaar opgeteld, omdat beide categorieën het juiste antwoord op de vraag hebben gegeven. Vervolgens zijn de opgetelde scores gedeeld door het aantal vragen per factor om een gemiddelde score te krijgen. De analyse wijst uit dat leerlingen gelijk scoren op de vragen over uitkomstenruimte (M = .30, SD = .22) en op de vragen over gelijke waarschijnlijkheid (M = .33, SD = .26), $t(175) = 1.76$, $p = .08$. De factor wet van de grote getallen bestaat uit een enkele vraag. Om te kijken of er een verband is tussen de factoren uitkomstenruimte en gelijke waarschijnlijkheid met wet van de grote getallen is er een Chi-kwadraattoets uitgevoerd. Voor uitkomstenruimte is .39 en lager gelabeld als 'fout' en .40 en hoger gelabeld als 'goed'. Voor gelijke waarschijnlijkheid is .24 en lager gelabeld als 'fout' en .25 en hoger gelabeld als 'goed'. Deze waardes zijn gekozen omdat bij beide factoren ongeveer de helft van de leerlingen lager scoren dan deze waardes. Er blijkt geen verschil tussen wet van de grote getallen en gelijke waarschijnlijkheid ($\chi^2(1) = .19$, $p = .66$) te zijn. Er is ook geen verschil tussen wet van de grote getallen en uitkomstenruimte ($\chi^2(1) = .14$, $p = .71$).

Prestaties op de verschillende onderwijsniveaus

Er is gekeken of onderwijsniveau een verband heeft met het niveau van begrip van kans. Door middel van een ANOVA is gekeken of het onderwijsniveau van invloed was op het niveau van het begrip van kans door te kijken naar het totaal aantal goed antwoorden. Eerder is al te zien geweest wat de spreiding per onderwijsniveau was (tabel 3). Op dit moment wordt er gekeken of onderwijsniveau van invloed is op het niveau van kansbegrip. Het blijkt dat onderwijsniveau een significant verband toont met wat de leerlingen van kans begrijpen, $F(2, 173) = 13.40$, $p < .001$, $\omega = .35$. Uit de Bonferroni post-hoc analyse blijkt dat er een significant verschil is tussen VMBO en HAVO ($p = .02$) en tussen VMBO en VWO ($p < .001$). Ook blijkt er een significant verschil te zijn tussen HAVO en VWO ($p = .009$).

Er is ook gekeken naar de invloed van onderwijsniveau op de verschillende factoren. Uit de analyse blijkt dat onderwijsniveau zowel van invloed is op gelijke waarschijnlijkheid ($F(2, 173) = 12.85$, $p < .001$, $\omega = .35$) als op uitkomstenruimte ($F(2, 173) = 5.65$, $p = .004$, $\omega = .23$). Uit de Bonferroni post-hoc analyse bij gelijke waarschijnlijkheid blijkt dat leerlingen op VMBO significant lager scoren dan leerlingen op VWO ($p < .001$). Ook scoren leerlingen op HAVO significant lager dan leerlingen op VWO ($p = .002$). Er blijkt geen verschil te zijn tussen leerlingen op VMBO en HAVO. Voor de Bonferroni post-hoc analyse bij uitkomstenruimte geldt dat leerlingen op VMBO lager scoren dan leerlingen op VWO ($p = .002$). Leerlingen op HAVO scoren gelijk aan leerlingen op VMBO en VWO.

Er is ook naar de invloed van onderwijsniveau op de open vragen gekeken. Eerst is er gekeken naar de invloed van onderwijsniveau op de verschillende coderingsschema's. Bij schema 1 zijn alle antwoorden die vallen onder '*randomness*' bij elkaar opgeteld en gedeeld door het aantal vragen van schema 2. Bij schema 2 is dit gedaan voor de categorie 'goede redenering'. Vervolgens zijn alle 0-scores gelabeld als 'fout' en alle scores van 1 of hoger gelabeld als 'goed'. Hiervoor is gekozen, omdat de meeste leerlingen een 0-score hebben. Uit analyses blijkt dat onderwijsniveau zowel een verband heeft met de antwoorden op de open vragen van schema 1 ($\chi^2(2) = 12.91$, $p = .002$) als met de antwoorden op de open vragen van schema 2 ($\chi^2(2) = 14.67$, $p = .001$). Het blijkt dat leerlingen op HAVO en VWO meer goede antwoorden hebben dan leerlingen op VMBO.

Ook voor de open vragen is onderzocht of onderwijsniveau per factor van invloed is. De antwoorden die vallen onder de codering ‘*randomness*’ uit schema 1 en ‘goede beredenering’ uit schema 2 zijn per factor bij elkaar opgeteld, deze score is gedeeld door het aantal vragen per factor. Voor uitkomstenruimte is .39 en lager gelabeld als ‘fout’ en .40 en hoger gelabeld als ‘goed’. Voor gelijke waarschijnlijkheid is .24 en lager gelabeld als ‘fout’ en .25 en hoger gelabeld als ‘goed’. Deze waardes zijn gekozen omdat bij beide factoren ongeveer de helft van de leerlingen lager scoren dan deze waardes. Het blijkt dat onderwijsniveau een verband toont met gelijke waarschijnlijkheid ($\chi^2(2) = 15.05$, $p = .001$) en met uitkomstenruimte ($\chi^2(2) = 29.97$, $p < .001$). De analyse laat zien dat leerlingen van VMBO vaker een fout antwoord geven dan leerlingen van HAVO en VWO. Onderwijsniveau en wet van de grote getallen blijken geen verband met elkaar te hebben ($\chi^2(2) = 1.52$, $p = .47$).

Relatie wiskundecijfer

Een ander element dat van invloed kan zijn op het niveau van kansbegrip is het wiskundecijfer. Het verband tussen wiskundecijfer en het aantal goede antwoorden op de meerkeuze vragen, waarbij gecontroleerd is voor onderwijsniveau, blijkt zeer klein en niet significant te zijn ($r = .07$, $p = .37$). Bij de open vragen zijn alle antwoorden die bij schema 1 onder categorie ‘*randomness*’ vallen bij elkaar opgeteld. Hetzelfde is gedaan voor de antwoorden op de open vragen bij schema 2 die onder de categorie ‘goede beredenering’ vallen. Vervolgens zijn alle antwoorden die een nul scoren gelabeld als ‘fout’ en alle antwoorden boven de 1 gelabeld als ‘goed’. Hiervoor is gekozen, omdat de meeste leerlingen een 0-score hebben. Tevens zijn de wiskundecijfers omgezet in een laag, gemiddeld en hoog cijfer. De cijfers tussen de 0 en 5,4 waren laag, tussen 5,5 en 7,4 gemiddeld en tussen 7,5 en 10,0 waren hoog. Door middel van een Chi-kwadraattoets is gekeken of er een verband was tussen wiskundecijfer en de open vragen. Er blijkt geen verband te zijn tussen wiskundecijfer en schema 1 ($\chi^2(2) = 1.82$, $p = .40$). Ook is er geen verband tussen wiskundecijfer en schema 2 ($\chi^2(2) = .04$, $p = .98$).

Daarnaast is gekeken of wiskundecijfer van invloed kan zijn op een van de factoren. Voor de meerkeuze vragen zijn het aantal goede antwoorden per factor opgeteld. Tussen gelijke waarschijnlijkheid en wiskundecijfer, waarbij gecontroleerd is voor onderwijsniveau, blijkt er een significant verband te zijn ($r = .24$, $p = .002$). Er blijkt geen verband te zijn tussen uitkomstenruimte en wiskundecijfer, waarbij gecontroleerd is voor onderwijsniveau, ($r = .04$, $p = .62$). Ook is er gekeken naar het verband tussen wiskundecijfer en de open vragen per factor. Het blijkt dat wiskunde cijfer geen verband heeft gelijke waarschijnlijkheid ($\chi^2(2)$ = 2.25, *p* = .89), uitkomstenruimte ($\chi^2(2)$ = .29, *p* = .86) en wet van de grote getallen ($\chi^2(2)$ = 4.10, *p* = .13).

Discussie

In oudere onderzoeken naar begrip van kans zijn er vaak methodes gebruikt de veel tijd vragen of er wordt slechts een enkel onderdeel van *randomness* getoetst (Piaget & Inhelder, 1975; Metz, 1998; Chernoff, 2009; Lecroute, 1992; Morsanyi, et al., 2013; Tversky & Kahneman, 1971). In het huidig onderzoek is een brede efficiënte vragenlijst gebruikt. Eerst is er onderzocht of de vragenlijst begrip van kans meet in termen van validiteit en betrouwbaarheid. Tevens is er gekeken naar verschillen in niveau van begrip van kans middelbare scholieren hebben. Als laatste is er onderzocht wat de invloed van het onderwijsniveau en het wiskundecijfer is op begrip van kans.

De betrouwbaarheid van de volledige vragenlijst evenals de betrouwbaarheid van de open vragen is voldoende (Evers, et al., 2010). De betrouwbaarheid voor de meerkeuze vragen is onvoldoende (Evers, et al., 2010). De vragen zijn onderverdeeld onder de factoren gelijke waarschijnlijkheid, uitkomstenruimte en de wet van de grote getallen. De betrouwbaarheid voor gelijke waarschijnlijkheid en uitkomstenruimte was voor beide onvoldoende (Evers, et al., 2010). Voor de factor wet van de grote getallen kon geen betrouwbaarheid worden vastgesteld, omdat er maar een vraag voor deze factor waren. Er is desondanks gekozen om ook de eerste twee factoren verder te analyseren, omdat het een nieuw ontwikkelde vragenlijst is en alle informatie belangrijk is.

Vervolgens is er gekeken naar welk niveau van begrip van kans de middelbare scholieren hebben. Er kwam naar voren dat bij de meerkeuze en open vragen de vragen over gelijke waarschijnlijkheid lager scoorde dan de vragen over uitkomstenruimte. Dit verschil kan mogelijk komen doordat er twee verschillende soorten intuïties zijn met betrekking tot *randomness* (Morsanyi, et al., 2012). Er zijn primaire intuïties, die individuen opdoen door ervaring, en secundaire intuïties, die individuen aangeleerd krijgen. Verder blijkt dat individuen zelfs nadat ze uitleg hebben gehad over kans sterk blijven vasthouden aan de primaire intuïties (Morsanyi, et al., 2012). Het is dus mogelijk dat de ervaring die de leerlingen hebben met uitkomstenruimte overeenkomt met de aangeleerde intuïties, terwijl de primaire en secundaire intuïties bij gelijke waarschijnlijkheid niet overeenkomen. Hierdoor is het mogelijk dat leerlingen minder fouten maken bij vragen over uitkomstenruimte dan bij vragen over gelijke waarschijnlijkheid. Er blijkt geen verschil te zijn tussen wet van de grote getallen en gelijke waarschijnlijkheid of uitkomstenruimte.

Daarna is er gekeken of het onderwijsniveau van invloed is op het niveau van begrip van kans. Eerst is er gekeken naar de invloed van het onderwijsniveau op de meerkeuze vragen. Wordt er naar de spreiding bij de verschillende onderwijsniveaus gekeken dan valt op de leerlingen op het VWO op beide factoren en op de totaal score een hoger gemiddelde hebben dan leerlingen van het VMBO. Leerlingen van het HAVO zitten hiertussen in. Zoals verwacht blijkt onderwijsniveau van invloed te zijn op het niveau van kansbegrip. Voor de totaalscore en factorscore scoren leerlingen van het VMBO lager dan leerlingen van het HAVO en het VWO. Ook blijken leerlingen op het HAVO lager te scoren dan leerlingen op het VWO. Het gevonden verschil kan mogelijk verklaard worden door verschil in cognitief vermogen (Driessen & Smeets, 2007). Leerlingen op het VMBO scoren lager dan leerlingen op het HAVO en het VWO op cognitief vermogen, waardoor er een verschil in prestatie is. Er is ook een verschil in cognitief vermogen tussen het HAVO en het VWO (Groenveld & van Steensel, 2008). Voor de factor gelijke waarschijnlijkheid scoorden leerlingen op het VWO hoger dan leerlingen op het HAVO en het VMBO. Wederom is dit verschil mogelijk te verklaren door verschil in cognitief vermogen (Driessen & Smeets, 2007; Groenveld & van Steensel, 2008). Voor uitkomstenruimte geldt dat leerlingen op het VMBO lager scoren dan leerlingen op het HAVO en het VWO. Er blijkt geen verschil te zijn tussen het HAVO en het VWO. Dat er geen verschil is tussen het HAVO en het VWO kan mogelijk komen door verschil in leervermogen. Leervermogen is het tempo waarin nieuwe informatie eigen wordt gemaakt (Groeneveld & van Steensel, 2008). Het is mogelijk dat leerlingen op het HAVO en het VWO op een even hoog niveau qua begrip van uitkomstenruimte zitten, maar dat leerlingen op het HAVO langer over de verwerving van informatie hebben gedaan.

Vervolgens is er gekeken naar de invloed van onderwijsniveau op de open vragen. Het blijkt dat onderwijsniveau een verband heeft met factoren gelijke waarschijnlijkheid en uitkomstenruimte. Nadere analyse laat zien dat leerlingen van het VMBO vaker een fout antwoord hebben gegeven dan leerlingen van het HAVO en het VWO. Er blijkt geen verband te zijn met de factor wet van de grote getallen. Dat leerlingen op het VMBO meer fouten maken dan leerlingen van het HAVO en het VWO is mogelijk toe te schrijven aan de manier lesgeven op de verschillende onderwijsniveaus. Leerlingen op het VMBO hebben vaker een stap voor stap instructie naar het einddoel nodig, maar ontvangen deze liever mondeling dan in de vorm van een tekst (Groeneveld & van Steensel, 2008). Ook Leerlingen op het HAVO en het VWO hebben instructies nodig, deze instructies zijn gericht op het proces om zelf tot een antwoord te komen (Groeneveld, Bensschop, Aetlos & van Steensel, 2010). Het verschil in instructies tussen het VMBO en het HAVO/VWO is dat voor leerlingen op het VMBO de stappen om tot een antwoord te komen worden aangereikt, terwijl leerlingen op het HAVO/VWO zelf deze stappen moeten bedenken. De vragen in het huidig onderzoek werden zo gesteld dat de leerling zelf aan moesten geven wat zijn of haar denkstappen waren. Leerlingen op het HAVO/VWO hebben vaker op deze manier uitleg gekregen, terwijl leerlingen op het VMBO vaker een stap voor stap uitleg hebben gekregen (Groeneveld & van Steensel, 2008; Groeneveld, et al., 2010). Het verschil in instructies is een mogelijke verklaring voor het verschil tussen de onderwijsniveaus op de verschillende factoren.

Als laatste is er gekeken naar de invloed van wiskundecijfer op het niveau van begrip van kans. Bij de analyse is er gecontroleerd voor onderwijsniveau. Alleen voor de factor gelijke waarschijnlijkheid bij de meerkeuze vragen blijkt er een significant verband te zijn. Tegen de verwachting in blijkt voor de overige factoren dat het wiskundecijfer geen invloed heeft op het niveau van begrip van kans. Het onderzoek van Green (1982) gaf aan dat er een sterk verband was tussen wiskundige vaardigheden en kansbegrip. De manier waarop Green wiskundige vaardigheden heeft gemeten was door het afnemen van een wiskundige toets. In dit onderzoek is er gebruik gemaakt van wiskundecijfers. Aangezien het wiskundecijfer een gemiddeld cijfer is, is het niet duidelijk welke onderdelen van wiskunde er getoetst zijn. Doordat er gecontroleerd is voor het onderwijsniveau kunnen er nog steeds verschillen zijn per klas en per school. Door navraag te doen bij de leraar kan er gekeken worden welke onderdelen van wiskunde er getoetst zijn en op die manier gekeken worden of bij alle leerlingen dezelfde onderdelen zijn getoetst.

In een vervolgonderzoek is het wenselijke om een aantal vragen in de vragenlijst aan te passen. Op deze manier is het mogelijk om begrip van kans beter te meten. In het huidig onderzoek waren een aantal vragen lang of niet duidelijk genoeg gesteld. Het blijkt dat leerlingen op het VMBO moeite hebben met het verwerken van veel informatie (Groeneveld & Steensel, 2008). Leerlingen op het HAVO of het VWO hebben hier minder moeite mee (Groeneveld, et al., 2010). In een vervolgonderzoek is het raadzaam om de een aantal vragen in te korten en te verduidelijken. Tevens is het een idee om te analyseren welke soort fouten leerlingen maken. Door inzicht in het niveau van begrip van kans en in de soort fouten te hebben is het wellicht mogelijk een aanbeveling te doen voor lesmethodes over kansbegrip. Een andere mogelijk optie is om te onderzoeken of de verschillende onderdelen van wiskunde invloed hebben kansbegrip. Wiskunde dat op school wordt aangeboden bestaat uit verschillende onderdelen die vaak apart getoetst worden. In het huidig onderzoek is er geen verband gevonden tussen wiskunde en kansbegrip, maar Green (1982) wel een verband. Door naar de verschillende onderdelen van kans te kijken of door een wiskundige vaardigheden toets af te nemen, kan er bestudeerd worden of er nu nog steeds een eventueel verband is tussen wiskunde en kansbegrip.

In het huidig onderzoek zijn er ook een aantal beperkingen. Zo bleek bij navraag dat een aantal kinderen dyslectisch waren. Eerder is al aangegeven dat er een aantal vragen met een lange beschrijving waren. Voor dyslectische kinderen vergt dit extra aandacht. Het kan tevens zijn dat de dyslectische kinderen de vragen niet goed begrepen of dat ze vragen verkeerd hebben in gevuld. Om die reden kunnen er vertekeningen zijn in het niveau van begrip van kans. Tevens bleken er kleine taalfoutjes in de online versie te staan. Er bleken enkele woordjes verkeerd gespeld te zijn, maar het was nog steeds duidelijk wat het woord betekende. Verder zorgde het taalfoutje ervoor dat sommige leerlingen afgeleid raakten en niet meer serieus met de vragen bezig bleven. Een laatste beperking aan het onderzoek was dat sommige kinderen (vooral op het VMBO) gegokt hebben als ze de vraag niet snapten. Dit betekent dat sommige antwoorden niet een directe afspiegeling zijn van het niveau van kansbegrip. Als laatste had de factor wet van de grote getallen maar een enkele item en was er geen significant verband gevonden met de andere factoren en invloeden. Het geldt dat voor kleine groepen er grote verschillen nodig zijn om een significante uitkomst te krijgen (Gravetter & Wallnau, 2009). De verschillen binnen de factor wet van de grote getallen waren waarschijnlijk niet groot genoeg om een significante uitkomst te krijgen. Een denkbare oplossing hiervoor is om voor de factor wet van de grote getallen meerdere items te creëren.

Het huidig onderzoek is vernieuwend aangezien er weinig onderzoek in Nederland naar het niveau van kansbegrip is gedaan. In het huidig onderzoek is er een betrouwbare vragenlijst ontwikkeld waarbij op een efficiënte manier gekeken kan worden naar het niveau van begrip van kans. Doordat de vragenlijst betrouwbaar is gebleken is het mogelijk om de vragenlijst bij toekomstig onderzoek te gebruikten, en is het eventueel mogelijk om in de toekomst normscores op te stellen. In dit onderzoek kwam naar voren dat vooral leerlingen op het VMBO moeite hebben met kansbegrip, terwijl dit voor leerlingen van het HAVO en het VWO minder aan de orde was. Daarnaast is er in het huidig onderzoek een vragenlijst ontwikkeld die verschillende onderdelen van kans meet, namelijk gelijke waarschijnlijkheid, uitkomstenruimte en wet van de grote getallen. Tevens is het door de vragenlijst mogelijk om in korte tijd meerdere participanten tegelijkertijd te laten deelnemen, hierdoor is het mogelijk om in korte tijd een grote groep participanten te werven. Met dit onderzoek is er een stap gezet om er achter te komen welk niveau van kansbegrip middelbare scholieren hebben, maar er zijn normscores nodig die opgesteld kunnen worden als er meer onderzoek naar het niveau van begrip van kans gedaan is. Tevens zou meer onderzoek ervoor kunnen zorgen dat kinderen die een uitdaging in wiskunde willen deze aangeboden kunnen krijgen in de vorm van kansrekening.

Referentielijst

Batanero, C., & Sanchez, E. (2005). What is the nature of high school students' conceptions and misconceptions about probability? In G. A. Jones, (Eds.), *Exploring probability in school: Challenges for teaching and learning.* (pp. 241-266). New York: Springer

Batanero, C., Arteaga, P., Serrano, L., & Ruiz, B. (2014). Prospective Primary School Teachers' Perception of Randomness. In E. J. Chernoff, & B. Sriraman (Eds.), *Probabilistic Thinking: Presenting plural perspectives.* (pp. 345-366). Dordrecht: Springer.

Bryant, P., & Nunes, T. (2012). *Children's understanding of probability; A literature review (full report)*. London: Nuffield Foundation.

Chernoff, E. (2009). Sample Space partitions: An investigative lens. *Journal of Mathematical behavior, 28* (1), 19-29. doi:10.1016/j/jmathb.2009.03.002

Engel, J., & Sedlmeier, P. (2005). On middle-school students'comprehension of randomness and chance variability in data. *The International Journal of Mathematics Education 37* (3), 168-177. doi: 10.1007/s11858-005-0006-4

Evers, A., Lucassen, W., Meijer, R., & Sijtsma, K. (2010). *COTAN beoordelingssysteem voor de kwaliteit van tests.* Amsterdam: NIP/COTAN

Fischbein, E. (1975). *The Intuitive Sources of Probabilistic Thinking in Children.* Reidel: Dordrecht.

Fischbein, E., Nello, M.S., & Marino, M.S. (1991). Factors affecting probabilistic judgments in children and adolescents. *Education Studies in Mathematics*, *22* (6), 523-549. doi: 10.1007/BF00312714

Fischbein, E. & Schnarz, D. (1997). The evolution with age of probabilistic, intuitively based misconceptions. *Journal for Research in Mathematics Education, 28* (1), 96-105. doi: 10.2307/749665

FIsme Scientific Library. (n.d). gevonden op 6 mei 2014 op, http://www.fisme.science.uu.nl/wiki/index.php/FIsme_Scientific_Library

Garfield, J., & Ahlgren, A. (1988). Difficulties in learning basic concepts in probability and statistics: Implications for research. *Journal for research in mathematics education, 19* (1), 44-63. doi: 10.2307/749110

Green, D. R., (1982). *Probability concepts in school pupils aged 11 – 16 years*. Loughborough: Loughborough University

Groeneveld, M.J., Bensschop, M., Aetios, D. O., & van Steensel, K. (2010). *Kenmerkend HAV O en VWO*. Hilversum: Hiteq

Groeneveld, M. J., & van Steensel, K. (2008). *Kenmerkend VMBO*. Hilversum: Hiteq

Konold, C., Pollatsek, A., Well, A., Lohmeier, J., & Lipson, A. (1993). Inconsistencies in students' reasoning about probability. *Journal for Research in Mathematics Education, 24* (5), 392-414. doi: 10.2307/749150

Kuzmak, S. D. & Gelman, R. (1986). Young Children's understanding of random phenomena. *Child development, 57* (3), 559-566

Lecroute, M. (1992). Cognitive models and problem space in "purely random" situations. *Educational Studies in Mathematics, 23* (6), 557-568. doi: 10.1007/BF00540060

Limesurvey Project Team/ Carsten Schmitz (2012*). Limesurvey: An Open Source Survey Tool*. Hamburg, Germany. Retrieved from: http://www.limesurvey.org

Metz, K. E. (1998). Emergent understanding and attribution of randomness: comparative analysis of the reasoning in primary grade children and undergraduates. *Cognition and Instruction, 16* (3), 285-265. doi: 10.1207/s1532690xci1603_3

Moore, D. (1990). Uncertainty. In L.A. Steen (Eds.), *On the shoulder of giants, New approaches to numeracy*. (pp. 95-137). Washington: National Academie of Science.

Morsanyi, K., Handley, S.J., Serpell, S. (2012). Making heads or tails of probability: An experiment with random generators. *British Journal of Educational Psychology, 83* (3), 379-395. doi: 10.1111/j.2044-8279.2012.02067.x

Nickerson, R.S. (2002). The production and perception of randomness. *Psychological review, 109* (2), 330-357. doi:10.1037/0033-295x.109.2.330

Nikiforidou, Z., & Pange, J. (2010). The notions of chance and probabilities in preschoolers. *Early Childhood Education Journal, 38* (4), 305-311. doi:10.1007/s10643-010-0417-x

Piaget, J., & Inhelder, B., (1975). *The origin of the idea of chance in children.* London: Routledge & Kegan Paul.

Tversky, A., & Kahneman, D. (1971). Belief in the law of small numbers. *Psychological Bulletin, 76* (2). 105-110. doi: 10.1037/h0031322

Van der Hoeven, M.J.A (2010). *Kerndoelen Primair Onderwijs.* Gevonden op 10 maart 2014, op http://www.rijksoverheid.nl/onderwerpen/basisonderwijs/documenten-en-publicaties/brochures/2010/10/19/kerndoelen-po.html

Bijlage 1

Hallo!

Leuk dat je meedoet aan onze vragenlijst.

We willen dat je alle vragen zo goed mogelijk invult en op alle vragen een antwoord geeft. Probeer zo goed mogelijk uitleg te geven waarom je iets denkt.

Heb je tussendoor een vraag, steek dan je hand op. We komen je dan zo snel mogelijk helpen.

Voordat je aan de vragenlijst kunt beginnen, hebben we een aantal gegevens van je nodig:

Naam:	……………………………………………….
Leeftijd:	……………………………………………….
Geslacht:	Man / Vrouw *
Naam school:	……………………………………………….
Onderwijsniveau:	BBL / KBL / GT/ TL/ HAVO / VWO *
Leerjaar:	……………………………………………….

*Omcirkel wat van toepassing is.

Dan kunnen we nu met de vragen beginnen. Heel veel succes!!!

Onderdeel 1: Muntjes

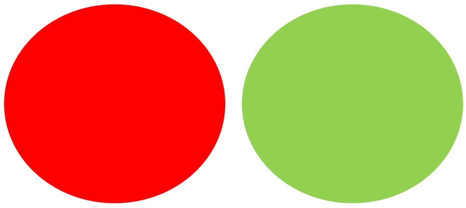
Munt01: Hiernaast staat een muntje afgebeeld. De ene kant van het muntje is rood en de andere kant is groen. Het muntje wordt met de rode kant omhoog vastgehouden. Vervolgens wordt de munt opgegooid. Het muntje draait in de lucht voordat het op de grond land. Welke kant zal boven eindigen of kun je het niet zeggen? Kies het juiste antwoord:

(a) De rode kant

(b) De groene kant

(c) Je kunt het niet zeggen

(d) Weet ik niet



Bron: ***Green, D.R. (1982), p. 121***

Factor: ***Gelijke waarschijnlijkheid***

Munt02: Je gooit het muntje drie keer achter elkaar op. Bij alle drie de keren eindigt het muntje met de rode kant boven. Is de kans groter of kleiner dat bij de vierde keer opgooien het muntje weer met de rode kant boven eindigt? Leg uit waarom.

Juiste antwoord: De kans dat de rode kant boven valt is even groot als de kans dat de groene kant boven valt. De uitkomst wordt niet beinvloed door vorige worpen.

Coderen volgens Schema 1.

Bron: ***Konold, Pollatsek, Well, Lohmeier & Lipson (1993), p. 397***

Factor: ***Gelijke waarschijnlijkheid***

Munt03a: Je begint opnieuw met het opgooien van het muntje. Dit keer wordt het muntje vijf keer opgegooid. Welke van de volgende volgordes is het *<u>meest</u>* waarschijnlijk?

(a) Rood, Rood, Rood, Rood, Rood

(b) Groen, Rood, Rood, Groen, Rood

(c) Groen, Rood, Groen, Groen, Groen

(d) Rood, Groen, Rood, Groen, Rood

(e) Alle vier de volgordes zijn even waarschijnlijk

Munt03b: Legt je antwoord uit:

Juiste antwoord: Eerdere worpen hebben geen invloed op de kansverdeling van de volgende worp. Elke volgorde heeft dus een even grote kans om voor te komen.

Coderen volgens Schema 1.

Bron: ***Konold et al. (1993), p. 401-402***

Factor: ***Uitkomstenruimte***

Munt04a: Welke van de volgordes is het <u>*minst*</u> waarschijnlijk?

(a) Rood, Rood, Rood, Rood, Rood

(b) Groen, Rood, Rood, Groen, Rood

(c) Groen, Rood, Groen, Groen, Groen

(d) Rood, Groen, Rood, Groen, Rood

(e) Alle vier de volgordes zijn even waarschijnlijk

Munt04b: Leg uit:

Juiste antwoord: Eerdere worpen hebben geen invloed op de kansverdeling van de volgende worp. Elke volgorde heeft dus een even grote kans om voor te komen.

Coderen volgens Schema 1.

Bron: ***Konold et al. (1993), p. 401-402***

Factor: ***Uitkomstenruimte***

Dit keer wordt een muntstuk gebruik, zie onderstaande afbeelding.

Kop Munt

Dit muntstuk wordt vijf keer opgegooid en landt alle keren met kop omhoog.

Munt05: Wat is het juiste antwoord?

(a) Bij de volgende worp is het meer waarschijnlijk dat het muntstuk weer op kop eindigt

(b) Bij de volgende worp is het meer waarschijnlijk dat het muntstuk op munt eindigt

(c) Bij de volgende worp is de kans even groot dat het muntstuk op kop of munt eindigt

(d) Weet ik niet

Bron: ***Morsanyi, Handley & Serpell, (2012), p. 384.***

Green, D.R. (1982), p. 129.

Factor: ***Gelijke waarschijnlijkheid***

Munt06: Er worden twaalf muntstukken tegelijkertijd opgegooid. Alle twaalf de muntstukken landen op een tafel. Als dit meerdere keren wordt gedaan, welke van de volgende resultaten zal vaker voorkomen?

(a) 2 hoofd en 10 munt

(b) 5 hoofd en 7 munt

(c) 6 hoofd en 6 munt

(d) 7 hoofd en 5 munt

(e) Allemaal hebben ze dezelfde kans

Bron: ***Green, D.R. (1982), p. 136-138***

Factor: ***Uitkomstenruimte***

Onderdeel 2: Paaseitjes in doosjes

In een doosje zitten 40 paaseitjes, waar een roze of groen papiertje om heen zit. Je mag niet in het doosje kijken en niet alle eitjes eruit halen om te kijken hoeveel roze en groene paaseitje in het doosje zitten. Je mag er wel één paaseitje uithalen. Als je een nieuw paaseitje wil pakken, moet het eitje dat je getrokken hebt eerst terug in de doos. Het is de bedoeling dat jij raadt hoeveel roze en groene paaseitjes in de doos zitten.

Ei01: Je hebt vijf paaseitjes uit het doosje gehaald. Twee van de eitjes zijn groen en drie zijn er roze. Kun je op dit moment al iets zeggen over hoeveel roze en groene paaseieren er in de doos zitten? Leg je antwoord uit.

Juiste antwoord: Het aantal van de steekproef is te klein om een voorspelling te doen over de populatie.

Coderen volgens schema 1.

Bron: ***Metz, K.E. (1998), p. 359-361***

Factor: ***Wet van grote getallen***

Ei02: Stel je haalt vijftien paaseitjes uit de doos, kun je nu meer zeggen over de hoeveelheid groene en roze eitjes die er in de doos zit?

Juiste antwoord: Er kan nu een betere voorspelling gedaan worden omdat het aantal in de steekproef is toegenomen. De voorspelling zal steeds minder onzeker worden naarmate het aantal van de steekproef toeneemt.

Coderen volgens schema 1.

Bron: ***Metz, K.E. (1998), p. 359-361***

Factor: ***Wet van grote getallen***

In een nieuw doosje zitten 20 blauwe en 20 gele paaseieren. Je haalt er zonder te kijken een eitje uit, en laat deze aan je buurman zien. Vervolgens legt hij het paaseitje terug en daarna pak je er een nieuwe uit. Ook deze laat je aan je buurman zien (zelf weet je dus niet welke kleuren je hebt gepakt).

Ei03a: Als je weet dat minstens een van de paaseitjes geel was, wat is dan meer waarschijnlijk?

(a) De andere was ook geel

(b) De andere was blauw

(c) Beiden opties zijn even waarschijnlijk

(d) Daar kun je niets over zeggen / Dat weet ik niet

Ei03b: Leg je antwoord uit:

Juiste antwoord: Er zijn drie mogelijkheden: geel-geel, geel-blauw, blauw-geel, omdat blauw-blauw wegvalt als mogelijke uitkomst. De kans op een blauw paasei is 2/3 geworden, en dus groter dan de kans op een geel paasei.

Coderen volgens schema 1.

Bron: ***Morsanyi et al. (2012), p. 381.***

Factor: ***Gelijke waarschijnlijkheid***

We pakken er nu twee nieuwe doosjes bij. In de eerste zitten 1 roze en 2 blauwe paaseieren. In de tweede zitten 2 roze en 5 blauwe paaseieren. Het is de bedoeling dat je een roze paasei pakt.

Ei04: Welke doos kies je? Geef kort uitleg over waarom je die keuze maakt.

Juiste antwoord: De eerste doos geeft grootste kans op een roze paasei.

De meeste gunstige uitkomst kan berekend worden aan de hand van een formule: Aantal roze eitjes / (Aantal roze eitjes + aantal blauwe eitjes). 1/3 is meer kans dan 2/7.

Coderen volgens schema 2.

Bron: ***Green, D.R. (1982), p. 130***

Bryant & Nunes (2012), p. 36-37

Factor: ***Uitkomstenruimte***

Behalve dozen met paaseieren, zijn er ook tassen met knikkers. In alle tassen zitten witte en zwarte knikkers.

In tas A zitten 2 zwarte en 2 witte knikkers

In tas B zitten 4 zwarte en 4 witte knikkers

Ei05a: Welke tas geeft je een grotere kans om een zwarte knikker te pakken?

Ei03a. Tas A

Ei03b. Tas B

Ei03c. **Beide tassen hebben dezelfde kans**

Ei03d. Weet ik niet

Ei05b: Waarom?

Juiste antwoord: De verhoudingen blijven hetzelfde.

Coderen volgens schema 2.

Bron: ***Green, D.R. (1982), p. 130-133***

Factor: ***Uitkomstenruimte***

Twee andere tassen hebben een ander aantal zwarte knikkers en witte knikkers in zich.

Tas C: 5 zwarte en 2 witte knikkers

Tas D: 5 zwarte en 3 witte knikkers

Ei06a: Welke tas (C of D) geeft je een grotere kans om een zwarte knikker te pakken of hebben ze evenveel kans?

(a) Tas C

(b) Tas D

(c) Beide tassen hebben dezelfde kans

(d) Weet ik niet

Ei06b: Waarom?

Juiste antwoord: Als je de kansen berekent blijkt dat in tas C de kans op een zwarte knikker 5/7 is en in tas D is die kans 5/8.

Coderen volgens schema 2.

Bron: ***Green, D.R. (1982), p. 131-133.***

Factor: ***Uitkomstenruimte***

Onderdeel 3: Spelletjes

We schetsen nu een aantal situaties uit verschillende bekende spelletjes. Kies het antwoord dat volgens jou het beste is.

Spel01: Je speelt een spelletje Monopoly. Je zit al 3 beurten in de gevangenis. Om vrij te komen moet je 6 gooien. Je buurman heeft net 6 gegooid, en de speler voor hem ook. Is het nu meer waarschijnlijk dat je nu 2 gooit, of dat je 6 gooit en vrij komt? Leg uit waarom je dat denkt.

Juiste antwoord: De uitkomsten van de vorige worpen beïnvloeden niet de huidige uitkomst, de kans op 2 of op 6 blijft gelijk, namelijk 1/6.

Coderen volgens schema 1.

Bron: ***Morsanyi, Handley & Serpell (2013), p. 384***

Factor: ***Gelijke waarschijnlijkheid***

Spel02a: Een klas bestaat uit negen jongens en zes meisjes. De leraar doet een loting met prijs, uit een bak met papiertjes. Op elk papiertje staat een naam van een leerling. De leraar pakt een papiertje zonder te kijken. Wie denk je dat de prijs wint?

- **(a) Een jongen**
- (b) Een meisje
- (c) Evenveel kans
- (d) Weet ik niet

Spel02b: Hoe ben je tot dit antwoord gekomen?

Jongens hebben een kans van 9 uit 15, meisjes van 6 uit 15. Jongens hebben dus een grotere kans.

Coderen volgens schema 2.

Bron: ***Morsanyi, Handley & Serpell (2013), p. 381***
Green (1982), p. 122

Factor: ***Gelijke waarschijnlijkheid***

Onderdeel 4: Multiple Choice

Er worden een aantal multiple choice vragen gesteld. Omcirkel wat volgens jou het juiste antwoord is.

MC01: In plaats X zijn er twee verschillende ziekenhuizen. Ziekenhuis DE GROOT en ziekenhuis HET KLEINTJE. Ziekenhuis DE GROOT heeft een gemiddelde van 45 geboortes per dag. In ziekenhuis HET KLEINTJE worden dagelijks ongeveer 15 kinderen geboren. De kans dat een jongen geboren wordt is gemiddeld vijftig procent (er zijn dagen bij dat er meer jongens dan meisjes geboren worden en andersom). Beide ziekenhuizen houden bij hoeveel jongens en hoeveel meisjes er op een dag geboren worden. In beide ziekenhuizen komen dagen voor waarbij zestig procent van de baby's een jongen is. In welk ziekenhuis, DE GROOT of HET KLEINTJE, komen waarschijnlijk meer dagen voor waarbij zestig procent van de baby's een jongen is?

(a) Ziekenhuis DE GROOT

(b) Ziekenhuis HET KLEINTJE

(c) Voor beiden ziekenhuizen gelijk

(d) Weet ik niet

Bron: Morsanyi, Handley & Serpell (2013), p. 381

Fischbein & Schnarz (1997), p. 98-99

Factor: Gelijke waarschijnlijkheid

MC02: Je gooit tien keer een muntje op. En je vriend gooit vijftig keer een muntje op. Welke situatie is meer waarschijnlijk?

(a) Je vriend gooit meer dan 60% kop

(b) Jij gooit zelf meer dan 60% kop

(c) Beide gevallen zijn even waarschijnlijk

(d) Weet ik niet

Bron: Morsanyi, Handley & Serpell (2013), p. 381

Factor: Gelijke waarschijnlijkheid

MC03: Via een facebook actie wordt een Ipod nano verloot. Zes kinderen (Denise, Imke, Louise, Peter, James, Erik) doen 5 weken lang mee. Elke week wordt er een Ipod verloot onder de zes deelnemers. Wat is meer waarschijnlijk? De volgorde van de winnaars is:

(a) Peter, Denise, Imke, Erik, James

(b) Louise, James, James, James, James

(c) Beide genoemde volgordes zijn even waarschijnlijk

(d) Weet ik niet

Bron: Morsanyi, Handley & Serpell (2013), p. 384

Factor: Gelijke waarschijnlijkheid

De volgende vragen gaan over het gooien van een dobbelsteen. Je gooit telkens met één dobbelsteen Je krijgt een aantal stellingen voorgeschoteld, waarbij jij aan moet geven hoe zeker jij van je antwoord bent.

MC04: Hoe zeker ben je dat je met één dobbelsteen een even nummer (2, 4 of 6) gooit?

(a) Ik ben zeer zeker dat ik een even nummer gooi

(b) Het is mogelijk dat ik een even nummer gooi

(c) Het is onmogelijk dat ik een even nummer gooi

MC05: Hoe zeker ben je dat je met één dobbelsteen een getal lager dan 7 gooit?

(a) Ik gooi zeer zeker een getal lager dan 7

(b) Het is mogelijk dat ik een getal lager dan 7 gooi

(c) Het is onmogelijk dat ik een getal lager dan 7 gooi

MC06: Hoe zeker ben je dat je met één dobbelsteen een getal hoger dan 6 gooit?

(a) Ik gooi zeer zeker een getal hoger dan 6

(b) Het is mogelijk dat ik een getal hoger dan 6 gooi

(c) Het is onmogelijk dat ik een getal hoger dan 6 gooi

MC07: Hoe zeker ben je dat het getal 5 gooit?

(a) Ik gooi zeer zeker 5

(b) Het is mogelijk dat ik 5 gooi

(c) Het is onmogelijk dat ik 5 gooi

MC04 t/m MC07:

Bron: ***Fischbein, Nello & Marino (1991), p. 526***

Factor: ***Uitkomstenruimte***

MC08a: Jij en een vriend hebben een weddenschap afgesloten. Er wordt één keer tegelijk met twee dobbelstenen gegooid. Je vriend kiest eerst een getal waarbij het aantal punten van de beide dobbelstenen bij elkaar opgeteld zijn. Hij kiest voor het getal 5. Welke van de volgende opties kies jij?

(a) Een getal hoger dan 5

(b) Een getal lager dan 5

MC08b: Leg je antwoord uit: **Als je het aantal mogelijke uitkomsten optelt, en dan kijkt welke het meeste voorkomt, zie je dat er meer kans is op een getal hoger dan 5.**

Bron: ***Fischbein, Nello & Marino (1991), p. 540-542***

Factor: ***Uitkomstenruimte***

MC09: Het is nu aan jouw de beurt om één keer met de twee dobbelstenen te gooien. Wat is meer waarschijnlijk dat je gooit?

(a) Je gooit een 5 en een 6

(b) Je gooit twee keer een 5

(c) Beide hebben evenveel kans van gebeuren.

Bron: ***Fischbein, Nello & Marino (1991), p. 532 Fischbein & Schnarz (1997), p. 98***

Factor: ***Uitkomstenruimte***

Onderdeel 5: Over Jezelf

Je bent nu aangekomen bij het laatste onderdeel van de vragenlijst.

Er worden nu een aantal persoonlijkheidskenmerken gegeven, die wel of niet op jou van toepassing zijn. Geef aan in hoeverre je het eens of oneens bent met beide karaktertrekken.

(1) Ik zie mezelf als:

Extravert, enthousiast

(a) Heel erg mee oneens
(b) Redelijk mee oneens
(c) Een beetje mee oneens
(d) Geen van beiden
(e) Een beetje mee eens
(f) Redelijk mee eens
(g) Heel erg mee eens

(2) Ik zie mezelf als:

Kritisch, ruziezoekend

(a) Heel erg mee oneens
(b) Redelijk mee oneens
(c) Een beetje mee oneens
(d) Geen van beiden
(e) Een beetje mee eens
(f) Redelijk mee eens
(g) Heel erg mee eens

(3) Ik zie mezelf als:

Betrouwbaar, met zelfdiscipline

(a) Heel erg mee oneens
(b) Redelijk mee oneens
(c) Een beetje mee oneens
(d) Geen van beiden
(e) Een beetje mee eens
(f) Redelijk mee eens
(g) Heel erg mee eens

(4) Ik zie mezelf als:

Angstig, snel overstuur

(a) Heel erg mee oneens
(b) Redelijk mee oneens
(c) Een beetje mee oneens
(d) Geen van beiden
(e) Een beetje mee eens
(f) Redelijk mee eens
(g) Heel erg mee eens

(5) Ik zie mezelf als:

Open voor nieuwe ervaringen, complex

(a) Heel erg mee oneens
(b) Redelijk mee oneens
(c) Een beetje mee oneens
(d) Geen van beiden
(e) Een beetje mee eens
(f) Redelijk mee eens
(g) Heel erg mee eens

(6) Ik zie mezelf als:

Terughoudend, rustig

(a) Heel erg mee oneens
(b) Redelijk mee oneens
(c) Een beetje mee oneens
(d) Geen van beiden
(e) Een beetje mee eens
(f) Redelijk mee eens
(g) Heel erg mee eens

(7) Ik zie mezelf als:

Sympathiek, warm

(a) Heel erg mee oneens
(b) Redelijk mee oneens
(c) Een beetje mee oneens
(d) Geen van beiden
(e) Een beetje mee eens
(f) Redelijk mee eens
(g) Heel erg mee eens

(8) Ik zie mezelf als:

Ongeorganiseerd, nonchalant

(a) Heel erg mee oneens
(b) Redelijk mee oneens
(c) Een beetje mee oneens
(d) Geen van beiden
(e) Een beetje mee eens
(f) Redelijk mee eens
(g) Heel erg mee eens

(9) Ik zie mezelf als:

Kalm, emotioneel stabiel

(a) Heel erg mee oneens
(b) Redelijk mee oneens
(c) Een beetje mee oneens
(d) Geen van beiden
(e) Een beetje mee eens
(f) Redelijk mee eens
(g) Heel erg mee eens

(10) Ik zie mezelf als:

Traditioneel, niet creatief

(a) Heel erg mee oneens

(b) Redelijk mee oneens

(c) Een beetje mee oneens

(d) Geen van beiden

(e) Een beetje mee eens

(f) Redelijk mee eens

(g) Heel erg mee eens

Je bent nu klaar met het invullen van de vragenlijst!

Bedankt voor het invullen van deze vragenlijst! ☺☺☺

Bijlage 2

Universiteit Utrecht

Utrecht, 27-03-2014

Geachte heer/mevrouw,

De Universiteit Utrecht is bezig met onderzoek naar het begrip van kans en toeval bij kinderen. Uit eerder onderzoek is gebleken dat kinderen al op jonge leeftijd enig begrip van kans vertonen. Kinderen komen al op jonge leeftijd in aanraking met kans en toeval door het spelen van kaartspellen, dobbelspellen of het opgooien van een muntje aan het begin van de wedstrijd. Toch blijkt dat middelbare scholieren en volwassenen vaak nog moeite vertonen in het begrijpen van kans. Daarnaast is het zo dat in Nederland kansrekening pas in de bovenbouw, of in beperkte mate in de onderbouw van de middelbare school aan de orde komt.

Het is daarom van belang dat er onderzoek wordt gedaan naar het begrip van kans bij kinderen. Eerder onderzoek van de Universiteit Utrecht heeft zich vooral gericht op het begrip van kans bij kinderen in de basisschoolleeftijd. Het huidig onderzoek richt zich op middelbare scholieren in de onderbouw en er wordt gekeken naar welke strategieën middelbare scholieren gebruiken bij het begrijpen van kans. Het onderzoek kan hopelijk een bijdrage leveren aan de ontwikkeling van een geschikte lesmethode voor het wiskundeonderwijs op middelbare scholen. Zou kansberekening eerder aangeboden moeten worden op middelbare scholen of juist niet? En in welke vorm? Graag willen wij u vragen of uw school deel wilt nemen aan het onderzoek.

Het onderzoek wordt klassikaal afgenomen door middel van een schriftelijke vragenlijst die maximaal één lesuur in beslag zal nemen. De afname zou bijvoorbeeld kunnen plaatsnemen tijdens een mentoruur of wiskundeles. Wij willen deze vragenlijst graag afnemen bij zoveel mogelijk leerlingen uit de onderbouw in de maand april.

Hopelijk kunnen wij u overtuigen mee te werken aan dit leuke en leerzame onderzoek. In de week van 1 april nemen wij telefonisch contact met u op om te vragen of u bereid bent deel te nemen aan het onderzoek. Ook kunnen we dan eventuele vragen beantwoorden en verdere toelichting geven. Mocht u eerder vragen hebben, dan kun u ons altijd bereiken via de mail of via de telefoon.

Met vriendelijke groet,
Jetske IJpma en Nancy Jansen

Begeleider: Dr. Jan Boom, Kinder- en Jeugdpsychologie,
Universiteit Utrecht

Contactgegevens:

E-mail:	J.M.IJpma@students.uu.nl (Jetske IJpma)	
	N.W.R.Jansen@students.uu.nl (Nancy Jansen)	
	J.Boom@uu.nl (Jan Boom)	
Telefoon:	Jetske IJpma:	06 41631968
	Nancy Jansen:	0650266518

Bijlage 3

Universiteit Utrecht

Utrecht, 8 april 2014

Geachte ouder(s)/verzorger(s),

Aan de hand van deze brief willen wij op de hoogte stellen van een vragenlijst die bij uw zoon/dochter zal worden afgenomen. Het gaat om een onderzoek naar het inschatten van kans en hoe scholieren dit doen. Het AOC-Oost Doetinchem heeft aangegeven mee te willen werken met dit onderzoek. Bij deze willen wij u ook informeren over het onderzoek en toestemming vragen om gebruik te mogen maken van de resultaten van uw kind.

Uit eerder onderzoek is gebleken dat kinderen al op jonge leeftijd enig begrip van kans vertonen. Kinderen komen al op jonge leeftijd in aanraking met kans en toeval door het spelen van kaartspellen of dobbelspellen. Toch blijkt dat middelbare scholieren en volwassenen vaak nog moeite vertonen in het begrijpen van kans. Met dit onderzoek wordt geprobeerd om inzicht te krijgen in de denkwijze van scholieren bij het inschatten van kans.

In de maand april zal er een vragenlijst worden afgenomen bij uw zoon/dochter. Er wordt vertrouwelijk omgegaan met de resultaten en gegevens uit deze vragenlijst. Dit houdt in dat de naam van de kinderen niet genoemd zullen worden en ook niet zal worden gekoppeld aan de uitkomsten. Om toestemming te geven om de resultaten en gegevens van uw kind te gebruiken, dient u naar de volgende link te gaan en de gevraagde velden in te vullen. https://survey.fss.uu.nl/384647/lang-nl-informal. Een andere mogelijkheid is om het onderstaande strookje in te vullen en in te leveren bij de desbetreffende leraar. U kunt ten allen tijde uw beslissing wijzigen.

Wij hopen u met deze brief voldoende geïnformeerd te hebben. Voor eventuele vragen of opmerkingen kunt u contact opnemen met één van de onderzoekers. Mocht u geïnteresseerd zijn in de resultaten van het onderzoek, kunt u eveneens contact opnemen.

Met vriendelijke groeten,
Jetske IJpma
Nancy Jansen
Begeleider: Dr. Jan Boom, Kinder- en Jeugdpsychologie, J.Boom@uu.nl
Contactgegevens:
J.M.IJpma@students.uu.nl (Jetske IJpma)
N.W.R.Jansen@students.uu.nl (Nancy Jansen)

Hierbij geef ik …………………………………… (naam ouder/verzorger) Wel/geen* toestemming om gebruik te maken van de gegevens van …………………………………… (naam zoon/dochter).

Handtekening:

Datum: …………….
*doorstrepen wat niet van toepassing is

Bijlage 4

Codeerschema1
Vragen: Munt02, Munt03, Munt04, Ei01, Ei02, Ei03b en Spel01

1. Snappen het niet/ geen begrip
"geen idee", bijvoorbeeld: "20 rode, 20 groene"
2. Causaal verband zien
"reden voor het verschijnsel", toeschrijven aan een eigenschap/ natuurwet. Richt zich op die eigenschap. Er wordt met verhoudingen gerekend. Steeds dezelfde pakken. Gebruik van eigen logica.
3. Deel causaal/ deel onzekerheid
Begrip van de onzekerheid van de uitkomst, maar gekoppeld aan de voorgaande situatie. "hij valt niet telkens op dezelfde kant" uitkomst is niet zeker, maar willen er wel mee gaan rekenen.
4. Begrijpen de onzekerheid van de uitkomst, zonder een patroon te ontdekken
"je hebt geluk", "het is toeval", "je kunt het niet zeggen"
5. Ze hebben de kwestie van kans door, maar niet precies hoe
Begin van het begrip van *randomness* is te ontdekken, maar antwoord voldoet niet/ uitleg voldoet niet. Je mist een stap.
6. Begrip van *randomness*
7. Niet relevant voor de vraag
Antwoorden die niet op de vraag van toepassing zijn/ onduidelijk wat ze bedoelen/ niet leesbaar. Herhaling van de vraag. Antwoord ligt voor de hand. Een ja of nee antwoord.

Codeerschema 2
Vragen: Ei04, Ei05b, Ei06b en spel02b

1. Snappen het niet/ geen begrip
2. Denken in onzekerheid
"je kunt het niet weten", ook al kun je er iets over zeggen
3. Verkeerd beredeneren met fout antwoord
4. Verkeerd beredeneren met juist antwoord
5. Juist beredeneren met fout antwoord
6. Juist beredeneren met juist antwoord
7. Beredenering mist. Niet relevant antwoord
Juist beredeneren = begrip van de verhouding
Verkeerd beredeneren = kijken naar de aantallen/ focussen op 1 aspect